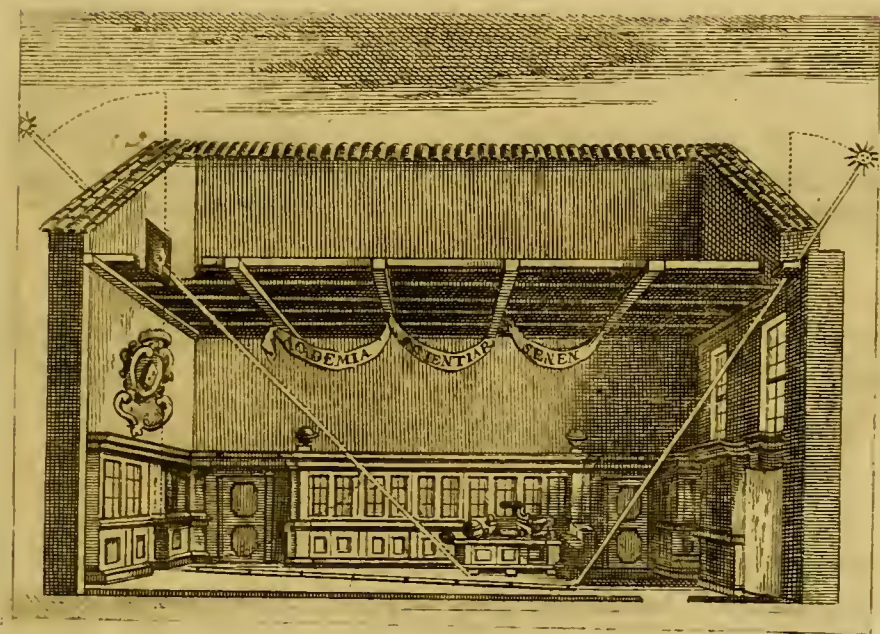
ATTI DELL' ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI SIENA

TOMO VI.

IN SIENA

L' ANNO MDCCLXXXI.

Nella Stamperia di Vincenzo Pazzini Carli e Figli

CON APPROVAZIONE.

INDICE
DEGLI AUTORI
E LORO OPUSCOLI
Contenuti nel Tomo.

Se la Pioggia che cade ai dì nostri in Europa, deducendolo dalle ragioni fisiche, possa dirsi maggiore, o minore di quella che cadesse ne' secoli da noi più remoti,

DISSERTAZIONE

DEL SIGNORE ABATE

VINCENZIO CHIMINELLO

LA QUALE OTTENNE L' APPROVAZIONE DALL' ACCADEMIA L' ANNO 1775.

- - - - - - - - - - - *Omnia plenis*
Rura natant fossis.
Virg. I. Georg. v. 371.

I. L'Indole tanto piovosa di alcuni prossimi anni ricorsi per brevi periodi non potea certamente sfuggire l' attenzione dei Fisici, e di quegli uomini di genio, i quali di comun zelo e consenso promovono le cognizioni. Troppo importa d' assicurarsi, se sia possibile, se questo fenomeno che par singolare agli occhi e del popolo, e dei Filosofi, sia proprio de' nostri giorni, o accaduto altre volte ne' secoli da noi più rimoti. L'oggetto di questa ricerca tende a rischiarare non meno la universale Fisica, che la teoria, e la pratica di quell' arte, che sostiene la vita degli uomini, e del commercio.

II. Nulladimeno la ragione da bel principio quasi rifiuterebbe di prestarsi a questo pensiero, rivolta alla contemplazione dell' Universo, e delle sue leggi immutabili. Imperocchè oltre ciò, che in generale la Storia Naturale, la Fisica, la Metafisica c' insinuano della costante conservazione delle specie, e de' generi de' viventi, e vegetabili, della regolarità di mill' effetti sul Globo nostro, dell' uniforme rivoluzione degli Astri, della perfezione dell' ordine delle cose; in

 par-

particolare di meteore acquose, le lunghe ed eccessive ingruenze, per avventura accennate da antichi Storici, e da' Poeti, delle quali alcune poterono produr l'origine di celebri Favole, chiaro manifestano di annate soverchiamente piovose un ricorso necessario, e legato, come le altre periodiche rivoluzioni della Natura alla catena dell'Universo.

III. E di vero un tale ricorso, che ciascheduno col solo meditare potea quasi rimirar di lontano, fu fatto conoscere, dentro certi stabili limiti dal Sig. Toaldo (amorosissimo mio Zio materno, e direttor de' miei studj) in un Ragionamento inserito nel Giornale d'Italia, (Venezia presso il Milocco 1772.) nel qual esibisce alla considerazione de' Fisici una Cronica d'anni settanta e più, notabili per le lunghe pioggie ed inondazioni, ricorsi sotto qualche insigne sito dell' Apogeo Lunare, per periodi d' anni 9, 18, 27, 44, 53 ec. o suddupli, giá dimostrati nel noto suo Saggio Meteorologico con varj generi di lunghe osservazioni, e comprovati di poi nella recente sua Introduzione alle *Nuove Tavole della Marèa, e del Barometro* (Padova nel Seminario 1773.). Laonde, se da questa singolare notizia, dagli antichi avvenimenti, e dal generale principio di uniformità si dovesse concludere, sembra che nella presente ricerca ogni studio sarebbe per riuscir vano, e perduto.

IV. Convien riconoscere, non v'ha dubbio, che gli anni di lunghissime pioggie debbono ritornare con certa legge; ma questa legge forse non è la sola, a cui tutte le circostanze, e modificazioni particolari si debbano riferire; e più fiate ben avvertì il Verulamio di non iscorrere leggermente nell'osservare, e registrare i fenomeni affine di evitare il pericolo di ridurre alla legge di uniformità gli effetti, che immediatamente non le appartengono. Sarà in oltre agevole a chiunque di rimarcare, che il citato ragionamento non dimostra nè pure (nè ha il Sig. Toaldo preteso di dimostrare) periodi di stravaganze medesime, o di una precisa quantità di pioggia; ma dimostra, che qualunque insolito effetto delle Meteore, che può accadere per largo tratto sul nostro Globo, dee ricorrere sotto alcun di que' punti, non per virtù d'inconosciuto destino, ma per forza dell' attrazione specialmente Lunare.

V. Laonde senza negare un periodo d'anni ridondanti di pioggia assai più degli altri, non sarà contro ragione il supporre, che questa rivoluzione puo compiersi più d'una volta, mentre una più lunga ne gira, o nè pure assurdo sarà il pensare, che girando anche un solo circolo di pioggie, l'acqua cadente in quell'anno, ch'ei ricomincia, possa sopravanzare notabilmente la solita quantità della pioggia, sebben'esso cammini sempre secondo una stessa uniforme legge.

VI. Per meglio spiegarmi dirò, che nell'andamento delle pioggie

sem-

sembra manifesta una certa legge di alternativa, eccettuate alcune anomalie. L'indizio di quest' alternativa risulta e dalle misure di pioggia d'anni 72. inserite negli Atti della R. Accademia di Parigi, e da quelle di Padova d'anni 48. non interrotti, registrate dai Sigg. M M. Poleni Padre e Figlio, e dal Sig. Toaldo continuate, e pubblicate in varj suoi pezzi. Comincia questa legge primieramente ad apparire negli anni solitarj, de' quali la minor misura di pioggia di anno in anno succede alla maggiore più della metà di volte; si manifesta poi quasi intieramente nelle somme di due, e di quattro anni. Ciascuno può consultarle. Potrebbe dunque conservarsi la legge di alternativa a somiglianza della legge di questa serie 20. 19. 22. 21. 24. 23. 26. 25. 28. ec. ec. Questa serie potrebbe avere il suo massimo, e li suoi minimi, e. gr. dopo il 28, se quì terminasse, scendere al 25, 26, 23, ec. ec. per indi ricominciare. I secoli del primo termine al medio proverebbero aumento di pioggia, gli altri dal medio all' ultimo proverebbero diminuzione senza vedere alterata essenzialmente la legge di alternativa. Ma potrebbe questa serie formare una curva più ancora tortuosa, cioè dopo un massimo discendere ad una mezzan'altezza, indi ascendere ad un altro massimo, e così flessuosamente progredendo non giugnere al minimo che dopo un' infinità di piccole rivoluzioni; finalmente potrebbe avere in luogo di massimo l' infinito.

VII. Data la prima, o la seconda combinazione, non si concepisce cosa che non trovi somiglianze in natura. Tutto il sistema nostro Planetario, e probabilmente tutto il Cielo si volve con simil legge, e con simil ordine. Data la terza combinazione, al primo riflettere, di vero si crederebbe vedere un disordine nel sistema del Mondo, perchè dopo un gran numero di secoli la pioggia sarebbe perpetua, e il Globo nostro forse dovrebbe rimanere sfacellato, e perire. Ma poi quest' ombra di difficoltà si dilegua, allorchè si riflette, che il disordine non sarebbe assoluto, ma relativo al breve nostro intendimento. Vi sono anche de' fatti per comprovare la cosa. Qual confusione ne nacque dal disparimento di certe Stelle, corpi così enormi, che pur da' secoli antichi vede ansi? (Wolf. Elem. Astr., De La Lande Astr.). Se mai questo Globo un tempo si disciogliesse per le soverchie pioggie, per i diluvj, il fenomeno sarà proprio di qualche più grande ignoto circolo della Natura, e un effetto convenientissimo all' ordine Archetipo delle cose.

VIII. In qualunque dei detti tre modi si concepisca la marcia di questa specie di meteore, non si vede impossibile ritrovarsi questo secolo in aumento di pioggia rapporto a'secoli da noi più rimoti. Io m'ingegnerò di far conoscere, che oltre l'esser possibile, ciò è di fatto.

IX. Ma prima io non dissimulo le obbiezioni, che mi si possono fare. Alcuni potrebbero dire, che siccome l'aumento delle pioggie non

turba la costanza delle Fisiche leggi, così nè pure alterare la può il decremento, che sembra indicato della diminuzione, che si pretende, della massa totale dell'acqua del Globo. E veramente nell'oscurità delle cause che posson produrre le pioggie, è assai difficile di discernere qual parte di questo nostro Problema meglio sostenere si possa. Io per me sono disposto ad abbandonare affatto l'opinion che sostengo, qualora e cause, e ragioni più chiare venissero prodotte in contrario.

X. Newton, (Opt. Lib. III. Q. 30.) e molti Chimici, tra' quali Lavigner, Borrichio, Hook, Nieuventyt, Hierne, Marggraf, asseriscono sul fondamento di sperienze, e d'osservazioni, che l'acqua contiene una porzione di terra. Ma io credo provata, quanto basta, l'insussistenza di questa opinione colle contrarie sperienze del Sig. Lavoisier (Giornale del Sig. Abate Rozier, Agosto 1771.). Questo sagace Chimico dopo dieci processi di replicate distillazioni, uno de' quali durò cento e un giorno, eseguiti con attenzione la più scrupolosa, non ha tirato altra terra che quella, che s'era poco a poco leggermente staccata da' vasi durante l'operazione.

XI. Ma se anche non si volesse dar peso all'esperienze del Sig. Lavoisier, io direi, che la Natura trasmuta in acqua qualche altra specie di corpi. Newton medesimo altrove diceva, che l'umido perirebbe successivamente, e interamente si perderebbe, se non vi fosse qualche risorsa. E per verità, se vi fosse in natura la trasmutazione di acqua in terra, sarebbe conforme alla ragione il pensare, che avvi anche un risarcimento. Certamente alcuni degli antichi Filosofi, i quali se mancavano di sperienze, valevano però nel ragionare, e in questo proposito tanto ne potevano sapere, quanto ne sanno oggidì tutti quelli che propongono sistemi di Fisica, senza l'appoggio delle osservazioni, e la dilucidazione de' calcoli, furono quegli antichi di tal opinione. Platone si spiega così: „ Poichè l'acqua (Timèo) concresce in materia solida, in pietra e
„ terra, e quando si scioglie e si attenua, diviene spirito ed aria, e poi-
„ chè l'aria essiccata, diviene fuoco, il fuoco estinto e fatto più cor-
„ pulento, genera l'aria, di nuovo l'aria fatta più grossa concresce in nu-
„ voli e caligini, e queste più compresse si sciolgono in pioggia, e dall'
„ acqua di nuovo si generano le pietre e la terra, e così scambievolmente
„ tutte queste cose comunicandosi per certo circolo le forze, ed i fomenti
„ della generazione, è chiaro, che gli elementi non sono stabili, ma so-
„ no certe affezioni successive della materia, che compariscono sempre
„ nel medesimo modo, così il fuoco non è fuoco, ma un certo igneo,
„ l'acqua non è acqua ma un certo aqueo, ec. ec. " all'opposito la materia è sempre la medesima. Si vede, che sebben questo pezzo rinchiude più di falso che di vero, pure Platone ci dà benissimo ad intendere un certo elaboratorio, col quale la Natura ha dato il fondo di mate-

ria

rai costante, ne trasmuta circolarmente di tempo in tempo, a grado a grado le masse principali, o sia le congregazioni diverse, le une nell' altre con certa legge di compensazione.

XII. Ma vi sono degli altri, i quali deducono la conversione dell' acqua in terra appoggandosi al fatto; essi la deducono dalla diminuzione dell' acqua del mare. Fu questa una quistione molro agitata specialmente in Svezia, ove durò col maggior impegno de' partiti per ben trent' anni; (interpolatamente) persino il Clero credette suo dovere di prendervi cognizione. Malgrado però tanto impegno, e tanta solennità, la quistione resta ancora indecisa. Si può vederne l'origine e il progresso, dal 1730. sino al 1759. nella dotta Memoria del Sig. Ferner, e in una lettera scritta da un Anonimo sopra la stessa memoria, ambe inserite nel Giornale del Sig. Abate Rozier (Luglio 1771.). Per altro esaminando i diversi fatti riferiti nella Memoria del Sig. Ferner, è facile di rimarcare, che il mare guadagna da una parte quello, ch'ei perde dall'altra. Quest' appunto è l' opinione del Chiarissimo Sig. de Buffon, adottata dal dottissimo Sig. Donati nella sua Storia Naturale marina dell' Adriatico.

XIII. Per altro se anche dopo gli esami più maturi de'fatti si dovesse concludere, che il mare oggidì è ridotto dentro men larghi confini, non da ciò subito si potrà dedurre la diminuzione dell' acqua. Si potrebbe dire che l' acqua marina in vece di esser diminuita, si aprì de' larghi vuoti, e dentro penetrò nelle viscere della Terra; si potrebbe dire, che si ricettò nell'aria, ove più esposta alle libere incursioni de' venti, produce maggior copia di pioggia. E chi sa che dai mari vastissimi Australi i venti non abbiano portato sopra la nostra Europa una quantità prodigiosa di quelle acque, nel decorso di secoli, le quali ora porgono più frequent' esercizio alle cause producitrici delle pioggie? Si vedrà nella discussione delle cause particolari riguardanti l' Europa, che questo pensiero non è del tutto vano.

XIV. Ma un facilissimo riflesso mi fa credere, (sia ora l' acqua del Mare minore, o non sia) non darsi mai diminuzione della massa totale dell' acqua di questo globo, sebbene possa restare diminuito il volume. Se l' acqua del globo è un elemento che riceve parti eterogenee, o non è altro, che un ammassamento di dette parti, sia l' una, o l' altra cosa, sciolta dalla superficie del Mare, e de' fiumi, o sprigionata dalle parti solide del continente, e dell' Isole, allorchè sale in alto, si sgombra, è vero, delle più crasse particole, ma poi caduta in terra se ne impregna di nuovo. Quelle acque ancora scaturiscono dalle coste de'Monti, e danno l' origine ai ruscelli, portano seco quantità di parti, come di zolfo, terra, minerali ec., e pello scorrere lungo il letto, deposte le assai crasse, ne rapiscono di più minute. L'acqua del Mare potrebbe diventar meno impura, egli è vero, col decubito.

bito delle materie, ma il fluſſo, e rifluſſo, le procelle i venti preſſochè perpetui, i vulcani, i terremoti, tutti i movimenti che accadono in quelle vaſte pianure, impediſcono il ſedimento delle ſolide parti. Come puoſſi imaginar diminuzione della maſſa totale dell'acqua?

XV. Ma ſiavi finalmente nel Globo la detta diminuzione: nell'ignorazione di tante cauſe, ſarà ella ſicura deduzione; *ſcemata la maſſa totale dell'acqua ſcemarſi le pioggie*? Se la natura ſcema la maſſa dell'acqua chi può vedere il modo, e l'artificio con cui queſto effetto produce? Chi diceſſe all'oppoſito eſſer la diminuzione dell'acqua un effetto dell'aumento, e maggior numero delle pioggie, non ſarebbe la vantata ſperienza de' Chimici un ſufficiente argomento per comprovarlo? Di fatto chi voleſſe conſiderare nell'Atmosfera lo alzarſi dei vapori e delle eſalazioni, la formazion della pioggia, la ſua caduta, il rialzarſi delle particelle di queſta, tutto, come dentro un elaboratorio vaſtiſſimo, quali ſienſi le cauſe moventi, coadunanti, ſcioglienti, potrebbe dire, che ſiccome i Chimici devono replicare le diſtillazioni per vedere la creduta converſione dell'acqua in terra, così la natura impiega le replicate pioggie per produrre il medeſimo effetto.

XVI. Spianati, come ho potuto, gli oſtacoli, che avrebbero impedita la marcia della preſente ricerca, io mi pongo in ſentiero, il quale non ceſſa però d'eſſere ancora ſcabroſo, e difficile. La via dell'oſſervazione, che ſarebbe la breve e ſicura, fu negletta, oſcuriſſima, ed interrotta. Gli antichi, i quali per altro intendevano di quanta importanza ſono le oſſervazioni meteorologiche, non ci laſciarono che una raccolta di vaghe congetture degli anni felici o triſti per l'Agricoltura, e di ſegni indicanti, in diſtanza di ore e di giorni, i venti, i ſereni, le pioggie, le gragnuole, e varj altri cangiamenti dell'aria. Le tenebre de'ſecoli barbari occultarono anche queſti pochi principj della ſoda Meteorologia. L'annua miſura della pioggia, che per lo ſcopo preſente ſi richiederebbe continuata per più ſecoli in varie parti d'Europa, non fu regiſtrata che dopo la metà del proſſimo paſſato ſecolo in Inghilterra, ed in Francia, ma non in ſeguito di molti anni; per lo che non porge che la notizia della miſura media di pioggia, che cade in que'pochi paeſi, le più lunghe ſerie non interrotte di coteſte miſure ſono le due riferite di ſopra, di Parigi, e di Padova. Ma nè pur queſte ſerie, ſebbene le più conſiderabili, baſtano a riſchiarare il noſtro cammino. Il frutto che trar ſe ne può, dopo la notizia della diverſa coſtituzione Meteorologica dei due nominati paeſi, a poco ſi reſtringe (*a*). Le oſſervazioni poi fatte ne' varj luoghi delle altre parti del

(*a*) Tutto quello che ſi può ricavare dalle oſſervazioni, e dai regiſtri di Meteorologia, rapporto alle pioggie, ſi riduce alle ſeguenti Tavolette:

A

della Terra, cominciate verso il medesimo tempo, le quali congiunte alle due serie forse potrebbero apportar qualche lume, o non contengono misura di pioggia, o se pur ne contengono è casuale, di pochi anni solamente utili ad altri oggetti.

XVII. D'uopo è dunque rivolgersi all'indagine di quelle cause, che la ragione può suggerire com'efficaci a produrre in Europa il supposto

Anni di grande pioggia tratti dalla citata Cronica del Sig. Toaldo, ommessi gli ultimi 1762--1774; disposti di tre in tre secoli.

Anni		di Pioggia
262 --- 561		n. 4
562 --- 861		n. 11
862 --- 1161		n. 7
1162 --- 1461		n. 15
1462 --- 1761		n. 27

La pioggia di Padova esibita dal medesimo (Saggio Meteorol., Notizia inserita nel Giornal d'Italia, suoi Giornali Astro-Meteorologici 1773, 1774, 1775) per anni cinquanta non interrotti, dà i seguenti risultati:

Anni	di pioggia
1725 --- 1749	Pol. 834, 26
1750 --- 1774	Pol. 955, 54
Aumento dei venticinque anni posteriori	Pol. 121, 28

Giorni piovosi di Padova avuti dalla cortesia del medesimo Osservatore.

Anni	Giorni piovosi
1725 --- 1749	n. 2530
1750 --- 1774	n. 1901
Aumento dei venticinque anni posteriori,	n. 371

La pioggia di Parigi per anni 72, (Memor. della R. Accad.) come segue:

Anni	Pioggia
1689 --- 1697	Pol. 170, 10 $\frac{1}{4}$
1698 --- 1706	Pol. 160, 3
1707 --- 1715	Pol. 169, 11
1716 --- 1724	Pol. 128, 9
1725 --- 1733	Pol. 125, 4 $\frac{2}{3}$
1734 --- 1742	Pol. 145, 5
1743 --- 1751	Pol. 154, 2
1752 --- 1760	Pol. 173, --

Si vede quì, che gli anni anteriori in somma diedero maggior pioggia dei posteriori. Niente di meno è facile di osservare, che dal quinto novennio inclusivamente sino a tutto l'ottavo, cresce la pioggia rapidamente senza interruzione, ciò che s'accorda coll'aumento della pioggia di Padova. Forse se si avessero i 14 anni che mancano fino al 1774, (sarebbero anni 86) la somma dei 43 anni posteriori sarebbe maggiore. Di fatto, se a Parigi piovè negli ultimi anni estraordinariamente, come in altre parti d'Europa, il che pare attestato abbastanza dalle pubbliche Gazzette, e da altri ragguagli; se si prende di ciascun dei 14 anni mancanti la Pioggia di Padova per quella di Parigi colla diminuzione di quanto colà piovè annualmente di meno, che si può dedurre dal rapporto della pioggia di Parigi a quella di Padova, che sta, (misura media) come Pol. 16, 11 : Pol. 32, 4 $\frac{1}{7}$; si avrà in due somme:

Anni	Pioggia
1689 --- 1731	Pol. 731, 8, 2
1732 --- 1774	Pol. 787, 1, 9
Avanzo di Pioggia di Parigi per anni 43	Pol. 55, 5, 7

posto aumento delle pioggie; nella quale ricerca saranno da considerarsi non solamente le particolari proprie di questa Parte, ma eziandio le generali, che influir possono a produr questo effetto sopra tutta la faccia della Terra; delle quali alcune possono ritrovarsi anche fuori del Globo. Rispetto poi a queste generali cause, io non dubito punto, che non meritino di essere assoggettare all'esame anche quelle fuori del Globo; perchè è omai dimostrato con ogni sorte di Fenomeni che la Fisica Celeste considera essere le parti dell'universo legate con potentissimo vincolo, e perchè so, che oggidì non v'è Fisico rischiarato, il quale non riconosca, che i corpi Celesti agiscono del pari e sul mare, e sull'aria.

XVIII. Tra le cause Celesti, se si fosse la Terra allontanata dal Sole, come qualcheduno dalla minor Parallassi pretende inferirlo, non è dubbio, che sarebbe questa efficacissima causa ad accrescere la quantità della pioggia in forza dell'indi scemato calore. Ma veramente la minor Parallassi o è una differenza tanto piccola quanto può imaginarla il pensiero, o non è cosa reale; perchè se la Parallassi fosse divenuta minore sol di mezzo secondo, la Terra sarebbesi allontanata dal Sole per millioni di miglia, il suo moto annuo sarebbesi rallentato di molto, e a capo d'ogni rivoluzione si avrebbe un numero di giorni notabilmente maggiore di quello che ora determina l'anno, effetto, di cui sino a quì non se ne vide principio. (*b*) Non è dunque da farci fondato momento, ma più è presto d'attribuirsi la ritrovata differenza delle Parallassi alle recenti osservazioni più sottili. Per la medesima ragione non può esser vero all'opposito, che la Terra s'è avvicinata al Sole.

XIX. Ma è fuor di dubbio il progressivo non interrotto avvicinamento dell'Ecclittica all'Equatore. Già è gran tempo, da che gli Astronomi s'accorsero di questo singolar movimento, e gli esatti confronti delle antiche osservazioni colle recenti lo confermarono Di

poi

(*b*) I quadrati de' tempi periodici stanno tra loro, come i cubi delle distanze, o sia in ragion inversa dei cubi delle Parallassi. Per le recenti Osservazioni, cioè del passaggio di Venere 1769, per il Disco Solare, osservato in cinque luoghi rimotissimi della Terra, col più felice successo, la Parallassi del Sole risulta di $8''\frac{1}{2}$. Questa dunque oggidì è la vera Parallassi. Supponiamo, che per lo innanzi fosse la Parallassi del Sole di $9''$; (non ci vuol meno di mezzo secondo per potersene accorgere) l'anno adesso è quello ancora di una volta; (Il Sig De-La Lande l'ha provato, Memor. della R. Accad. 1757, p. 418, 445) dunque, poichè deve stare $\overline{8''\frac{1}{2}}^3 : \overline{9''}^3 :: \overline{363\frac{1}{4}}^2 : x^2$, si avrà $x^2 = 158140$, c. di cui la radice $= 397\ \frac{4}{100}$ sarebbe il numero de' giorni corrispondente all'anno allungato per la maggior lontananza della Terra dedotta dalla Parallassi, minore di mezzo secondo. Se una volta la Parallassi era di $8''$; $\overline{8''\frac{1}{2}}^3 : \overline{8}^3 :: \overline{365\frac{1}{4}}^2 : x^2 = 111225$, la cui radice $= 333$ c.^{a} sarebbe l'anno accorciato.

poi non era difficile di falire alla caufa; e ben conobbero gli Aftronomi, ch'ei dovea effere una confeguenza della ormai riconofciuta per certa univerfale attrazione. Il Sig. Eulero il primo fece conofcere, che l'attrazione dei Pianeti dovea produr quefto effetto. La fottigliezza del calcolo analitico anche giunfe a tanto di far conofcere, che alcune irregolarità di quefto moto fono confeguenze della medefima caufa, perchè prodotte dalla mutazione dell'affe terreftre, che ne dipende

XX. Il grande Aftronomo Sig. De-La-Lande, fiffata l'epoca della prima offervazione duecento anni avanti Gesù Crifto, trova 1', 28" per diminuzione dell'obliquità dell'Ecclittica in ogni fecolo (Aftr. lib. 16.) Il medefimo Aftronomo nel fuo Trattato della Fifica Celefte (Aftr. lib. 22) dà un calcolo molto femplice, ed elegante, dalla cui applicazione, oltre la preceffione degli equinozj, fi potrebbe dedurre anche quefto movimento colle fue poriodiche irregolarità.

XXI Io non infifterò lungamente sforzandomi a provare, che quefta caufa influifce a produrre ful noftro Globo più copiofe e frequenti pioggie; ma giacchè in natura efifte, ed agifce fenza interrompimento, dirò fenza efitare, che dopo un tempo confiderabile produr può un effetto uguale almeno a quello, che avrebbe prodotto ne' primi anni, fe in un iftante tutta fpiegata fi foffe. Imperocchè farà fempre vero l'affioma, che in natura le piccole forze fucceffive accumulandofi, tanto poffono dopo lungo tempo, quanto in un iftante le molte fimultanee, o le grandi ifolate.

XXII. Fiffata l'epoca duecento anni avanti Gesù Crifto, fi ha un avvicinamento di ecclittica all'equatore di 29' in circa. Io credo, che quefta differenza può privare le noftre eftati di qualche porzione di calore, e indurre nelle ftagioni una leggiera indole tendente alla pioggia, e all'umide meteore (c).

(c) Si può cercare, qual fia la porzione di calore che manca oggidì nelle noftre eftati rapporto al tempo di quella fiffata epoca. Quattro elementi il Sig. de Mairan impiega per calcolare il calore dall'eftate all'Inverno; il feno dell'angolo d'incidenza de' raggi Solari, il tratto dell' Atmosfera, per cui devono paffare i detti raggi, la diftanza reale del Sole, la durata del giorno. Egli prende il feno femplice, invece del quadrato del feno, fecondo la correzione fatta nella fua Memoria del 1765., inferita negli Atti della R. Accademia; ma io non faprei ammettere quefta correzione, tuttochè abbia egli fatto dell'efperienze per comprovarla. Se un fafcio di raggi, com'efpone il Sig. Toaldo (Sagg. Meteor. Parte I. in vece di cadere con direzione normale fopra GB, Tav.I fig.I. cade obliquamente fopra GC, è chiaro, che la quantità di raggi GB alla quantità di raggi GC fta, come il feno totale al feno dell'angolo ACG; ma è certo ancora, che l'urto di ciafcun raggio perde di forza in direzione obliqua, è perciò la forza totale del fafcio de' raggi alla forza diminuita ftarà nella medefima ragione, dal che fi può concludere, che il calor totale al calor diminuito fta, come il quadrato del feno tutto al quadrato del feno dell'angolo d'incidenza.

Il fecondo elemento è il tratto dell'Atmosfera. Gli Aftronomi, per ragguagliare la durata dell' Ecclifli di Luna data dal calcolo alla durata vera, fono coftretti di accrefcere il femidiametro del cono d'ombra d'una feffantefima parte, ciò che non può dar meno di legne 24. per l'al-

tez-

XXIII. In oltre lascio considerare, giacchè si tratta di causa che agisce perpetuamente, se un tal avvicinamento, che ritiene la Terra in orbita men obliqua rapporto all'equatore, la forza solare che quindi opera con più d'efficacia sopra il centro di gravità della Terra scemi

tezza dell'Atmosfera capace d'intercettare i raggi del Sole Relativamente a quest'altezza si trovano le altezze oblique col mezzo della figura seconda Tav. I. Sia S il luogo del Sole, di cui sempre sarà nota la distanza ZS dal Zenit; l'angolo ZTS, trascurata la Parallassi del Sole, è uguale all'angolo ZCS, ch'è la declinazione, onde noto sarà PTC, e perciò coll'analogia R: Coseno PTC :: TC (semidiametro della Terra): PT, sarà nota tutta la corda TM; NR è pur nota, perchè uguale al diametro della Terra più l'altezza perpendicolare KR dell'Atmosfera; il rettangolo NRK essendo uguale al rettangolo MRT (per il terzo Lib. d' Eucl.), facendo NR $= a$, RK $= b$, MT $= c$, TR $= x$, si ha $ab = x^2 + cx$, ed $x^2 + cx + \frac{c^2}{4} = \frac{c^2}{4} + ab$, $x = \sqrt{\frac{c^2}{4} + ab} - \frac{c}{2}$. In estate a 45° di Latitudine si troverà x per il tempo antico $\frac{607}{24}$, per oggidì $\frac{286}{15}$.

Per questo calcolo poi non c'è bisogno della distanza del Sole, perchè è la stessa per tutti e due li Solstizj estivi, antico, e moderno.

La lunghezza del giorno non può trascurarsi senza errore trattandosi di cosa così sottile; e si prende il quadrato della lunghezza del giorno, perchè il calore del giorno cresce fino ad un certo termine uniformemente. La lunghezza del giorno del Solstizio estivo antico è, come $\frac{47}{3}$; dell'odierno, come $\frac{929}{60}$; il quadrato del coseno di 21° 1' è, come 0. 871136 per il Solstizio estivo antico; il quadrato del coseno di 21° 32' è, come 0. 865271 per l'odierno Solstizio estivo.

Raccogliendo tutti gli Elementi si avrà; Calor del Solstizio estivo antico a Calor sotto l'Equatore: : 24. Leghe $\left(\frac{47}{3}\right)^2$. 871136: $\frac{607}{24}$ Leghe $(12)^2$. 1000000; Calor del Solstizio estivo odierno a Calor sotto l'Equatore: : 24. Leghe $\left(\frac{929}{60}\right)^2$. 865271 : $\frac{286}{15}$ Leghe $(12)^2$ 1000000; dunque la differenza di questi due calori in parti del calore sotto l'Equatore per un solo giorno, $= \frac{365015070}{10000000000}$. Ma questa differenza dev' esser sensibile almeno per quindeci giorni avanti, e quindeci dopo il Solstizio. Se si moltiplicasse questa differenza per 30 non risulterebbe un prodotto proporzionato al vero cumulo del calore, perchè in quella stagione il calore cresce quasi in ragion duplicata del numero di giorni. Ma, per non eccedere, supponiamo, ch' ei cresca in ragion media tra la semplice e la duplicata; si dovrà dunque moltiplicare per $30 \sqrt{30} = 165$, c^a. la suddetta differenza di un giorno, e si avrà 6. 0375986550. Se la frazione è considerata in parti di grado, il discapito dell' estivo calore sarebbe di circa 6 gradi per tutti i paesi situati d'intorno alla Latitudine di 45°; molto più sarebbe sensibile per i paesi di maggior latitudine.

Ma bisogna sottrarvi il cumulo di calore acquistato in Inverno, poichè resta in dietro il Sole dal suo antico sito del Solstizio Invernale. Secondo il metodo sopra esposto, io trovai l'aumento per un giorno, corretto col rapporto del calore di estate a quello d' Inverno dato dal Termometro del Sig. Amontons per Padova (Toaldo, Sagg. Meteor. P. I.) come 53 : 47, corretto dissi, o sia cresciuto il calor d' Inverno, lo trovai per un giorno, $=$ 0. 324490722, a cui si può aggiungere $\frac{1}{15}$ per la vicinanza del Sole, il quale dista dall' estate all' Inverno : : 31 : 30; così l'aumento di un solo giorno d' Inverno $=$ 0. 346123437. Per aver l'aumento di un mese basterà moltiplicare questa quantità per 30, perchè in quella stagione il calor non si accumula da un giorno all'altro, come in estate, ma anzi se ne perde. Si avrà dunque per tutto un mese d' Inverno intorno il Solstizio solamente 10383703110, onde il discapito di calore in estate resterà, 4. 9992283440; possiamo suppor cinque gradi.

ſcemi, o no il peſo dell'aria, e l'uſcita de' vapori e dell'eſalazioni abbia ad eſſere in conſeguenza più libera, più copioſa, e più frequente la pioggia. Almeno ſi vorrà concedere, che ſe queſta cauſa da per ſe ſola non può alcuna coſa, potrà unirſi ad ingrandire l'efficacia dell'altre cauſe che ſcopriremo. (*d*)

B 2 XXIV.

(*d*) Si può rimarcare nella Tavola della pioggia del Sig. Toaldo (Sagg. Meteor.), e nella ſua riferita Cronica, che gli anni di pioggia per lo più accadono allorchè il Perigèo della Luna è nei ſegni Equinoziali, ciò che indica, avvenire un tal effetto, perchè allora l'aria è univerſalmente più ſollevata riſpetto a tutto il Globo Atmosferico.

Ho voluto eſplorare, (piuttoſto per eſercizio che per iſperanza di gran riſultato) quanto l'aria reſti più ſollevata, dopo la diminuzione dell'obbliquità dell'Ecclittica, dall'azione del Sole, e della Luna. Sia (Fig. 3. Tav. I.) TRQ la Terra, ES l'arco di Meridiano, per cui ſi concepiſce, che il Sole aſcenda da un Solſtizio ad un Equinozio riſpetto ad un abitatore ſopra un paeſe d'intorno la linea. Se il Sole in vece di agire ſopra il centro della Terra per EC, agiſce per CS, la forza totale ſi decompone ſecondo SN CN o CM e CN, coſeno, e ſeno della declinazione del Sole S. Rimane la ſola forza ſecondo il coſeno CM atta a ſollevar l'aria ſopra il mezzo della Terra T; l'altra forza ſecondo il Seno CN non vi contribuiſce punto, perchè ſe ſi decompone ſecondo CK, e KN, decompoſta poſcia anche CK in CT, e TK, poichè KN verrà diſtrutta da CT che l'è uguale, reſta la ſola TK, o CN in quella direzione, come prima.

Gli archi creſcenti di ſecondo in ſecondo di tempo dall'Equinozio al Solſtizio, per il tempo antico ſono maggiori che per oggidì; da ciò ſi poſſono dedurre due ſerie, che daranno l'aumento di forza ricercato. Si nomini x l'arco percorſo in un ſecondo di tempo, ſi avrà queſta ſerie per il cumulo delle forze eſercitate ſucceſſivamente dal ſole ſopra il centro C della gravità Terreſtre combinata con la rotazione diurna, o ſia con la forza centrifuga: $\text{Coſeno}.\, x + \text{Coſeno}.\, 2x + \text{Coſeno}.\, 3x + \text{Coſeno}.\, 4x + \text{- - - - - -} + \text{Coſeno}.\, nx$. Differenziando ſi avrà $- dx\, \text{Seno}\, x - 2\, dx\, \text{Seno}.\, 2x - 3\, dx\, \text{Seno}.\, 3x - ndx\, \text{Seno}.\, nx = - dx\, (\text{Seno}\, x + \text{Seno}.\, 2x + \text{Seno}.\, 3x + \text{- - - -} + \text{Seno}.\, nx)$. $\text{Seno}.\, 2x = 2\, \text{Seno}\, x.\ \text{Coſeno}\, x = 2\, \text{Seno}\, x$, perchè $\text{Coſeno}\, x$, $\text{Coſeno}^2 x$, $\text{Coſeno}^3 x$, ec., ec. fino ad un gran numero di termini, ciaſcun $= 1$, a cagione della piccolezza infinita dell'arco x. $\text{Seno}.\, 3x = \text{Seno}.\, 2x\, \text{Coſeno}.\, x + \text{Seno}.\, x\, \text{Coſeno}.\, 2x = 2\, \text{Seno}\, x\, \text{Coſeno}^2 x + \text{Seno}\, x\, \text{Coſeno}^2 x - \text{Seno}^3 x = 3\, \text{Seno}\, x$, perchè $\text{Seno}^3 x = 0$, a cagione dell'eſtrema ſua piccolezza. Così ſi troverà $\text{Seno}.\, 4x = 4\, \text{Seno}\, x$, ec., ec., ec. Laonde la ſerie diventa $-(1 + 4 + 9 + 16 \text{- - - - - -} + n^2)\, \text{Seno}\, x.\, dx = -\left(\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}\right) \text{Seno}\, x.\, dx$, di cui l'integrale $= \left(\frac{2n^3 + 3n^2\; n}{6}\right) \text{Coſeno}\, x$. Dunque ſe ſta la forza totale alla forza obliqua, e. gr. quella da E in C a quella da S in C, come EC o SC : SN; ſarà la ſomma di tutte le azioni dall'Equinozio al Solſtizio preſe di ſecondo in ſecondo di tempo alla ſomma di tutte le azioni totali durante il medeſimo tempo, come $\left(\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}\right) \text{Coſeno}\, x : n :: \left(\frac{2n^2 + 3n + 1}{6}\right) \text{Coſeno}\, x : 1$. Non è d'uopo, che di evalutare Coſeno x per il tempo antico, e per l'odierno. Anticamente x, ducento anni avanti Gesù Criſto, era $= \frac{1}{91'' \frac{3}{8}}$, oggi $= \frac{1}{93'' \frac{7}{24}}$. La formola per trovare il Coſeno è $\text{Coſeno}\, 90^{\circ} \frac{1}{m} = 1 - \frac{c^2}{2m^2} + \frac{c^2}{2.3.4m^4} - \frac{c^6}{2.3.4.5.6m^6} + \text{ec.}$ ma nel caſo noſtro baſtano i due primi termini. Calcolan-

do-

XXIV. Dopo la diminuzione dell' obliquità dell' Ecclittica, se fra le cause celesti cooperatrici all'aumento delle pioggie volesse alcuno annoverare gli aspetti de' Pianeti, e le macchie solari, (*e*) oltre che varj Filosofi ne fanno uso per ispiegare gl'influssi freddi di certi inverni, non introdurrà cose chimeriche, gli uni attraendo l'aria, le altre ammorzando alquanto il calore del sole, il che viene manifestato dalla sensibile diminuzione della luce, vogliasi questa emanata da quell'astro, o suscitata dalle gagliarde percosse della sua ignita materia nell'etere. Per combinar poi l'azione di queste cause, potrebbe dire, che sebbene accadono di tempo in tempo, vale la forza loro con le cause simultanee, e perpetue congiunta, la quale anzichè periodicamente distruggersi, passa in parte ad ingrandir l'efficacia di quelle,

do risulta per il tempo antico Coseno $x = 0.99999999599909859$, per l'oggidì $= 0.99999999999999864$, sarà la differenza $= 0.00000000000000005$. Dunque oggidì l'aumento di forza per la quarta parte di un anno, $= \left(\frac{2n^2 + 3n + 1}{6}\right) 0.00000000000000005$, e per un secondo di tempo, $= \left(\frac{2n^2 + 3n + 1}{6.n}\right) 0.00000000000000005 =$

$0.000000000013148740 = \frac{1}{7605291457}\left(n = 7889235^{\text{secondi}}\right)$. Ma, se il Sole agisce alla distanza ET, la forza dee crescere in ragion inversa del quadrato della distanza stessa; e sta CE : TE :: 24307 : 24306, c.[a] perciò la forza cresciuta sarà, $= \frac{1}{7605291457}\left(\frac{24307}{24306}\right)^2 = \frac{12001}{(12000)\,7605921457}$. La Luna secondo il Calcolo del Sig. Bernoulli dee produrre $2\frac{1}{2}$, se il Sole produce 1; onde la forza di aumento per un secondo di tempo alla superficie della Terra sotto all' Equatore sarà $= \frac{30002}{(12000)7605291457} = \frac{1}{2172940416}$. Veramente l'aumento è piccolo; ma mi si permetta di riflettere, che se anche fosse più piccolo, non sarebbe da trascurarsi, e perchè agisce perpetuamente, senza interrompimento, e perchè è una parte di quella gran forza del Sole, che a questa distanza anima, e move il peso enorme della Terra, la di cui orbita non è mai stata sensibilmente alterata, neppur dal passaggio di grandi, e vicine Comete.

In conseguenza di questa dimostrazione bisogna levare una difficoltà. Dalle osservazioni è manifestato, che il peso dell'aria va crescendo; effetto diverso alcun direbbe, da quello che si pretende. Il peso dell'aria dato dalle osservazioni, indica forse lo stato dell'Atmosfera fino alla regione soltanto delle Meteore, come lo pretende il Sig. di *Mairan*; la sollevazione cagionata dal Sole, e dalla Luna, affetta tutta l'Atmosfera senza un certo tal qual qual limite; e il peso dell'aria dato dalle osservazioni sarebbe maggiore ancora senza il dimostrato aumento di forze; in oltre l'osservazione nostra abbraccia solo lo spazio dei 50 ultimi anni.

(*e*) Le macchie Solari del 1611, anno nel quale il P. Scheiner le ha osservate per la prima volta, ch'erano frequenti, durarono sempre fino al 650 in buon numero; da questo anno fino al 1670 non se ne videro che due; dal 1695 fino al 1700, niuna; da questo anno fino 1710 frequenti; cessano un poco negli anni 1711, 1712, 1713; ma dopo questo anno non vi fu mai d'interrompimento, le macchie furono sempre frequenti; particolarmente dal 1749 fino all'anno presente non fu mai veduto il Sole senza macchie. Il Sig. De la *Lande*, dalla cui Astronomia è tratta questa notizia (Liv. XX. p. 390) lo attesta per quelle vedute fino al 1771; negli ultimi prossimi anni se ne videro anche quì. Dunque in pieno si vede, che il secolo nostro abbondò di macchie Solari più del prossimo passato.

e, come appunto l'arie frefche fubitanee refpirate in dolci ftagioni, benchè in diftanza di fettimane e di mefi, accrefcono la naturale pituita, e producono un' indole affai più catarrofa che innanzi, in coloro che ne fono affetti.

XXV. Finalmente non negherei, che le Comete in quefto fecolo tanto frequenti, delle quali alcune paffarono vicine alla Terra, difcendendo dal loro Afelio, non negherei dico, che non aveffero depofto, e mefcolato con l'aria dei loro denfi vapori (*f*).

XXVI. Sono quefte le caufe generali, quali fo vedere fuori del globo noftro, atte a portar aumento di pioggia. Non fi potrà, lo confeffo, determinarne la loro potenza, ma è certo, ch' efiftendo in natura non poffono andare oziofe; e che per ifcarfa che fia la loro efficacia, effendoci ignoto a qual grado ella poffa effer giunta nel decorfo de' fecoli, ficcome non farebbero ftate da tacerfi altre caufe contrarie al mio fcopo, fe ce ne foffero, così nè pur quefte doveano lafciarfi in filenzio.

XXVII. Paffiamo ad efaminare, fe vi fono Caufe generali nel Globo capàci di produrre aumento di pioggie. Se non erro mi fembra di ravvifarne. La più efficace io credo effere il freddo univerfalmente crefciuto a' giorni noftri rifpetto a' fecoli paffati. Io poi confidero il freddo, come caufa del Globo; perchè la fua impreffione provandofi in Terra, ed effendo incerto, fe più le influenze Celefti, o più l'emanazioni, e le forze Terreftri concorrono a produrlo, non faprei, ove meglio collocar la fua origine.

XXVIII. Addietro accennai fenza prova effere il freddo una delle caufe di pioggie; ed ora pur mi difpenferò da una formale dimoftrazione. Certamente il freddo, che nafce da' fali, e nitri, dee unire le parti umide, o pure in fentenza di alcuni, i fali, e i nitri attirano le particelle ignee, e l'umida materia più agevolmente può cadere in pioggia. Ma fenz' andar più innanzi, l'efperienza di tanti fecoli fola bafta a provarlo; le pioggie più frequenti, e generali cadono nella fredda ftagione, e nelle medie. Le rugiade pur fono più copiofe, quando la ftagion fi rinfrefca.

XXIX. Che il grado di freddo di quefto fecolo fia maggiore di quello de' paffati fecoli, primieramente, fenza che lo infinui l' addotta diminuzione dell'Ecclittica, del fuo aumento, abbiamo indizj ancora più

(*f*) Le Comete comparfe, e calcolate in quefto fecolo fono 30, comprefa quella fcoperta a Parigi, 1. Aprile 1771, (Connoiffance de Tems, 1773) più del triplo di tutte quelle, che comparvero, e furono calcolate dall' anno 817 fino al 1771, le quali afcendono al numero di 70 (Sig. De-La-Lande Aftr. Lib.XIX. p.366.). E' vero che ne paffano molte, che noi non vediamo, ma quelle o non fono le più vicine, o fono affai piccole, onde fcarfa è la loro impreffione. Si potrebbe imaginare, che tante ne paffano d'invifibili, quando paffano in gran numero quelle che fi offervano, che quando di tali ne comparifcono in piccol numero; onde o piccola, o grande averfi comune la loro efficacia.

più forti, che la mancanza di quel poco calore. L'Aurore Boreáli, ch' erano assai rare dal 1622. fino al 1716., e da quest'anno frequenti anche ne' Climi nostri meno frigidi ne sono un'indizio, e una causa. (g) Che le Aurore Boreali sieno cagione di freddo, il Veidlero tra le cause del rigido Inverno 1729. annovera la replicata loro comparsa; il Sig. Beighton (Trans. Filos. n. 448.) stabilisce come regola, che dopo la loro comparsa seguono gagliardissimi venti. E veramente ragionevole si è il credere, che in alto attirino dalla superficie Terrestre il fuoco coll'assorbire gli efluvj sulfurei, e le altre ignite materie che vannosi raccogliendo nel loro centro. A questo indizio corrispondono in qualche modo anche i fatti. Nella Storia (Att. Lips. 1740.) sono numerati dal secolo quarto di Cristo quaranta Inverni singolari per il freddo. Due ne furono in questo secolo prima della metà, universali e celebri, 1709. 1740. Ma ve ne furono degli altri, sebbene meno estesi, ugualmente rigidi, tali che poterono far lamentar le Provincie di cosa come insolita. Nel 1734. 1738. se ne querelò l'Olanda; nel 1749. la Frisia e la Grecia; nel 1750. l'Austria, la Boemia, e Pietroburgo; nel 1755. la Lombardia, la Venezia; nel 1766., 1768. la Francia, ove si gelarono i fiumi senza esempio; nel 1770. la Lombardia, e la Venezia di nuovo; senza numerare quelli, che le pubbliche Gazzette riferirono essere stati sperimentati nella Cina, e in America nello spazio di questi ultimi anni. (*h*)

XXX. All'appoggio di questo pensiero viene anche la *Tavola del Caldo e del Freddo* esposta del Sig. Toaldo nel suo Saggio Meteorologico. Essa Tavola contiene anni quaranta non interrotti, 1725--1764. Si vede in quella, che ne primi venti anni regnò l'eccesso di caldo sopra il freddo (eccettuati anni due) in serie però decrescente, fuorchè negli anni 1729--1734, che vi fu un pò di alzamento: giunto il caldo alla

(g) Si può vedere una lunga Tavola di Aurore Boreali e nel Trattato del Sig. de di Mairan, e nell'opera Meteorologica del P. Cotte, che l'ha copiata da quello (Lib. III. c. 235) la qual Tavola mostra, che il loro numero specialmente dal 1622 fino al 1734, ove termina, va sempre crêscendo.

(*h*) Un Anonimo (Giornal. del Sig. Ab. Rozier, Aprile 1774) in una Dissertazione sopra il calore dei Climi, asserisce coll'autorità di Diodoro Siculo, di Cesare, Dion Cassio, Virgilio, Orazio, e d'altri Scrittori, che il freddo in Europa anticamente era molto più vivo, e che i fiumi vi si gelavano a segno di potervi far passare di sopra l'armate con i loro bagaglj. Io non nego questo; ma era da osservare, che i medesimi Autori parlano anche di grandi caldi, che ora non si provano; e che finalmente con tutta la celebrità che si dà all'antico freddo, non sono che quaranta gl'Inverni singolari notati nella Storia, due de' quali estesi quasi da pertutto accaderono prima della metà del presente secolo, siccome notai, ed era pur da osservare, che alcuni altri Inverni di non poca estensione vi furono in questo secolo sparsi per diverse parti di Europa, e del resto del Mondo; de' quali ne furono di capaci di far gelare anche i fiumi, tali come il 1766 e 1768 in *Francia*, il 1755 in Lombardia e nella Venezia ove gelò la Laguna ed i *Rii*, a tal, come riferisce il Sig. Temanza (Sagg. Meteor. Toaldo P. II.) che vi passarono sopra le genti cariche, con animali, ec., e vi si fecero anche delle *Feste di Ballo*. Dal che io credo, che si possa dedurre, che l'indole generale dell'intiero anno in questo secolo sia più presto inclinante al freddo che al caldo rispetto a' secoli passati, per l'impressione lasciata dagl' Inverni crudi, ora più frequenti; e questo è ciò, che io intendo, quando parlo di aumento di freddo, come spiegherò meglio in una nota seguente.

alla metà degli anni cangiossi a guisa dei rami delle curve in negativo, cioè in eccesso di freddo, il quale vi si mantenne in tutti que' venti anni posteriori (eccettuati anni pur due) sempre crescente di anno in anno, fuorchè ne' cinque anni ultimi, ne' quali (sempre il freddo però avanzando sopra il caldo) parve come prendesse sosta, per farsi maggiore di prima per tutti li susseguenti 1765-1772., come ci fa sapere il testè citato Autore nella nominata sua Introduzione alle *Nuove Tavole della Marea, e del Barometro.* (*i*)

XXXI. Finalmente una causa efficace dell'aumento di freddo pare la coltura delle Terre, ora molto più diffusa, che ne' secoli passati, specialmente in Europa, America, e in qualche parte dell'Asia, La terra contiene dentro il suo seno molto di umido, che s'incontra a poca profondità, il che si arguisce anche dal seder che si fa talvolta sul nudo terreno, il quale pur ne tramanda in asciutta stagione; l'umido per l'esperienze de' Chimici, particolarmente del Sig. Marggraf, contiene del Sale, e dei nitri; perciò la sovversioue dei terreni necessaria per la coltura cagionando l'inalzamento dell'umido in aria, ad un tempo stesso cagione della dispersione di tanti sali, e di tanti nitri, che si dispergono per la di lui soluzione. (*l*)

XXII.

(*i*) L'andamento della diminuzione del caldo, o pur dell'aumento di freddo si può vedere in questa Tavola d'anni 50, secondo le due scale de' Sigg. Poleni, e Reaumur, qual ebbi dalla cortesia del Sig. Abate Toaldo.

Anni		Scal. Poleni	Scal Reaum.
1725	1730	50. 16	14. 38
1731	1736	50. 12	14. 18
1737	1742	49. 91	13. 20
1743	1748	49. 87	13. 00
1749	1754	49. 71	12. 20
1755	1760	49. 77	12. 45
1761	1769	49. 57	11. 50
1770	1774	49. 33	10. 25

Il P. Cotte nella citata sua Opera fa rimarcare l'aumeoto di freddo in questi ultimi anni anche in Francia.

(*l*) Corre nonostante l'opinione fra molti, che ora l'estati sieno men calde bensì, ma gl'Inverni men freddi, onde si venga ad avere un compenso. Il Sig. Williamson, dotto Accademico di Filadelfia, (Giornal del Sig. Ab. Rozier, Giugno 1773) parlando del cangiamento di Clima in Pensylvania, e in altri paesi dell'America settentrionale ne adduce ragione. Ei pensa, che la destruzione de' boschi delle montagne, e delle pianure sia cagione, che in estate più libera spirando l'aria dall'alto della fresca Atmosfera per occupare al basso il luogo della più rarefatta dal calore, ch'è pur libera, il continuo ventilare che indi ne segue, mitighi notabilmente il bollore. E rapporto all'Inverno ei giudica, che i raggi Solari riflettuti in maggior copia dalla superficie Terrestre meno interrotta in grazia della coltura, mitighino sensibilmente il rigore del freddo.

Io non negherei, che questa spiegazione non potesse aver luogo, posto vero il fatto; (e forse sarà vero in qualche senso in America) ma io credo, che in ciò vi sia dell'illusione. Primieramente senza badare agl'Inverni più crudi, perchè furono sempre, e sono in minor numero, si bada al maggior numero degl'Inverni, che riescono un pò men acuti (ora forse in grazia delle cause addotte dal Sig. Williamson); in secondo luogo la mitigazione di caldo di estate, e di freddo d'Inverno si prende in senso di Equilibrio, quasi che quanto si scapita di caldo, tanto lo si acquisti per minor freddo. L'Equilibrio, o sia il consenso succederebbe, se non vi fosse altra causa che la distruzioue de' boschi. Ma se dalla sovversione dei terreni prodotta dalla coltura escono delle materie frigorifiche, avrà egli luogo il preteso equilibrio? Finghiamo

e. gr.

XXXII. Dubito, ſe abbiaſi a conſiderare per altra cauſa generale del Globo un certo continovo interno commovimento della macchina Terreſtre, particolare in queſto ſecolo, che ſembra indicato abbaſtanza dalla direzione dell'ago calamitato, che varia di anno in anno, da paeſe a paeſe?

XXXIII. Se ciò eſiſte, neceſſariamente ne ſegue, che le parti interiori della Terra commovendoſi, e vacillando in certo modo, per cangiar di luogo, nuove vie quindi debbono aprirſi anche verſo la ſuperficie, e fuori più prontamente ſgorgarne il fuoco elettrico, oppure, ſe non vuolſi queſto per principale ſtrumento delle Meteore, gli efluvj terreni debbono indi uſcire in copia maggiore, e più di frequente ad accreſcere gli elementi delle pioggie.

XXXIV. Ma ormai ſi cerchino le cauſe particolari riſguardanti l'Europa. M'è ignoto, ſe negli antichi tempi dopo i Terremoti ſeguiſſero anni di pioggie dirotte, e d'inondazioni; ma ſe quel commovimento interno del Globo indicato dalla Buſſola può accreſcere la quantità dei vapori, e delle eſalazioni che ſi diſpergono per l'aria, molto più lo poſſono i Terremoti, e quaſi preſtano il medeſimo effetto che preſta la ſovverſione dei terreni Laonde il Terremoto di Lisbona nel 1755, che fece ivi tanto rumore, e fracaſſo, e che potè forſe promuovere le ſcoſſe ſentite da poi in altri paeſi, come in Toſcana, ed in Lombardia, e il quale non ſembra per anco ben ſedato, perchè non può eſſere una cauſa particolare, almeno per le parti Meridionali dell'Europa di nuov' aggiunta agli elementi pluviali? E quì cade in acconcio di rimarcare, che il freddo, la gravità dell'aria, la quantità della pioggia, ſecondo le oſſervazioni di Padova, hanno avuto aumento ſpecialmente dopo quell'anno.

XXXV. Ma ſebbene queſta cauſa ceſſaſſe o niente valeſſe, o nè pur eſiſteſſero le altre generali, l'Europa ne ha due dentro il ſuo ſeno, le quali mi ſembrano capaci di produrre l'aumento di pioggia, che ora ſi cerca di dimoſtrare. Conſiſte una cauſa nella ſituazione di que-

e. gr., che ſenza la materia frigorifica di nuovo uſcita, quanti ſono i giorni di caldo in eſtate ſegnati dalle altezze Termometriche lentamente creſcenti, e poi decreſcenti ſopra il zero, tanti ſieno i giorni di freddo ſegnati dalle altezze Termometriche lentamente creſcenti, e calanti, ſotto il zero; ſe in queſto ſtato di equilibrio ſi concepiſca diffuſa la materia frigorifica, la quale occuperà tutto l'anno, certo è che, il liquor del Termometro in capo all'anno ſi troverà eſſere ſtato più giorni ſotto che ſopra il zero, perchè le piccole diſceſe vicine al zero dovranno andarne più al baſſo, e le piccole altezze vicine al medeſimo zero dovranno arreſtarſi di ſotto; dal che ſi dovrà concludere, che l'indole del freddo è maggiore. Queſto è ciò, che intendo per aumento di freddo, e queſto è ciò, che indica la citata Tavola, nella quale dopo il 1714 quegli anni che ſarebbero creduti temperati per la mite eſtate, e il tolerabile Inverno, diedero eccesſo di freddo, e quello forſe che non ſi crederebbe, l'anno proſſimo ſcorſo 1774 diede eceſſo di freddo. (Giornal Aſtro Meteorologico preſſo il Bettinelli, Venezia, per 1775). Queſta è quell'indole generale di freddo, che diviene una cauſa ſempre più potente per produrre le pioggie; la quale forſe (io non nego aſſolutamente) ai tempi noſtri un po' meno inſieriſce in Inverno, perchè ſi dilata per tutto l'anno, ma inganna con apparenza di temperate ſtagioni li ſenſi, e l'opinione degli uomini, e quello ch'è peggio, danneggia alla produzione dei terreni,

questa Parte, conformità e natura de' suoi componenti; l'altra consiste nella cresciuta coltivazione dei terreni; dalla qual seconda causa si possono dedurre altre conseguenze, oltre l'emanazione delle particole frigorifiche, emanata per causa generale di tutto il Globo.

XXXVI. L'Europa ch'è la più piccola parte di Mondo cognito contiene dei monti, e dei fiumi il doppio di quello contengano le tre altre parti insieme, il che facile n'è di riscontrare nelle Carte de' Geografi. La sua posizione dai trenta gradi di Latitudine sino al Polo; i Venti che a cagione della moltiplicità de' piani circondati dalle Montagne in figura di larghe valli vi spirano gagliardamente; tutte queste combinazioni, e circostanze particolari la rendono più soggetta, che il rimanente della Terra alle umide Meteore. Ecco dunque un fonte di pioggie, che debb'esser cresciuto, e crescerà nel decorso di qualche secolo. Imperciocchè venendo corrose le cime de' monti dal replicato grondar delle pioggie, e divise le parti contigue sottoposte da' rivoletti d'intorno quelle formatisi, onde si apron di poi, e si moltiplicano nuove origini alli torrenti, e alli fiumi, e per le spaccature delle crollate rupi, che di tempo in tempo si distaccano, le acque allargandosi le precipitose vie, quali conduttori di cateratte sino al fondo delle basse valli, ove s'inabissano; da tutto ciò è agevol comprendere che ora assai più che innanzi si accrescerà lo scarico delle torbide acque con maggior copia di sabbia, di limo, e di pietre. Quindi avvenir dee, che alzati gli alvei dall'antico loro fondo si spandano le acque per ogni parte, le quali sebbene di tratto in tratto vengano forzate dall'industria a contenersi dentro le sponde incalmate, nel breve spazio di pochi anni fatte ancora più turgide, e più pesanti, rompono finalmente i ripari (ostacoli meschinissimi a sì potente cagione!) e restano affogate le infelicissime ville, e a questo termine par, che ora vi siamo giunti. Indi effetto necessario ne segue, che, o lentamente le acque scolando, o rese stagnanti, vengono depredate dalla forza del Sole, de' Venti, del fuoco Elettrico, e l'Atmosfera in più breve tempo si carica di quell'ammasso di vapori, e di esalazioni, che giunto le sarebbe più tardi, o non avrebbe ricevuto, che in parte. Così si aggiungono inondazioni ad inondazioni anzi che il fondo si scopra dei bassi piani.

XXXVII. Queste inondazioni funeste, che una volta di rado accadevano, ora divengono più frequenti anche ne' tempi mediocremente piovosi, perchè i fiumi, come ognun vede, minor copia d'acqua contengono, e perchè le sorgenti in grazia delle cresciute pioggie son più copiose anche in tempo sereno. So che in molte pianure di Lombardia, allorchè supponiamo che le pioggie fossero minori, correvano liberamente i torrenti ed i fiumi; ma que' tratti erano piuttosto pa-

ludi piene di cefpugli, ove l'umido s'attaccava, che inondazioni, come oggidì, più fcoperte, efpofte al libero foffiare de' Venti, e alle altre caufe depredàtrici dei vapori; poi non è folamente un fecolo che ne fu fatta la riduzione; quelle pianure occupano un piccolo tratto d'Europa, e l'inondazione de' fiumi non è la fola caufa dell'aumento delle pioggie.

XXXVIII. Si può riflettere ancora, che in qualunque tempo di poca o di molta pioggia, l'acqua caduta è più pronta a lafciarfi di nuovo rapire nell'aria, perchè i terreni in moltiffimi luoghi divenuti fabionofi per le precedenti inondazioni, non poffono a cagione de' larghi, e numerofi interftizj acquiftati contenerla a lungo, ficcome una volta, che abbondando allora di vifcidume la tenevano imprigionata, e avaramente la difpenfavano.

XXXIX. In oltre io credo, che non fi poffa lafciare fenza confiderazione la forza maggiore e la frequenza, con la quale fpirano i Venti Boreali in Europa dopo che per forza delle pioggie di tanti fecoli le cime de' monti reftarono accorciate. Non fi può dubitare, che quei Venti non debbano menare un nuovo ftrato di aria carico di parti frigorifiche, il quale per poco voluminofo che fia, contribuirà fempre ad accrefcere il freddo, e mitigar i bollori del caldo. Ma lo ftrato d'aria non farà sì poco voluminofo, che non debba meritare rifleffo; perchè fe vorremo fiffare un Epoca e. gr. di due foli mille anni, dalla quale i monti cominciarono ad abbaffarfi e. gr. di una fola linea per anno, noi avremo un volume d'aria di 14 piedi di altezza in circa; volume che non avremmo mai avuto fenza l'abbaffamento delle cime de' monti, fendoche i Venti Boreali fpirano dall'alto al baffo; o almeno avrebbe ofcillato quel volume da una cofta all'altra delle montagne fino ad eftinguerfi, o con molto ritardo a trovare altra direzione. (*m*) XL.

(m) Per ifpiegare in qualche maniera quella maggior efficacia, che hanno acquiftato i venti Boreali dopo l'accorciamento delle cime de' monti fi potrebbe fervirfi, fe non erro, di quefto metodo.

E' certo che i venti Boreali non foffiano orizontalmente, ma dall'alto al baffo. Sarà dunque la direzione dell'urto che ne proviamo, come la diagonale di un rettangolo. Si trovi il lato perpendicolare all'orizonte, che non potrà effere efpreffo fe non per mezzo del Barometro; fi trovi il grado di forza di un qualche vento Boreale, fi cerchi la differenza di altezza del Mercurio fopra la media generale in quel tempo, che il vento Boreale foffia, per rilevarne il pefo dell'aria. La media altezza del Barometro fpirando il Nord-Eft, come ho trovato nel Giornale Meteorologico del Chiar. Sig. Temanza, (Sagg. Meteor. Toaldo, P. II.) è di Pollicj 28 ... c.[a], la media generale, cioè di tutto l'anno, di Pollici 27. 11 - . Per trovare la forza del Nord-Eft mi appigliai ad un modo, che, mi pare affai femplice, e naturale, fondato fu quefto principio. In natura tutte le cofe, che fono giunte ad un certo colmo, quando fe ne fcaricano, fpiegano il maggior vigore, la maggior forza fubito, poi rallentano l'impeto gradatamente fino all'eftinzione. Dunque avendo io notato tutte le continuazioni di più giorni, ne' quali fpirò il Nord-Eft, ho prefo per gradi di forza del foffiare del primo giorno il numero de' giorni dell'intiera durata, o fia della continuazione del vento; e. gr. fe il Nord-Eft durò 11 giorni, per il primo giorno ho prefo 11; per il fecondo ho minuito il numero di un'unità, per il terzo di due unità,

XL. So che mi si potrebbe obbiettare, che quanto le pioggie portano via dalle cime de' monti, tanto vi aggiungono i medesimi Venti, ed anche l'aria stessa essendo talor quieta vi depone; ma il risarcimento non è uguale alla perdita. Imperocchè quanto all'aria, rarissime volte si trova quieta, ed ha un lento moto diretto a qualche parte, onde le minute particole devono cadere in maggior copia al basso. Quanto ai Venti aggiungono, e portano via.

XLI. Posso anche aggiungere un fatto. Dietro a certi monti subalpini del Vicentino, presso Marostica in una villa nominata *Rovere-do Alto* v' è una casa situata profondamente alla parte di Tramontana, la quale ha pure un monte ben alto in poca distanza, che le toglie il Ponente, e più discosti vi sono degli altri monti, che le tolgono la Tramontana, e il Levante. Quella casa per asserzione dei Vecchi abitanti di quella contrada da me uditi più volte, e per asserzione del padrone che parla per tradizione de' suoi maggiori, verso il fine del prossimo passato secolo ne' giorni del Solstizio d' Inverno

unità, ec, ec, o sia nell'esempio 10, 9, ec, ec; sommando tutti i numeri, e dividendo per il numero intiero de' giorni, nel nostro esempio per 11, risulta la forza media, o sia 6. Colla replica di questa operazione per le altre durate del detto vento, accadute in diversi tempi di tutto un'anno, risultarono varie forze medie; ho sommato anche queste, ed ho diviso la loro somma per il loro numero, e risultò la forza media delle medie $3\frac{1}{3}$. Questo numero $3\frac{1}{3}$ è indeterminato, e può esprimere gradi, urti, momenti, ec, basterà ridurlo alla specie di quel numero, ch' esprimerà il peso dell' aria.

Burchero de Solder (Quæst. Acad. de Aeris gravitate, Thes. 48.) ha trovato il peso di un piede cubico d'aria di un'oncia e venti sette grani, o sia di grani 507; il qual numero potrà corrispondere alla media altezza del Barometro ch'è di Pollici 27. 11. Dunque 27. 11 : 28. - -, o pure $335 : 336 :: 507 : x = 509$ c.ª, peso di un piede cubico d' aria soffiando il Nord-Est. Supponiamo, che $3\frac{1}{3}$ che agisce per diagonale esprima de' piedi cubici d'aria; si avrà $1 : 3\frac{1}{3}$, o pure $3 : 10 :: 509 : y = 1697$: Sia (Fig. 4. Tav. I.) HO l'Orizonte, MCN un monte, AB rappresenti il numero $3\frac{1}{3}$, $AC = 1$; si avrà quest' altra analogia $1697 : 509 :: R :$ Coseno CAB, e si trroverà l'angolo $CAB = 72^{\circ}, 33'$. L'angolo è assai considerabile, cioè si vuol dire, che le cime de' monti possono ricevere assai lontano il nuovo strato d'aria carico di particole glaciali e. gr. se un paese P dell' Europa avesse meno di tre leghe di altezza, supposta l' atmosfera di particole glaciali ascendere sino ad undici leghe, si potrebbe istituire questa proporzione $3 : 10 :: 14$ piedi $: n = 46 = AB$, e quest'altra, $3 : 10 :: 8$ leghe $(= TL)$, $016000 : n = 53333 = TB$, da cui levando $AB = 46$, si ha per lunghezza della colonna d'aria $TA = 53287$ piedi, considerando il vento discendere per linea retta, ma la sua marcia si curverà alquanto, onde la lunghezza della colonna sarà maggiore; crescerà poi l'altezza di essa colonna per qualunque paese, come calano le cime de' monti. Suppongasi ora per un comodo esempio, che da due mila anni sino ad oggi le cime de' monti Europei siensi abbassate di 14 piedi, come abbiamo supposto. La nuova colonna d' aria sarà espressa dal prodotto $CA : CL$ in un piede. Sarà $CL = 48266$ piedi, circa, $CA = 14$ piedi; si avrà per la colonna d' aria 675724 di piedi cubici carichi di ammassi glaciali; e se ad un piede cubico d' aria di peso medio corrispondono 507 particole, e 509 ad un piede cubico spirando il Nord-Est, sarà 2 il carico frigorifico per ogni piede cubico, ed avremo per la colonna d'aria menata dal vento Boreale, 1351448 di particole frigorifiche; imaginiamoci ora moltiplicata questa colonna per l' estensione di una catena di monti di 100 miglia, sarà 135144800; la natura poi divide in minutissime parti ogni particola; qual numero prodigioso!

non vedeva altro lume di Sole che quello riflettuto dalle cime dei monti di Tramontana, per dove, quasi si fosse nella spelonca figurata da Platone, si vedea il movimento dell'ombre dei rari castagni delle opposte pendici, tetro Spettacolo in quella cruda stagione. Neppure al principio di questo secolo il Sole la illuminava; ma da circa cinquant'anni ha sempre veduto, e vede qualche poco di Sole in que' brevi giorni sull'ora del meriggio. Io medesimo vidi la casa più volte, ch'è quella di una volta senza alterazione; ho esaminato ben bene il monte che occultava il Sole; Egli ha larga base, è legato con la catena degli altri monti, che si stende per lungo tratto; è assai solido, cioè non vi sono caverne, non iscrostamenti, nè altri accidenti, dalle quali cose si possa dedurre, che il fondo, sù cui poggia abbia ceduto. Il ritiro del punto Solstiziale d'Inverno non può dare il vantaggio, come si dice, d'una mezz'ora in sì pochi anni.

XLII. Dalla configurazione delle parti di Europa si può in fine dedurre un'altra conseguenza. I Venti del Sud spirando portano non sol del calore ma anche dei vapori. I vapori o per l'incontro dei monti, o per il freddo che trovano nell'aria più sublime debbono unirsi, formarsi in globetti, e precipitare in quelle varie forme, che sono tante specie d'umide Meteore. Con questo mezzo se ne viene a scaricare in Europa pressochè la medesima quantità annualmente. Questa quantità di vapori verrà ella restituita un tempo, o l'altro al Mare? Tutta, non credo, mai. Non può essere al Mare restituita, che o col veicolo dei fiumi che la ricevono dalle pioggie, e dalle nevi, o coi Venti del Nord, di Ponente, Levante. Ma i fiumi non ricevono mai tutta l'acqua delle pioggie, e delle nevi. Mentre dopo le pioggie e le nevi una buona parte se ne versa ne' torrenti, e ne' fiumi, sempre una porzione viene rapita in aria, e si unisce agli altri vapori, che di bel nuovo vengono portati dai Venti Australi; tal che si accresceranno bensì le pioggie per l'aggiunta successiva di nuove particole, ma il Mare non riceverà mai per questo mezzo quanto ha perduto.

XLIII. Se in grazia di esempio nominando Q la quantità di vapori, che annualmente i venti Australi portano in Europa, e di Q non ritornasse al Mare che $\frac{9}{10}$; nel secondo anno si avrebbe per pioggia, e nevi, ec., $Q + \frac{Q}{10}$, e per acqua di fiumi $\frac{9Q}{10} + \frac{9Q}{100}$, nel terzo anno per pioggia ec. $Q + \frac{Q}{10} + \frac{Q}{100}$, e per acqua de' fiumi $\frac{9Q}{10} + \frac{9Q}{100} + \frac{9Q}{1000}$; e sommando da una parte Q, $Q + \frac{Q}{10}$, $Q + \frac{Q}{10} +$

Q

$\frac{Q}{100}$, e dall'altra $\frac{9Q}{10}$, $\frac{9Q}{10}+$, $\frac{9Q}{100}+\frac{9Q}{10}+\frac{9Q}{100}+\frac{9Q}{1000}$, e ſottraendo ſi avrebbe in capo a tre anni $\frac{321Q}{1000}$, quantità di vapori, de'quali l'Atmosfera caricata ſi troverebbe oltre l'annuale.

XLIV. Reſta dunque, che i nominati Venti del Nord, di Ponente, o Levante reſtituiſcano al Mare i vapori rimaſti nell'aria. Biſogna porſi dinanzi agli occhi tutta l'eſtenſione di Europa, col gran numero de' ſuoi monti di tante diverſe altezze, le lunghe catene di montagne colle tortuoſe valli, e baſſe pianure, le diverſe direzioni de' fiumi. I Venti del Nord ſpirando dall'alto al baſſo, quei di Levante, e Ponente ſpirando o con la ſteſſa direzione, o almeno orizontalmente, ſono coſtretti di modificare la loro marcia ſecondo la complicata conformazione di Europa; quindi è che perdono molto di loro forza, prolungano il viaggio, e s'arreſtano forſe in alcuni luoghi ſenza giugnere al Mare, ficcando in certo modo li vapori nelle curvature, e coſte de'Monti, e nelle caverne. Ed è in queſto ov'io credo di ravviſare, che la quantità de'vapori portata dai Venti del Sud non viene tutta al Mare reſtituita. Se vera foſſe la diminuzione delle acque del Mare, ciò ne darebbe la ſpiegazione.

XLV. L'Agricoltura ſopra tutto il Globo aſſai più diffuſa a' tempi noſtri che ne'ſecoli paſſati, ſiccome abbiam rimarcato, merita più di conſiderazione riſguardo all'Europa. Queſt'arte Divina, e cotanto neceſſaria agli uomini non era molto curata nel 9°-10° ſecolo, come nota il chiariſſimo Muratori, nè pure nella più fertile parte d'Italia, ch'è ſenza dubbio, conſiderata la diverſità de' prodotti, la Lombardia. Ma da quel tempo cominciando a lentamente dilatarſi, a'giorni noſtri finalmente accreſciuta ritrovaſi ſoverchiamente in tutta Europa e per la riduzione all'aratro de'prati innumerabili, di Maremme, di terre vicine a' fiumi, di luoghi deſerti, e per il disfacimento, e la coltura di tanti boſchi, e per la replica delle ſemine di varie ſpecie di grani in una medeſima annata. Perſino i paeſi più remoti del Nord, a'quali ſembra il Cielo di ricuſare il benefico influſſo, ſono oggidì beniſſimo coltivati.

XLVI. Qui è da richiamarſi la novella emanazione de' nitri, e de'Sali. Io non dubito, che queſta emanazione in Europa non rieſca molto più carica che altrove, perchè viene in buona parte da'paeſi del freddo. Queſta ſarà la prima conſeguenza.

XLVII. Queſta parte del Mondo poi ora più che innanzi, e per il diſcoprimento di terre incolte, e per la replicata ſovverſione delle già coltivate, è diſpoſta a laſciare libero lo ſgorgo del fuoco Elettrico,

co, che seco tira i vapori, o pure in sentenza di quelli, i quali non sono persuasi ancora di riconoscere il fuoco Elettrico come strumento principale delle Meteore, gli efluvj terreni escono in copia maggiore, e più di freqnente ad accrescere gli elementi delle pioggie.

XLVIII. E sia il fuoco Elettrico che porta in alto i vapori, o sia che i vapori vengono tirati dal calor del Sole, si può fare un riflesso per maggior dilucidazione di questo punto. Se il fuoco Elettrico porta in alto li vapori, egli siccome abbiamo dalla Teoria, salendo dopo aversi aperto fra l'aria che gli resiste, dei meati angustissimi, la superficie dei terreni fatta irregolare per li piccoli ammucchiamenti dei lavori, l'aria che vi comunica, ivi soffre un certo tal qual filtramento, e in quelle cavità minute, ed innumerabili le particelle interne della Terra di spiriti, sali nitri, ec. concorrono a dividerla in mille parti, ch'è in quelle divisioni, che il fuoco Elettrico può trovare più spedito, e più frequente passaggio.

XLIX. Se poi venissero i vapori tirati dal calore esterno del Sole, (il quale opera tuttavia tirandoli il fuoco Elettrico) e fosse questo il mezzo che porge materia per l'aumento delle pioggie, si potrà dir così: l'evaporazione allora sarà maggiore, e più spedita, quando saranno più numerosi e più larghi i pori alla superficie della terra; si osserva che il terreno arato è sollevato almeno di mezzo piede dal suo sito naturale, la materia non è cresciuta; qual dunque prodigioso numero di pori, e meati, che ajutano l'evaporazione per tanta estensione di terreni, che una volta in Europa non erano lavorati!

L. Finalmente è da riflettersi, che sì la porzione di acqua, la quale confluiva a nutrire le piante de'boschi, e l'erbe, come anche quelle particole umide volitanti per l'aria bassa, le quali non nutrivano, perchè soverchie, ma pur s'attaccavano volentieri, ed erano quasi stagnanri, ora fra queste grandi valli di Europa portate più agevolmente da'venti, ed agglomerate alle cime de'monti, condensate da sali e nitri cadono in pioggia. Che ciò debba veramente succedere lo insinua, quanto basta la ragione, ma i fatti lo confermano d'avvantaggio. L'America una volta era soggetta ad umido continovo, a caligini, ora, dopo la coltivazione che v'introdussero gli Europei, in vece sperimenta frequentissime pioggie, va soggetta a turbini a gragnuole, che rade volte cadevano.

Riflessi che risultano intorno alla Coltivazione dei terreni, o sia Seconda Parte.

LI. IL dettaglio de'beni e nocumenti, che può recare sul nostro Globo l'aumento dimostrato delle pioggie ai terreni esigerebbe un minutissimo esame di tutti gli oggetti dell'Agricoltura. Questa

pic

piccola dissertazione non può nè dee abbracciare un soggetto sì esteso e moltiplice. I dotti Agricoltori sapranno poi trarne più germane, e numerose conseguenze, e troveranno i modi, e gli artificj opportuni, quivi per declinare, colà per cogliere l'insolita influenza delle pioggie. Io farò dei riflessi generali, e tali che vengono spontaneamente da se medesimi.

LII. Per comune osservazione gli anni di pioggia sovrabbondante non sono i più fertili. Si può vedere a questo proposito la Tavola dei prezzi delle biade prodotta dal Sig. Toaldo (Sagg. Meteor. P. II.), nella quale il prezzo medio del moggio di frumento pegli anni 1725--1747 risulta di lire 61. 19. --, e pegli anni 1748--1769, ne' quali caderono più copiose le pioggie, risulta di lire 71. 8. --; moneta Veneta.

LIII. Gli anni perchè portino l' abbondanza devono succedere come li caratterizza il Divino Virgilio: *humida solstitia, atque hyemes optate serenas Agricolæ*; *hyberno lætissima pulvere farra, Lætus Ager*. Ci vuole una diffusione di perenne calore per tutto l' anno equabilmente crescente, e decrescente, con discrete pioggie; e questo si ottiene con le stagioni narrate dal Poeta.

LIV. In Inverno procede lentamente il calore in modo che non s' arresta l'emanazione di sali, e nitri propria di quella stagione, onde vengono penetrate, fecondate, polverizzate le terre. Ne' primi giorni di Primavera il Sole riscaldando con più di forza promuove tutta la vegetazione; in seguito qualche rara, e tenue pioggia, com'è bramata in Aprile, rallenta la marcia del calore, che per lo accumularsi di giorno in giorno, troppo accelererebbe il progresso della campagna, e compensa a proporzione di quanto si perde nell'evaporazione. Il colmo dell'estate appressandosi le pioggie più frequenti, e copiose mitigano l'ardore del sommo caldo, nudriscono i seminati, e le piante, senza il quale ristoro l'arsura rapirebbe buona parte della ricolta, e delle vendemmie. Declinando il Sole ritrocede gradatamente, com'erasi avanzata la stagione fino all'Inverno. Così riescono con molto di sottil fiore le biade, più succosi e saporiti i frutti, e tutto in gran copia.

LV. All'incontro le soverchie pioggie sbilanciano, ed interrompono la bramata marcia di calore. Se le pioggie troppo di frequente cadono in inverno, non si diffonde minutamente, e gradatamente, come d'uopo sarebbe, l'emanazione delle parti frigorifiche, ma è gittata come a pizzichi, onde non si fecondano, nè si preparano le terre al lavoro, e a cagione del meno intenso freddo è prevenuto l' aprirsi della stagione. Le troppo frequenti pioggie in Primavera producono la frescura, che ritarda il crescere dei seminati, e delle piante.

te. In estate, se le pioggie eccedono, il calore, in vece di mitigarsi per il bisogno soltanto, diviene troppo languido, e più presto un tepore, onde più si moltiplicano, e crescono l'erbe, e le foglie degli alberi, che i grani, ed i frutti. In Autunno le pioggie marciscono, ritardano la ricolta, e la vendemmia. In generale per non entrare in minuti dettagli un'anno di pioggie priva le terre della equabile necessaria diffusione dei nitri, e sali, le priva anco di fuoco Elettrico, io credo, il quale trovando uscita più frequente, e più copiosa per mezzo del replicato, e cresciuto umido, scappa nell'aria sublime, e non ritorna in terra, che per di nuovo rialzarsi; onde forse meno valida riesce la fermentazione dei terreni, più tardo lo svilupparsi dei seminati; un anno tale produce un languido freddo, un languido caldo, o sia una generale frescura inetta alla produzione.

LVI. Da ciò due principali effetti ne vengono, *Sterilità dei terreni*, e *Ritardo di maturazione*. Dunque lo sforzo degli Agricoltori deve consistere nel rimediare in qualche modo a questi discapiti rimarcabili inducendo la fecondità nei terreni, e prevenendo il tempo dell' accennato ritardo.

LVII. Due sono i modi di render fertili le terre; lo ingrassare, e il lavoro. Si possono anche ridurre a due sole generali classi le terre. Ad una classe io riferirei le terre, che sono attaccaticcie, e viscose, all'altra quelle, che abbondano di larghi interstizj, perchè prive d'argilla, o d'altro viscido; più brevemente *tenaci*, e *sciolte*; chiamo le prime *Terre forti*, le seconde *leggiere*. Si dee cercare come debba praticarsi la loro coltivazione in questo sì piovoso secolo.

LVIII. Se riflettesi alla natura delle *Terre Forti* si vede, ch'elleno debbono ritenere più del bisogno l'acqua. „ La troppo grande „ abbondanza di questo fluido, dice il Sig. Duhamel dopo aver parla- „ to di ciò che ne avviene dalla scarsezza (Tom. I. Elem. Agr.) produ- „ ce degli altri disordini, le foglie verdi e spesse si distaccano dagli al- „ bori, i frutti senza gusto putrefannosi anziche giugnere a maturità, „ ed i sintomi di questa specie di Plettora si accrescono a misura che „ si diminuisce la traspirazione, li frutti restano erbacei, e periscono in „ Inverno, o pure, il moto del succo trovandosi troppo lento, si cor- „ rompono i liquori, e le piante diventano putride.

LIX. Il letame sarà egli un grasso utile a questa sorte di terre imbevute di pioggie? Quello, che può operare in qualunque tempo, e in qualunque terreno a proporzione si trova esposto dal citato celebre Filosofo nel medesimo volume. „ La maggior parte, dic'egli, delle pian- „ te, che si allevano nel letame non hanno mai quel sapore aggradevo- „ le, che si trova in quelle, che crescono in buona terra mediocremen- „ te letamata. Si rimarca ogni giorno questa differenza ne' nostri orti

„ e giar-

„ e giardini. I legumi, ed i frutti rade volte ſono così buoni ai con-
„ torni delle grandi Città, ove il letame abbonda come nei giardini
„ della campagna, ove non ſi può prodigarlo. In queſte terre larga-
„ mente letamate i grani hanno molto di cruſca, poco di ſottil fiore,
„ ſono anche più difficili a conſervarſi - - - - ma niente v'è di più ſenſibile
„ quanto la differenza di qualità tra il vino prodotto da una vigna
„ non letamata, e quello che produce una vigna aſſai letamata. Il le-
„ tame (ſegue poco dopo) attira gl' inſetti; e queſt' inſetti rodono le
„ piante. Ella è ſperienza, che quando ſi pone del letame nelle ter-
„ re, ove ſi piantano arbori, le loro radici ſono eſpoſte all' oltrag-
„ gio degl' inſetti; e queſta è una delle principali ragioni che inſe-
„ gnano i Fioriſti a bandire il letame dai loro Giardini. I groſſi vermi
„ bianchi, i Grilli-Talpe fanno ſovente degli ſtrazj grandi ſopra gli
„ ſviluppi; io vidi tal volta, che l'erba mancava interamente, per-
„ chè le radici erano ſtate mangiate dai vermi bianchi. „ Così
Duhamel. Io aggiungo, che la maggior parte dei letami contengono
molte ſpecie di ſemenze, le quali producono quantità di mal erbe.

LX. Dunque ſi vede chiaramente, che ſendo le terre *Forti* per
loro natura diſpoſte a ritener l'umido più del biſogno, il letame in un
luogo in vece di recar dei vantaggj, ad eſſe moltiplicherebbe i danni, e
le malattie cagionate dalle pioggie. Qualunque altra ſorta di Graſſo,
eccettuato quello che ſi trae dalle ſoſtanze animali analogo al letame,
anzi più viſcido, ſarà ſempre migliore. I vegetabili marciti, come il
Varech per campi vicini al mare, la terra ammucchiata de' foſſi, o
altra in ripoſo rimaſta per qualche anno, la cenere, le demolizioni
delle antiche muraglie ſomminiſtrano un alimento più confacente a
queſta ſorta di terre.

LXI. Io crederei pure molto utile l'antica pratica di bruciare i
campi. Queſto incendio, oltre che laſcia una polvere feconda, pro-
duce quei beneficj (ſpecialmente agli umidi terreni) deſcritti filoſofi-
camente dal Divino Poeta:

Sæpe etiam ſteriles incendere profuit agros,
Atque levem ſtipulam crepitantibus urere flammis.
Sive inde occultas vires & pabula terræ
Pinguia concipiant: ſive illis omne per ignem
Excoquitur vitium, atque exudat inutilis humor,
Seu plures calor ille vias & cæca relaxat
Spiramenta, novas qua veniat ſuccus in herbas

LXII. Ma la cura dell' Agricoltore dovrà eſſere più ſollecita nel
lavoro di queſte terre, che nell' ingraſſarle. Queſt' altra riſorſa molto
più vantaggioſa in ogni tempo, ſiccome oſſerva il Signor Duhamel
(Tom.I. Elem. Agr.), a' giorni noſtri diventa un rimedio alle terre *Forti*

per i danni cagionati dalle pioggie soverchie: Rivoltate, e trinciate più volte, il freddo, ed il Sole le penetra, l'acqua in parte ne svapora, in parte ne scola al basso, se colmi nel mezzo sieno i campi, o a qualche parte inclinati, da ciò segue anche un Corollario che per ajutare, e promuovere lo scolo delle acque, moltiplicare i pori, agevolare il lavoro, molto gioverà temperare le terre, specialmente rosse, e le più argillose, con qualche dose di sabbia. Così ad un tempo stesso si eviterà il pericolo, che per queste vi sarebbe bruciandole, indicato dai versi che seguitano ai sopra trascritti:

Seu durat magis & venas astringit hiantes,
Ne tenues pluviæ, rapidivi potentia Solis
Acrior, aut Boreæ penetrabile frigus adurat;

e se ne avrà il beneficio. Ciò basti delle terre *Forti*.

LXIII. Le terre *Leggiere*, le quali abbondando di larghi interstizj lasciano scapppar l'acqua in più breve tempo, veramente ricevono soccorso alla loro inanizione dalla frequenza delle stesse pioggie. Ma questa frequenza nel medesimo tempo che reca loro un bene, le impoverisce, oltre il danno comune spiegato da bel principio, col rodere a poco a poco la superficie, onde restano scoperte le radici delle tenere piante. Dunque ne viene per conseguenza, che non si deve moltiplicare il lavoro per queste terre, come per le *Forti*; che anzi proporzionatamente si devono temperare con più d'argilla, o terra simile più dell'usato, per legarne le parti, e che nella scelta delle grascie non è sempre da posporsi quella, che più abbonda di viscidume, come la marna, e il grasso delle sostanze animali, essendo già assai lontano il pericolo di troppo strignerle per l'uscita delle acque.

LXIV. Per altro non negherò che non sia utile di bruciare qualche volta anche queste Terre per estirparne le mal'erbe, le quali a cagione dei tempi umidi, e dei semi contenuti nel letame sogliono allignare.

LXV. Non mi estendo più d'avvantaggio in proposito della coltivazione, sebbene molte altre congetture si possano dedurre. Passo ad indagare, se vi può esser qualche suggerimento per prevenire il *ritardo della maturazione*. Colui che trovasse la maniera d'ottenere questo, sarebbe a capo di allontanare almeno in parte la frequenza delle pioggie. Ma la causa più efficace dell'aumento delle pioggie, come abbiamo veduto, è forse la novella emanazione de' sali e nitri prodotta dalla moltiplicata coltivazione dei terreni; così l'agrigoltura non può togliere questo danno senza privare gli uomini da un maggior bene. Tuttavia nella total deficienza, in cui ci troviamo s'è lecito suggerire dei mezzi, che forse potranno sembrare non tanto efficaci, io ne azzarderò alcuni fondati sull'esperienza, e sulla Fisica.

LXVI.

LXVI. E' noto che gli Ortolani in inverno iclinano le loro ajuole al Sole, e raccolgono ſaporiti erbaggi anche in quella fredda ſtagione, e di brevi giornate. Io non conſiglio gli Agricoltori ad uſare la minuta cura, e l'aggiuſtatezza degli Ortolani; ma bensì gli conſiglio a cangiar la direzione delle porche. Io vorrei che in vece di fender le terre girando l'aratro dal Nord al Sud, ſi fendeſſero da Levante a Ponente. Allora la metà della porca voltata a Mezzodì riceverebbe meno obliqui i raggi del Sole, e il calore riſleſſo ſi concentrerebbe nel ſolco, onde verrebbe riſcaldata anche la metà a Tramontana della porca, ch'è dinanzi, e in queſto modo tutto il campo ſenza maggior lavoro di prima; e il naſcer dei grani ſarà più pronto, il che ſommamente importa.

LXVII. Forſe la ſuddetta pratica potrebbe recar danno ai frutti in Inverno, gittando allora il Sole troppo obliquamente i raggi, onde il calore raccolto nel ſolco non è ſufficiente a diſgelare la metà delle porche a Tramontana. Toccherà duque agli attenti agricoltori di oſſervare, ſe un tal lungo gelo può danneggiare il frumento, o beneficarlo; e ſe queſto ſuggerimento abbiaſi a rigettare per la ſemina di queſto grano, ed abbracciarlo per la ſemina del gran turco, o di altro genere, che ſi pratica in Primavera, ed Eſtate.

LXVIII. Le ombre per lo più nocive ai ſeminati ſi vorrebbero tolte certamente dai campi, per laſciar libero in tutte le parti il calore del Sole, ed accelerare in parte l'eſalazione ſenz'avere il riguardo, che queſta poi accreſca in altro tempo le pioggie.

LXIX. Da ciò ne avviene la conſeguenza, che ſi dovranno dunque deſtinare porzioni di terre per le viti, e fruttaj, e quì è dove io tiro un altro mezzo per cogliere, e rinſerrare il calore. In vece di impiegare per queſto uſo dei terreni rimoti, e ſeparati dai campi frugiferi, ſi potrebbero queſti cingere da ogni parte con moltiplicare file di quelle piante diſpoſte con quella ſimmetria, che veniſſe a dare la forma di boſco ben folto. Così le campagne ſendo in certo modo attorniate da' boſchi, verrebbe indi impedita la libera ventilazione dell'aria, e il calore diventando ſtagnante avrebbe più di forza. Queſto è un penſiero tirato dalla memoria dell'dotto Accademico di Filadelfia Sig. Williamſon (Gior. del Sig. Ab. Rozier, Giugno 1773.).

LXX. Si può rimarcare anche nel genere degl'ingraſſi un altro mezzo di comunicare alle terte qualche grado di calore. M. Tillet dell'Accademia Reale delle Scienze di Parigi (Giornale medeſimo, Gennajo) fece dell'eſperienze per ridurre delle terre meno fertili, come delle cretoſe, a fecondità; la felice ſperienza fu quella di temperarle con cenere. Queſta ſperienza non potrebbe praticarſi anche per iſcaldare i terreni? Certamente la cenere unendoſi cogli acidi

produce fermentazione, ed è forſe per queſto effetto, che le terre ſperimentate dal Sig. Tillet divennero feconde. Quì ſi può rammemorare anche la pratica di bruciare i campi.

LXXI. Finalmente un ſuggerimento rapporto al prevenire il ritardo della maturazione ſarà queſto di non traſcurare la pratica di bagnare i grani prima di ſeminargli. Lo ſviluppo ſarà più pronto, più pronto ſpunterà, e ſi avrà qualche giorno d'avanzo, come oſſervano gli attenti Agricoltori (*n*) Queſta pratica dovrebbe eſſer ſeguita ſpecialmente in alcune parti della Lombardia, e della Venezia, ove ſi ſemina il grano turco dopo la ricolta del frumento.

LXXII. Sono queſti i compenſi o ripari, che io ſo vedere a quei due ſommi danni. Rimedj poi, e compenſi per altri oggetti ſarebbero i ſeguenti.

LXXIII. L'introduzione dei prati artificiali quell'utiliſſimo ſupplemento ai naturali, tanto frequente in alcune parti di Europa, ſpecialmente in Francia, ſi potrebbe, e dovrebbe frequentare anche in Italia, potendo reſtar ſicuri, che almeno in Primavera, ed Autunno non mancherebbero groſſi taglj.

LXXIV. E giacchè ſi fa menzione dei prati, io ſuggeriſco di coſtituire, ove lo porti la ſituazione; delle vaſte ciſterne, per cogliere l'inſolita ingruenza delle pioggie, e trarne quindi con ſifoni piantati ſu macchine convenienti de' rivoli d'acqua, per irrigare nella ſtagione meno piovoſa, cioè in eſtate, gli aridi terreni.

LXXV. Poichè in queſti anni regna più aſſai la pioggia, ſe mai ſi dovè uſar la cautela di tagliare l' erbe de' prati in giornate ed ore aſciutte, ſi dovrà farlo adeſſo, non ſolo aſpettando la ſerena giornata ma ancora l'ora avanzata del mattino, quando la rugiada è ſparita. Troppo il fieno in queſti anni va a riſico di marcirſi per la mala nutrizione, anche raccolto ben arido. La medeſima cautela dovrà praticarſi anche per la giornata, e per l'ora di ſciorre le beſtie al paſcolo, le quali cotanto vanno ſoggette ai dolori ventoſi, ſpecialmente ſe mangiano lucerna umida, come oſſerva l' egregio Autore delle *Praterie Artificiali*.

(*a*) Il degniſſimo, ed intelligentiſſimo Profeſſore di Agricoltura Pratica nell'Univerſità di Padova Sig. Pietro Arduini, ſocio della noſtra *Imp.* Accademia mi aſſicurò di aver replicato più volte l'oſſervazione, ed aver trovato un vantaggio non di rado di quattro giorni, ma per lo più di tre giorni nello ſpuntare degli ſviluppi de' grani, che erano ſtati bagnati. Il medeſimo ha voluto anche aſſicurarſi, s'è vero ciò, che ſcrivono alcuni Agricoltori, i quali pretendono, che i grani ſpruzzati con vino potente, o ſpirito, naſcono più prontamente; ma ſcoprì eſſer vana l'opinione.

Il Nobil giovane Antonio Roſſi, Gentiluomo Vicentino, nella pratica di Agricoltura attentiſſimo, ed acutiſſimo oſſervatore ſin da' primi anni di ſuo maturo diſcernimento, penſa, che per la ſemina del gran Turco in Primavera, ſe il freddo ſi avanza anche in quella ſtagione (ſiccome in queſti ultimi anni non di rado ſucceſſe), in vece di gettare il così detto *Bergamaſco*, ſi potrebbe gettare il nominato volgarmente *Trifogliale*, che conſuma meno di tempo a naſcere, e maturarſi.

LXXVI. Ma finalmente la mira più generale, più ſtabile, ed utile ſarebbe quella veramente d'indurre nell'aria l'antico ſtato delle Meteore. Richiamato queſto io credo, che l'Agricoltura vi avrebbe guadagnato e riſpetto alla fecondità de' terreni, e riſpetto all' attività dei coloni. Queſt'aria torpida, e peſante oggidì è cagione ſenza dubbio, che la ſpecie umana produce non ſolo nell'ordine civile degli uomini languidi in tutto, ma produce anco nell'ordine dei lavoratori, e degli abitanti della campagna, degli uomini poco robuſti, poco attivi, inclinati alla crapula e all'ozio. Certo è, che già trecento anni, ch'era più il ſecolo della Spada, che della letteratura ſi eſeguivano delle operazioni più utili, e più belle.

LXXVII. Riſguardando perciò le cauſe producitrici delle pioggie ſe ne vedono alcune, le quali ſono in noſtro potere. Per allontanarle, o indebolire almeno la forza loro, primieramente potrebbe giovare l'eſecuzione del ſuggerimento dato per prevenire il ritardo della maturazione. In oltre facile ſi è il vedere nel fondamento delle ragioni addotte nella prima parte di queſto ragionamento, che molto gioverà di reſtituire ed accreſcere i prati naturali sì al piano, che alle colline, di reſtituire i boſchi eſtirpati, almeno ai monti, tenere dentro gli alvei i fiumi e i torrenti con ripari tali, che poſſano aſſicurare per lungo tempo i poderi de' privati, ed eternare ad un tempo ſteſſo la memoria dei magnanimi Principi, e degli abili matematici.

In-

Intorno alla Regola colla quale si alterano le velocità de' Fiumi influenti, per il contrasto, che ricevono dai loro Recipienti.

DEL SIGNORE ABATE

LEONARDO XIMENES

MATEMATICO DI S. A. R. IL GRANDUCA DI TOSCANA

MEMORIA IDROMETRICA CHE RIPORTO' IL PREMIO DELL' ACCADEMIA L' ANNO 1777.

AVVERTENZE DELL' AUTORE.

LA Memoria Idrometrica da me composta l'anno 1776. per il premio dell' Accademia di Siena, cita oscuramente molte sperienze, ed osservazioni sulla materia de' Fiumi, o delle acque correnti in generale, perchè volendo descrivere il preciso di dette sperienze si sarebbe facilmente scoperto il nome dell'Autore. Ora che questo è pubblicato, mi sia lecito di supplire in queste mie avvertenze a quanto manca nella Memoria.

Ed in primo luogo nel Cor. I. della prop. III. si rammentano le sperienze, nelle quali le velocità de' diversi strati delle Acque correnti dalla lor superficie si veggono crescere fino ad un certo punto, dopo del quale diminuiscono fino al fondo, dove rilevansi molto diminuite. A tale intento io non ho potuto citare la mia introduzione all'Opuscolo sull' unione, e diramazione de' Fiumi stampato l'anno 1769 nel Volume dell'Accademia. Ma in esso tutti leggeranno le sperienze dello Zendrini, e del Pitot, le quali ci esprimono le diminuzioni degli strati delle acque da un certo punto della loro profondità fino al loro fondo.

Molto meno ho potuto citare alcune sperienze da me fatte molti anni sono colle regole del mio Quadrante, dimostrato nella mia Dissertazione Meccanica sopra gl'Istrumenti da misurare la velocità delle acque, e de' venti. Furono fatte tali sperienze nel canale de' Mulini, che sotto Firenze piglia l'acqua d' Arno, per farla correre a Mulini detti del Barco, e poi agli altri di Petriolo, e di S. Moro, ed in tali sperienze il piombino faceva un angolo molto minore da una certa profondità fino al fondo del Canale. E minore sarà ancora l'angolo vero rispetto all'osservato, il quale è ingrandito dall' impressioue che fa il fluido corrente sopra il filo, che sostiene il globo, il qual filo tanto è più lungo, quanto più il globo s' immerge.

Potrei

Potrei ora aggiugnere, che per togliere la difficoità del filo diversament immerso, in questi due anni ho fatto altre sperienze, che mi sembrano decisive, e ciò con una Macchinetta da me denominata *Ventola Idraulica*, la quale altro non fa, che confermare, che le attuali velocità degli strati aquei, invece di aumentare, come esiggono le scale delle velocità del Castelli, e del Guglielmini, vanno anzi diminuendo sensibilmente.

Non potendo adunque noi nella moderna Idraulica servirci di queste scale delle volocità, mi venne in pensiero fino dal 1769. di corregger le velocità primitive, applicandovi le Velocità estinte a cagione delle resistenze. E quì merita di esser avvertito per le persone, che non hanno fatta a tal mio metodo la necessaria attenzione, che io non ho mai inteso di sciogliere in esso il Problema della vera Curva delle resistenze, sapendo io benissimo, senza che altri si pigli la pena di suggerirmelo, che tal Problema è un'indagine più profonda, e che esigge una traccia troppo più sublime, che non è quella da me additata. Io adunque sotto il vocabolo di tal *curva di resistenze*, che nell'Opuscolo dell' 1769. ho supposta parabolica, ed in questa memoria l'ho cambiata in triangolare, altro non ho inteso, che formare delle Ipotesi per le Velocità che perdono gl'inferiori strati delle acque a motivo delle loro resistenze. Questo serve a buon conto per ispiegare i veri fenomeni delle acque correnti, giacchè combinando insieme la scala delle primitive Velocità, e con quella delle Velocità estinte per le resistenze, vengono a spiegarsi i veri fenomeni della Natura, cioè I. Che la velocità della superficie è minore delle altre Velocità fino ad una profondità determinata.

II. Che vi è una profondità, dove la Velocità dello stato aqueo è massima.

III. E che essa da tal punto va di bel nuovo, scemando fino a ridursi molto minore verso del fondo.

Ecco adunque, che così almeno incominciano a spiegarsi i fenomeni delle acque correnti, che non potevano giammai intendersi colle sole Velocità primitive.

Benchè queste finora altro non siano, che pure Ipotesi, pure hanno il pregio di accostarsi meglio al vero operare della natura, e se ancora se ne allontanano alquanto, sempre però vi è luogo di modificare la scala dell'estinte Velocità colle più lunghe, e più precise sperienze, alle quali io più volte ho rimesso la mia riduzione, e modificazione delle mie Ipotesi.

Ancora nell'Astronomia si avviddero gli antichi Astronomi, che col solo cerchio, e sua Eccentricità non era possibile la spiegazione de'Moti Celesti. Aggiunsero le Ipotesi degli Epicicli, le quali poi trovandosi erronee, venne finalmente chi ritrovò le Orbite Ellittiche, che così bene si accordano colla fisica, e coll'Astronomia. Potrebbe venire allo stesso modo un Idraulico, che trovando un altra curva per le estinte Velocità spieghi assai meglio i fenomeni più lungamente osservati. Intanto però è indubitato, che la soluzione di un gran numero di Problemi Idraulici appoggiati alle sole Velocità primitive, tendono a soluzioni affatto ideali, tale essendo la curva delle primitive Velocità applicata a diversi strati de'nostri fluidi.

La ricerca della vera curva delle resistenze oltre all'esser sopra l'intelligenza degl'Ingegneri, che conviene istruire con somiglianti Problemi, porta una lunghezza tale, che non mai potrà servire al regolamento delle acque, come non servono, e non serviranno mai tante ingegnosissime formole, le quali quanto più son composte, ed astruse, tanto più sono inutili al pratico regolamento delle acque correnti. Con tal'idea io mi son prevalso di curve, e di formole più maneggevoli, le quali di qualche parte centesima si scostano dalle formole della Madrenatura; ma col divario di qualche centesima noi possiamo disegnare in carta le variazioni de'Fiumi principali l'accesso, ed unione de'lor secondarj. I Metodi di approssimazione sono forse più benemeriti del commercio, e della pubblica

blica Economia, che non sono i metodi di una Precisione Geometrica, ed Analitica, che non escono mai da' Volumi per soccorrerci negli umani bisogni, e specialmente in quello del buon regolamento de' Fiumi, e degli Edifizj Idraulici.

Ad un'altra avvertenza mi richiamano le difficoltà mosse da un Celebre moderno Scrittore nelle sue Istituzioni Meccaniche, Idrostatiche ec. contro l'opuscolo citato del 1769., il qual *trova dell'incongruenza nella formola analitica* che il luogo della massima resistenza non dipenda *nè dall'altezza del corpo dell'acqua*, *nè dalla velocità superficiale*. Ma in verità io non trovo in detto Opuscolo alcun Problema in cui si domandi *la massima resistenza*. Trovo bensì l'altro, in cui vo rintracciando il punto della massima velocità, che è la Proposizione VII. Ed in tal ricerca nella formola generale delle velocità attuali, delle quali io ragiono, ritrovo tanto il valore dell'altezza del fluido nominata $= a$ quanto quello della velocità primitiva, che è uguale alla Semiordinata Parabolica espressa per $\sqrt{\pi \chi}$. E la lettera π esprime il Parametro della curva. Vi è l'altezza variabile nominata χ.

Rileva egli ancora, che per i princìpj generali della Meccanica, l'azione reciproca de' corpi non dipende dalla velocità comune, ma bensì dalla respettiva. Il che io pure ho avvertito nello stesso Problema da lui citato. Che se nella curva delle resistenze da me adoperata non introduco tali relative velocità, questo è perchè mi è piaciuto d'introdurre una curva di quadratura finita, non già per esprimere le resistenze, ma per esprimere le velocità estinte a cagione delle resistenze, affinchè dalle velocità primitive, e dalle velocità estinte possano vedersi *le attuali velocità* adattate a spiegare i menzionati fenomeni della natura. Non sussiste, quanto questo Autore asserisce, che le maggiori velocità sono verso il fondo de' Fiumi. Ciò è direttamente opposto a tutte le moderne sperienze. Il Sig. Pitot l'ha rilevato fin dall'anno 1732., come lo asserisce nelle Memorie della R. Accademia di Parigi, dove alla pag. 369. così parla.

Je dirai seulement en general, que j'ai presque toujours trouvé, que la vitesse de l'eau alloit en diminuant vers le fond. Il y a même des androits, ou l'eau est presque dormant vers le fond.

Alle sperienze del Sig. Pitot s'accordano quelle fatte dallo Zendrini, e poi da me, come già l'ho avvertito.

Adunque non sussistendo le maggiori velocità verso il fondo, per ispiegare tal fenomeno, io mi son provato ad introdurre una serie di velocità perdute per le resistenze senza ingolfarmi in curve, che non mi facevano sciogliere questo nodo. Ecco la ragione per cui avendo io rammentate le resistenze dependenti dalle velocità relative degli strati, poi maneggio l'ipotesi delle velocità estinte a motivo di dette resistenze, supponendole espresse in figure facilmente quadrabili, ed applicabili a tanti, e così necessarj problemi dell'Idraulica. E queste pur son le ragioni della soluzione, che maneggio nella presente Memoria, facendo per pura Ipotesi rappresentare alle semiordinate triangolari le velocità perdute per le resistenze. Così il problema è di pura Geometria, giacchè esso tende a determinare la massima differenza tra le semiordinate triangolari, e le paraboliche.

Le attuali velocità vengono espresse dalla differenza tralle velocità primitive, e le velocità estinte. Questa certamente non è altro che un'ipotesi. Ma è pure ipotesi quella delle velocità espresse colle semiordinate paraboliche, giacchè gli strati superiori del fluido essendo impediti dalle sezioni inferiori, e questi successivamente da ostacoli, e poi dal mare, non possono seguire le leggi de' fluidi, che escono da' fori dei vasi idraulici all'aria libera, che non fa un ritardo sensibile alle velocità animate del fluido interno del recipiente idraulico. Vi

co. Vi è però qualche differenza tra la prima ipotesi, e la seconda. La prima spiega i veri fenomeni delle acque correnti, la seconda non può in conto alcuno rappresentargli. Nella prima s'intende, come verso il fondo gli strati del fluido sono qualche volta quasi stagnanti, nella seconda essi si hanno a muovere colla massima velocità.

Oltrepasserò ora ad altre sperienze, ed osservazioni da me fatte sulle figure degli alvei de' fiumi, le quali sono state oscuramente accennate nella Memoria. Oltre ai due fiumi Arno, ed Ombrone Pistojese, altre osservazioni sono state da me fatte con opportune sezioni nel Serchio, e nell'altro Ombrone Maremmano, dalle quali ho dedotto il rapporto, che può avere l'altezza della piena colla larghezza, e figura degli Alvei, come accenno nella Memoria. Converrebbe moltiplicare tali sezioni in altri fiumi maggiori per verificare la legge degli alvei, e per modificarla secondo le più numerose osservazioni. Finora i problemi sciolti nell'Idraulica sull'unione, o diramazione de' fiumi caminano sul tacito falso supposto, che i loro alvei siano rettangoli, non includendosi in tali soluzioni le figure degli alvei, e delle ripe. Ma il divario non è niente disprezzabile come accenno nella Memoria. Onde in un problema di tanta importanza, e generalità, mi è sembrato di dover procurare uno scioglimento analogo alle vere figure degli alvei.

Non ho neppur trovato tra gli Autori Idraulici alcuna osservazione sulle piene de' fiumi, che liberamente precipitano da alte pescaje, benchè tal fenomeno sia interessantissimo ne' casi più ovvj di tante Pescaje, che assai spesso si fabbricano per gli edifizj idraulici. Senza di esso noi non possiamo disegnare le linee delle piene superiori a tali pescaje per dedurne i loro effetti rispetto agli adiacenti terreni. Ora sono già molti anni, che nel fiume Arno alla Pescaja detta di *Rovezzano*, e nel fiume Roglio nelle Colline di Pisa io ho fatte più osservazioni dalle quali risulta, che l'altezza del fluido precipitante dal labbro delle pescaje, è quasi una terza parte di quella, che esso ci palesa nel ramo inferiore a qualche distanza dalla pescaja, o nel ramo superiore a distanza considerabile dove non giunge il limite delle alterazion. Da tali fenomeni mi è sovvenuto, che ancor essi possono spiegarsi, ritenendo ne' punti superiori la scala delle estinte velocità, e poi annientandola sul labbro della pescaja, dove il fluido scende liberamente. Con tali ipotesi mi viene lo stesso risultato de' fenomeni osservati, cioè che l'altezza della piena su i labbri delle pescaje sia quasi il terzo della stessa altezza ne' tronchi lontani del fiume, dove non giunga l'effetto della libera caduta (*a*) sicchè le teorie ed ipotesi, che io ho maneggiate in tutta questa Memoria procedono dalle sperienze, ed osservazioni idrauliche da me fatte, per poterne ben rappresentare le circostanze, ed affezioni. Spero però di pubblicare a suo tempo le più interessanti sperienze, che non ho potuto ancora compiere per mancanza di tempo.

Queste sono le principali avvertenze, che il Lettore della presente memoria dee considerare, e riguardare, per intendere il vero spirito di molti Problemi in essa racchiusi, per lo scioglimento del Problema proposto dall'Accademia, il quale ne ha seco tirati tanti altri, e quasi la general teoria sul movimento delle acque correnti.

IN-

(*a*) Veggasi la Memoria al N. 151. e seguenti.

INTRODUZIONE.

LE alterazioni, che soffrono i Fiumi secondarj nella loro confluenza co' Fiumi primarj, e per contrario le alterazioni di questi per le diverse portate, e circostanze de' loro influenti, son tanto variabili, quanto sono diverse le portate de' primi, e de' secondi, le altezze delle loro piene, le larghezze de' loro alvei, le inclinazioni de' loro letti, le differenze delle loro materie. E tali variazioni non solamente sono grandissime riportandole alle infinite circostanze de' Fiumi principali, che serpeggiano per la superficie del nostro sferoide, ma sono ancora assai differenti nello stesso Fiume primario, che a diversi punti del suo alveo riceve tributarj i diversi rami de' Fiumi secondarj. Può dirsi, che un medesimo Fiume serpeggiante dalla sua caduta per le alte montagne sino alla superficie del mare possa dividersi, e suddividersi in un gran numero di tronchi tutti fra se discordanti nelle portate, nelle altezze delle piene, nelle capacità, e pendenze de' loro alvei, e finalmente ne' diametri, e specifiche gravità delle materie, che scendono, non so se a formare, o piuttosto ad ingombrare il suo letto. I tronchi superiori sono più scarsi di acque, più angusti di alveo, più abbondanti di declive, più doviziosi di grosse, e gravi materie, ed il contrario succede generalmente ne' tronchi inferiori, i quali coll' acquisto di nuove portate ingrandiscono gli alvei, impiccoliscono le pendenze, assottigliano le materie.

Più di tutto questo dovrà farci maraviglia, che fissando noi i nostri sguardi sopra un medesimo punto del dato recipiente, e del dato influente, contuttociò la natura fa talmente cangiare le portate delle loro acque in tempi diversi, che differentissime riescono le reciproche alterazioni delle velocità, o sia dell' influente, o sia del recipiente. Scende talvolta l' influente con tutta la turgidezza delle sue acque, e trova nella sua magrezza, o in una tenuissima piena il suo primario, che lo accoglie con pochissimo contrasto. Ma egli sa ben vendicarsi del suo secondario, scendendo altre volte con una massima piena, che fa retrocedere le acque del magro influente, facendole rigurgitare a distanze considerabili. Il caso poi il più ordinario si è, quando il primo, ed il secondo porta le sue acque o in massima piena, o almeno in due piene quasi somiglianti, potendosi

 amen-

amendue considerare, o come massime, o come minime dello stesso grado, o come mediocri del grado medesimo. La qual condizione io ho soggiunta, sapendo benissimo, che le piene mediocri, e le piccole sono suscettibili di differenze infinite.

Tante, e sì svarianti circostanze di Fiumi diversi, o dello stesso Fiume primario per rapporto al secondario non sono state da me premesse per ornare questa mia introduzione, ma esse contengono tre differenti articoli, ne' quali io dividerò questa mia Memoria, considerando in essa primieramente le reciproche alterazioni di velocità tanto nell'influente, che nel recipiente nelle loro piene maggiori, che son quelle, che accomodano gli alvei dell'uno, e dell'altro alle sue figure, ed inclinazioni. E nella stessa categoria racchiuderò l'altre piene coincidenti, o piccole, o mediocri, intendendo con queste voci di piene coincidenti *quelle che coincidono nella stessa superficie per quanto siano differenti le altezze assolute del primo, e del secondo*.

In secondo luogo spiegherò la teoria, e la regola delle velocità, quando il Fiume secondario scende in una delle sue massime piene, trovando nella sua magrezza, o almeno in picciola piena il suo primario.

E finalmente considererò, gli effetti, e contrasti, che il fiume principale oppone al secondario, quando egli si mostra con una delle sue piene maggiori, trovando l'influente in magrezza o in una piena minore.

Ma perchè i teoremi, e problemi delle dette tre classi di piene, ne suppongono assaissimi altri, che compongono una buona parte della scienza Idrometrica, perciò mi è convenuto di rivolgere indietro i miei passi, premettendo nella prima parte le proposizioni, e problemi necessarj alle dimostrazioni, ed intelligenza delle altre. Nello scaricarsi, che fa il Fiume secondario nel suo primario, colla sua unione aumenta il corpo della piena del medesimo. La sua primiera altezza unita a questa seconda forma quel contrasto, che oppone il recipiente all'influente. Come adunque può darsi la giusta idea di tal contrasto, se prima non si scioglie l'altro problema per gl'incrementi delle piene per l'unione de' Fiumi secondarj? Le portate delle piene, le loro altezze, i declivi degli alvei, e le loro ampiezze o larghezze sono tanti elementi, che reciprocamente si alterano, ed alterandosi vanno accomodandosi per formare un equilibrio Come faremo noi a paragonare i vicendevoli contrasti del recipiente, e dell'influente se non suppongasi, o dimostrisi il rapporto reciproco di tali elementi?

Da

Da tali conſiderazioni naſcono i quattro Articoli, o parti di queſt' Opuſcolo.

PARTE I.

Delle propoſizioni preliminari alla teoria ſulle alterazioni delle velocità.

PARTE II.

Teoria delle alterazioni delle velocità del Fiume primario, e ſecondario nelle maſſime loro piene, e ne' coincidenti. Ed effetti di tali piene intorno alle coſtruzioni degli alvei.

PARTE III.

Teoria delle alterazioni delle velocità dell' influente, e del recipiente nelle piene diſcordanti, e maggiori del primo, e minori del ſecondo. E loro effetti.

PARTE IV.

Teoria delle alterazioni dell' influente, e del ſuo recipiente nelle piene diſcordanti in ſenſo contrario, cioè maggiori del primario, e minori del ſecondario. E loro effetti.

Non può ometterſi una difficoltà che naſce nel fare il paragone delle diverſe velocità alterate per le azioni, e reazioni del Fiume primario, e del ſecondario ſcambievolmente. Qual ſarà mai quella velocità fondamentale, riſpetto alla quale ſi fanno le cercate alterazioni, o per incremento, o per decremento? Le alterazioni di una miſura ſon ſempre relative ad una miſura coſtante, e ſenza di eſſa ſarebbe ſempre vago, ed incerto il rapporto delle varianti dimenſioni. Tal dunque ſarebbe in particolare la regola delle ritardate, o accelerate velocità, ſe non ſia aſſegnata una velocità fondamentale, e coſtante riſpetto alla quale le velocità minori, o maggiori dicanſi alterate, o per eceſſo, o per difetto. A me ſembra, che per velocità fondamentale dell' influente debba intenderſi quella, che egli veſtirebbe, ſe foſſe ſeparato dal ſuo recipiente, ſeguitando a correre per il ſuo alveo ſeparatamente colle conſuete leggi della natura. Ovvero, che debba intenderſi quella che il detto influente avrà in un punto ſuperiore dell'alveo, al quale non poſſa giugnere il contraſto, o l'oſtacolo del recipiente. Ed eccoci ingolfati in un altro nuovo problema, qual ſia il punto di un Fiume, nel quale ſia collocato un dato oſtacolo, dove giunga l'azione o l' effetto dello ſteſſo oſtacolo. Queſto pure va premeſſo nelle propoſizioni preliminari. Poichè da tal punto in ſu non reſtano punto alterate le velocità dell' influente, le quali perciò potranno aſſumerſi come un termine di paragone. Al contrario da tal punto ſino alla confluenza le velocità ſaranno tutte alterate, e perciò ſoggette alla regola delle

alte-

alterazioni, che vien proposta dalla saggia Accademia de' Fisiocritici.

PARTE I.

Delle proposizioni preliminari alla teoria delle alterazioni delle velocità.

DEFINIZIONE I.

I. Piene somiglianti del Fiume primario, e del secondario diransi quelle sotto alle quali l'altezza del fluido nel primario sta all'altezza del secondario in una costante proporzione.

Così sia l'altezza massima del Primario di B. 9., e del secondario di B. 4., se la piena del primo in altro tempo sarà di B. 7, dovrà farsi come $9 : 4 = 7$ al quarto termine, che sarà $= \frac{28}{9}$, che sarà di B. $3.\frac{1}{9}$.

DEFINIZIONE II.

II. Piene dissimili diransi quelle, nelle quali le due altezze sono in una proporzione maggiore, o minore della costante. Così se la piena del primario sia di B. 7, e del secondario di B. 2, essendo tal ragione maggiore di quella del 9. al 4. una tal piena dell'influente sarà dissomigliante, ed in proporzione maggiore.

Al contrario se la piena del secondario fosse di B. $3.\frac{1}{2}$. di altezza, e quella del recipiente di B. 7, allora tal proporzione sarà minore di quella del 9. al 4., e perciò la dissomiglianza sarà in proporzione minore.

DEFINIZIONE III.

III. Piene coincidenti io chiamerò quelle, che differiscono dalle piene massime di una misura uguale nel primario, e nel secondario; ed al contrario chiamerò piene discordanti, o non coincidenti quelle, che differiscono dalla massima di una diversa misura.

DEEINIZIONE IV.

IV. Sotto il vocabolo di velocità primitiva, o fondamentale dell'influente intenderassi quella che esso avrebbe senza l'ostacolo del suo recipiente, come è stato spiegato nell'introduzione.

Leggi generali, e comuni sulle confluenze de' Fiumi.

LEGGE I.

V. Nelle confluenze de' Fiumi secondarj ne' primarj, qualunque siasi la loro piena, le acque de' primi vanno a spianarsi in quelle de' secondi, calando la sua superficie con una curva, che va a finire a contatto colla superficie della piena del Fiume primario. Qualunque siasi la natura della curva, alla quale l'influente adatta la sua superficie, essa dee necessariamente aver la qualità, che l'ultima sua tangente coincida colla tangente della curva del fiume primario.

Due

Due sono i casi di tal Legge. Il primo si è, quando l'ostacolo, che oppone il recipiente è tale, che il suo influente possa confluirvi senza alcun ratto, ma assai tranquillamente, e secondando una semplice curva che dal recipiente si porta in su nell' influente fino al limite dell' ostacolo.

Al contrario nel secondo caso gettandosi con gran caduta il secondario in piena nel primario fuori di piena, il primo forma un ratto di una gran cavità, la quale poi va cangiando dal labbro della caduta fino al limite del rigurgito.

LEGGE II.

VI. Quanto maggiori sono le portate de' Fiumi, o primarj, o secondarj, tanto maggiori sono le altezze massime relative al fondo dell'alveo, e le altezze minori laterali dalla prima intermedia fino alle ripe.

LEGGE III.

VII. Quanto maggiori sono le altezze delle massime piene ne' Fiumi primarj, e ne' secondarj, tanto maggiori sono le larghezze degli alvei in parità dell'altre cose.

LEGGE IV.

VIII. Quanto maggiori saranno le altezze delle massime piene in qualunque Fiume, tanto minori saranno le pendenze degli alvei con una regola, che si cercherà.

LEGGE V.

IX. Quanto più saranno resistenti le materie componenti l'alveo de' diversi Fiumi, che abbiano la stessa portata, tanto maggiori saranno le pendenze de' loro alvei.

LEGGE VI.

X. Il massimo ostacolo, che farà la confluenza di due Fiumi sarà quello della direzione perpendicolare dell'influente nel recipiente, ed il minimo sarà quello della confluenza sotto un angolo minimo. Un angolo maggiore del retto non accade mai, e vi provvede la natura medesima.

Il primo caso accadeva (come narrasi) nella confluenza del Serchio in Arno sotto la Città di Pisa, prima che ne fosse separato, giacchè l'intumescenza nel punto del concorso era tale, che due osservatori alle due opposte ripe non potevano vedersi, restando tagliata la linea visuale dal colmo dell' intumescenza.

Il secondo caso succede, quando la confluenza è modificata dall'arte in tal modo, che seconda una curva, la cui ultima tangente combinasi colla direzione del Fiume primario E tale osservasi nella confluenza dell' Ombrone Pistojese col Fiume Arno in Gonfolina.

LEG-

LEGGE VII.

XI. I Fiumi primarj, e secondarj adattano in gran parte i loro alvei, e le loro pendenze alle forze relative delle massime piene. Poichè essendo queste di massima attività saranno più valevoli di tutte le altre per escavare i loro alvei, dilatare le loro ripe, e raddolcire le loro pendenze.

LEGGE VIII.

XII. Le piene minori, come dotate di minore energia tenderanno a depositare ne' loro alvei le loro materie, ed aumentare le loro pendenze. Adunque tali pendenze saranno alquanto variabili, ma sempre le massime piene, specialmente quando sono diuturne, ricondurranno l'alveo alla sua profondità, e pendenza primiera. Per la qual cosa convien considerare tali pendenze, come costanti, o quasi costanti.

PROPOSIZIONE I.

Data la portata delle acque tanto dell' influente, che del recipiente, determinare l' altezza di questo per l' unione del primo nell' Ipotesi, che la Parabola Apolloniana sia la scala delle velocità.

XIII. Due sono i casi del presente Problema. Il primo quando la velocità superficiale, colla qual corre il Fiume solitario sia assai piccola rispetto alle inferiori velocità, e così possa considerarsi come nulla. Il secondo sarà, quando tal velocità sia considerabile, e perciò degna di essere inclusa negli elementi del problema.

PRIMO CASO.

Sia la superficie del Fiume solitario FAE (fig.5.Tav.I), e l'altezza delle sue acque sia AB. Con qualunque Parametro, che ora non occorre determinare, descrivasi la Parabola Apolloniana AGC, il cui vertice sia in A. Giacchè secondo l'ipotesi le sue semiordinate SG, BC &c. ci hanno a rappresentare le velocità de' diversi strati del fluido, tali velocità ci esprimeranno pure il viaggio di ciascuno strato in un dato tempo, e perciò la somma di tali velocità, cioè l' area parabolica AGCE ci esprimerà la quantità del moto di tutti i fili del fluido, che moltiplicati per la larghezza ci rappresentano la portata del Fiume prima dell' unione. In questo caso suppongasi unito il fiume secondario, e sia l'aumento della piena, che cerchiamo, ben rappresentato dalla linea AH. Facendo il punto H vertice della seconda Parabola HOD, allo stesso modo si dimostra, che essa colle sue semiordinate ci esprime le velocità di diversi strati, e colla sua area la quantità del moto nel tempo costante. Onde il suo prodotto per la larghezza, che poco differisce dalla prima, e che per ipotesi può assumersi come costante, ci esprime la portata del Fiume unito. Ma i due prodotti nell' ipotesi

tesi della costante larghezza sono, come le due Aree Paraboliche, e le due Aree in ragion diretta delle portate. Onde così sarà la portata del Fiume solitario alla portata del Fiume unito, come l'Area minore A G C alla maggiore H O D, le quali essendo in ragion composta delle altezze, e delle semiordinate, ed essendo le semiordinate in ragion suddupplicata delle altezze, ne viene in conseguenza, che le due portate sono in ragion composta della semplice delle altezze, e della suddupplicata delle medesime. Cioè saranno i quadrati delle portate del Fiume solitario, e del Fiume unito, come i cubi delle due altezze. Facciasi adunque l'Analogia; come il quadrato della portata del Fiume solitario al quadrato della portata del Fiume unito, così il Cubo dell'altezza A B, al Cubo dell'altezza H B. Dal quale estraendone la radice cubica si avrà la stessa altezza B H, che si cerca. Sia la portata del Fiume solitario $= p$ Del Fiume unito $= P$. L'altezza dell'acqua nel Fiume solitario $= a$. Quella del Fiume unito $= x$

Sarà $p^2 : P^2 = a^3 : x^3$. E perciò sarà $x = \sqrt[3]{\frac{P^2 a^3}{p^2}}$

Sia la portata del Recipiente separato di parti 1600, che s'intendano proporzionali alle vere. Sia quella dell'Influente di parti 333. Onde sarà $P = 1933$.

Sarà $p = 1600$.

Sia l'altezza $a =$ piedi 12. Applicando alla formola i detti numeri sarà $x =$ piedi 14 : 54 Centesime. E detraendone piedi 12. della prima altezza, sarà l'aumento dell'altezza per l'unione d'un Fiume, la cui portata è la terza parte del primario, di piedi 2. 54. Cent.

C A S O I I.

XIV. Se poi la velocità superficiale del Fiume separato sia notabile, e se il Fiume unito acquisti una velocità superficiale in ragion diretta delle portate, allora la soluzione sarà come siegue.

La velocità superficiale del Fiume separato sia ben rappresentata dalla Linea AE(fig.6.Tav.1.), e l'altezza, dalla quale possa acquistarsi tal velocità sia AV. Dal vertice V per il punto E pongasi descritta la Parabola delle velocità V E C. Onde l'area delle velocità, e delle quantità del Moto ci sarà espressa dal Segmento Parabolico A E C B, la cui area per le ragioni del Caso I. ci esprimerà la portata del Fiume solitario. Ora suppongasi aggiunto il suo Influente, colle cui acque suppongasi il Livello del Fiume A R salito in H I. Una tal linea H I ne esprima la velocità superficiale del Fiume unito, e sia H R l'altezza generatrice di tal velocità. Onde descrivendo la seconda Parabola, che passi per i due punti

R, I, e continui in MD, il suo segmento HIDB esprimerà la portata de' Fiumi uniti. E sarà per l'Ipotesi fatta come AB: HB $=$ AE: HI, che sono le due velocità superficiali del Fiume separato, e del Fiume unito.

Sia adunque come dianzi la prima altezza AB $= a$.

La seconda che si cerca, HB $= x$.

Sia la data velocità superficiale AE $= u$. Sarà VA $= \sqrt{u}$, la prima portata $= p$ la seconda $=$ P.

Abbiamo per l'Ipotesi p : P $= u$: al quarto termine HI $= \frac{P\,u}{p}$. Onde sarà RH $= \sqrt{\frac{P\,u}{p}}$. Sarà BV $= a + \sqrt{u}$. Onde la Semiparabola sarà $= (a + \sqrt{u})\sqrt{a + \sqrt{u}}$. E l'altra VEA $= \sqrt{u}\ \sqrt[4]{u}$. Così il Segmento parabolico AECB. Sarà $= (a + \sqrt{u})\sqrt{a + \sqrt{u}} - \sqrt{u}\,\sqrt[4]{u}$.

Per la stessa ragione il Segmento HIDB sarà uguale ad $\left(x + \frac{P}{p}\sqrt{u}\right)\sqrt{x + \frac{P}{p}\sqrt{u}} - \frac{P}{p}\sqrt{u}\sqrt{\frac{P}{p}} \times \sqrt[4]{u}$.

E facendo per maggior facilità $\frac{P}{p}\,u = V$; avremo tal Segmento $= (x + \sqrt{V})\ \sqrt{x + \sqrt{V}} - \sqrt{V}\ \sqrt[4]{V}$. Ora essendo tali Segmenti, come le due portate, se il Segmento noto dicasi $=$ S, avremo p : P $=$ S : $(x + \sqrt{V})\sqrt{x + \sqrt{V}} - \sqrt{V}\ \sqrt[4]{V}$. E così l'Equazione PS $= p\ (x + \sqrt{V})\sqrt{x + \sqrt{V}} - \sqrt{V}\ \sqrt[4]{V}$. Onde $\frac{PS + \sqrt{V}\sqrt[4]{V}}{p} = (x + \sqrt{V})\sqrt{x + \sqrt{V}}$ Quadrando tale Equazione, ed estraendone la Radice cubica, otterremo $\sqrt[3]{\left(\frac{PS + \sqrt{V}\ \sqrt[4]{V}}{p}\right)^2} = x + V$. Onde alla fine sarà $\left(\frac{PS + \sqrt{V}\sqrt[4]{V}}{p}\right)^{\frac{2}{3}} - V = x$, che si voleva.

E S E M P I O.

XV. Per applicare una tal formola a qualche caso, facciasi la AV di un piede, nel qual caso la velocità AE della Piena sarebbe di piedi 7. pollici 9. Onde sarà $\sqrt{u} = 1$, $\sqrt{u}\,\sqrt[4]{u} = 1$. Avremo dunque $a + \sqrt{u} =$ Piedi 13., e la sua radice sarà $=$ piedi 3. 60 centesime. Onde il prodotto $(a + \sqrt{u})\sqrt{a + \sqrt{u}}$, sarà $=$ 46. 8. decime, E detraendone $\sqrt{u}\,\sqrt[4]{u} = 1$. sarà 45. 8. il Segmento S aumen-

Aumentando $\sqrt{u}$, che esprime la data velocità nella ragione delle due portate, che siano come nel primo caso espresse dalla ragione 1333 : 1000., avremo V = 1. 333, la cui radice quadrata è = 1. 19. Centesime.

E la quadrato-quad. di 1. 13. Cent. Il prodotto sarà prossimamente di 1. 34. Cent. $= \sqrt{V}\sqrt[4]{V}$. Sarà PS = 1333 × 45. 8 = 61051. 4

Aggiungasi $\sqrt{V}\sqrt[4]{V}$ = 1 34.

Sarà la somma = 61052. 74. Cent.

Che divisa per p = 1000. lascia 61. 05274. Onde sarà la radice cubica del suo quadrato uguale prossimamente a piedi 15. 52. Cent. da cui sottraendo V = - - - - - - - - - - 1. 33.

Resta l'altezza X = piedi - - - - - - - - - - - 14. 19 Cent. e così l'altezza delle acque unite sopra quella delle acque solitarie sarà di piedi 2. 19 centesime invece di piedi 2. 54. del primo caso. La differenza non sarà, che di 35. Centesime di piede, benchè la superficial velocità sia stata supposta di piedi 7. pollici 9. per ogni secondo, che è molto grande.

COROLLARIO I.

XVI. Se adunque la data velocità facciasi di due in tre piedi, come accade assai sovente, ciascuno comprenderà, che la differenza del primo caso dal secondo non sarà, che di poche centesime. Indi è, che in pratica ne' problemi più ordinarj potrá adoperarsi la prima Ipotesi, che è assai più facile per applicarla a problemi più composti.

COROLLARIO II.

XVII. Che se si trattasse di risolvere l'altro Problema, nel quale data l'altezza, e la portata dell' Influente, si domandasse l'altezza del Fiume separato, sarà ugualmente facile la soluzione sulla scorta de' due primi casi.

COROLLARIO III.

XVIII. La formula $\sqrt{V}\sqrt[4]{V}$, che è stata calcolata di piedi 1. 34. è affatto insensibile rispetto a PS di parti 61051. 74. Onde tralasciandola, avremo la più semplice equazione $\left(\frac{P}{p}S\right)^{\frac{2}{3}} - V = x$, cioè l'altezza della piena del Fiume dopo l' unione del suo influente è uguale alla radice cubica del Quadrato della $\frac{P}{p}S$. Onde in pratica risolvesi il problema così.

1. Si faccia come p : P = Il Segmento della prima parabola, al quarto termine di proporzione.

2. Formisi il quadrato di tal termine, e da esso se ne estragga la radice cubica.

3. Da tal radice sottraggasi la velocità delle acque unite espressa nell'Ascissa, come si è veduto, ed il residuo ci presenterà l'altezza delle acque dopo l'unione.

Proposizione III.

Data la Scala delle velocità primitive, e supponendo le resistenze di diversi strati del fluido in ragion duplicata delle dette velocità determinare

1. Le velocità estinte per le resistenze.
2. Le velocità residue, cioè l'attuali.
3. Il punto dove la velocità attuale è massima.
4. La velocità attuale media.

XIX. Sia VNC (fig.7.Tav.1.) la parabola Apolloniana, che ci rappresenti la Scala delle velocità primitive. Sia la superficie del fluido in AE, come dianzi, e l'Ascissa AV superiore a detta superficie, sia pure come nella prima proposizione. Suppongasi la velocità primitiva al fondo del fluido espressa dalla BC, ed una sia qualunque parte FC sia l'attual velocità. Dal punto F al punto V conducasi la linea retta FV. Il Triangolo VBF sarà la Scala delle resistenze, alle quali essendo proporzionali le velocità perdute, il detto triangolo sarà il luogo geometrico delle medesime. Poichè secondo l'ipotesi le resistenze Sono in ragion duplicata delle velocità, ma in tal ragione sono le Ascisse VA, VM per la natura della parabola. Onde essendo le semiordinate triangolari MO, BF, come le stesse altezze VM, VB &c. esse ci esprimeranno il valore, e l'effetto di dette resistenze. Ciò posto

Soluzione della I. Parte.

XX. Dato qualunque punto, o sia strato del fluido M, conducasi la semiordinata triangolare MO, la quale per le cose già dette ci esprime le resistenze, e le velocità estinte nella data ipotesi. Onde la semiordinata MO, e così le altre AG, BF &c. ci paleseranno le estinte velocità per la legge delle resistenze. Ciò che si voleva.

Soluzione della II. Parte.

XXI. Le velocità attuali altro non sono, che quelle che restano agli strati del fluido, perduta che avrà la velocità per l'effetto delle resistenze. Ma le velocità primitive sono espresse dalle semiordinate paraboliche MN, AE &c. e le velocità perdute dalle triangolari MO, AG. Onde le differenze di dette due semiordinate, cioè le linee ON, GE &c. saranno le velocità attuali, che cerchiamo.

Continuando indefinitamente il ramo parabolico VNC, e la linea VF, queste due linee s'incontreranno nel punto E, onde in tal

caso

caso la linea VFE sarà la corda dell' Arco parabolico VNE. Dal che nasce il teorema. Che le attuali velocità de' diversi strati, che corrono in qualunque fiume sono espresse da quella porzione di semiordinata parabolica, che resta intercetta tra la corda parabolica, e l'arco pur parabolico.

SOLUZIONE DELLA III. PARTE.

XXII. Tali linee intercette FC, ON, GE &c. Sono quantità incostanti, e variabili. Onde essendo esse infinite, alcuna ve ne sarà, che avrà il massimo valore, il qual si domanda.

Sia adunque l' altezza BV $= a$

La velocità perduta sul fondo BF $=$ R

Il parametro della parabola $= p$

Le ascisse comuni al triangolo, ed alla parabola $= x$

Le attuali velocità ON, GE &c. $= y$

Avremo in primo luogo VB : BF $=$ VM : MO, cioè $a : R = x : \frac{Rx}{a}$, che è la velocità perduta a qualunque punto M. Allo stesso punto, avremo la semiordinata MN, che per la natura della parabola sarà $\sqrt{px}$: Onde sarà la ON, cioè $y = \sqrt{px} - \frac{Rx}{a}$. Ora differenziando al solito tal formola, e sciogliendo al solito il problema *de maximis*, facendo il differenziale $= o$, ne nasce l'equazione $\frac{1}{2}\sqrt{p} = \frac{R\sqrt{x}}{a}$, la quale essendo ridotta, somministra il valore della x, cioè $x = \frac{a^2 p}{4R^2}$ A tale ascissa corrisponde la massima velocità attuale.

APPLICAZIONE NUMERICA.

XXIII. Sia p di piedi 60., quale è il parametro della parabola delle primitive velocità.

Sia BC di piedi 28., quale è la velocità per la libera caduta di piedi 13.

Sia la velocità attuale del fondo, cioè la FC di piedi 3. Onde resterà FB di piedi 25. $=$ R. Onde sarà $x = \frac{169 \times 60}{4 \times 25^2} = \frac{10140}{2100} =$ Piedi 4. 83. E togliendone piede 1. altezza del vertice sopra il Livello del fluido, resteranno piedi 3. 85. Cent. sotto il livello del fluido, per avere nelle presenti ipotesi la massima attual velocità ON.

Facciasi ora il calcolo della velocità al detto punto. Sarà come 13. : 25. $=$ 4. 83. Cent., al quarto termine $= \frac{25 \times 4.83}{13} =$ Piedi 9. 05. Centesime. La velocità a detto punto, è di piedi 17. 00. Da cui detraendo 9. 05., resta la massima velocità di piedi 7. 95 Centesime.

Per

Per paragonare tal velocità a quella, che compete ad altri punti ſuperiori, o inferiori, ſia x = piedi 4. Onde avremo 13: 25 = 4: al quarto = piedi 7. 69. Centeſ. La velocità primitiva a tal caduta è di 15. 47. onde la velocità attuale tornerà di piedi 7. 38., che è minor della prima.

Ora ſi abbaſſi il punto, facendo x piedi 5. avremo 13 : 25 = 5: $\frac{125}{13}$ = piedi 9. 61. Centeſime. La velocità primitiva a tal caduta è di piedi 17. 30. onde la velocità attuale ſarà di piedi 7. 69. Centeſ. che è pur minore di 7. 95.

COROLLARIO I.

XXVI. Queſta Teoria molto ſi accoſta alle oſſervazioni, giacchè dopo la velocità della ſuperficie ſi oſſerva negli ſtrati inferiori creſcere le attuali velocitá degli ſtrati, e ciò ſino ad un certo punto, dal quale di bel nuovo decreſce ſino al fondo, dove ſi trova aſſai diminuita. Ma notiſi, che non vi è un punto generale, nè proporzionale alle altezze, ſul quale la velocitá attuale ſia maſſima. Nella formola della maſſima velocità $\frac{a^2 p}{4R}$ può variare l' altezza a. Può cangiare la reſiſtenza R. Solo può dedurſi, che ſtando coſtanti le reſiſtenze del fondo, ed il parametro, le aſciſſe x ſono come a^2, cioè in ragion duplicata delle altezze computate dal vertice parabolico. Si perde pure un tal Teorema relativamente alle altezze vive del fluido. Onde non è maraviglia, che il punto della maſſima attual velocità non ſempre corriſponda ad una profondità di acque, che ſia in una coſtante ragione colla total profonditá ſino al fondo.

COROLLARIO II.

XXV. Che ſe la velocitá attuale del fondo FC invece di piedi 3. ſi accreſceſſe ſino a piedi 8., allora riteſſendo tutto il calcolo, la maſſima velocità tornerebbe a piedi 6 34. ſotto la ſuperſicie delle acque correnti. Per la qual coſa in generale ſi dirà, che il punto della maſſima attual velocità tanto più ſi abbaſſa ſotto la ſuperficie, quanto più creſce l'attual velocitá del fondo, e tanto più ſi alza, quanto più ſcema la detta velocitá.

COROLLARIO III.

XXVI. Eſſendo difficiliſſimo a trovare la velocitá attuale di un Fiume ſul ſuo fondo, ed eſſendo eſſa sì ben legata colla maſſima velocità, che può oſſervarſi con molto maggiore facilitá, ſarà perciò ben fatto di riſolvere il problema a roveſcio, cioè dato il punto della maſſima velocitá attuale, e la velocità ſuperficiale, determinare la velocità attuale ſul fondo. Tralaſcio tal ſoluzione per amore di brevità.

XXVII. Vi ſarebbe ancora un altro metodo di determinare tanto l'altezza VA, quanto gli altri valori, che poſſono deſiderarſi, data che ſia la velocità attuale ſuperficiale GE, come pure la velocità attuale ON ad una nota profondità AM; ma tal problema oltre alla ſua lunghezza incontra la difficoltà, che quando le due velocità non ſiano preciſe, come non poſſono mai eſſerlo in pratica, le quantità dedotte fanno un divario notabile.

Corollario V.

XXVIII. Che ſe invece di collocare il vertice parabolico ſopra la ſuperficie del fluido, ſi concepiſce fiſſato alla ſteſſa ſuperficie, e lo ſteſſo dicaſi del triangolo, o ſcala delle reſiſtenze, allora molto maggior facilità ſi acquiſta per tutti i computi pratici, e forſe tale ipoteſi non ſi ſcoſta gran fatto dalla verità. Così ſia AB la profondità del fluido (fig. 8. Tav. I.). Sia AE la velocità alla ſuperficie ſecondo l'oſſervazione, la qual ſia coſtante ſino al fondo H; ſarà ſu tal ſuppoſto la parabola ENO, la ſcala degli aumenti delle velocità ſopra la velocità della ſuperficie. Sarà il triangolo EHF la ſcala delle perdute velocità per le reſiſtenze. Saranno le velocità attuali compoſte della coſtante MG, e delle HN, variabili. E tali variabili ſaranno le differenze delle due ſemiordinate GN, GH. Su tal nuova ipoteſi data la velocità attuale ad una nota profondità, per eſempio AM, trovaſi ſubito la linea GH, cioè la perduta velocità. Poichè col calcolo trovaſi la velocità primitiva GN. Abbiamo la velocità coſtante MG. Onde avremo ancora tutta la MN. Ma la velocità attuale oſſervata corriſponde alla ſomma delle due velocità MG, HN. E perciò la differenza di tutta la MN calcolata dalla velocità attuale oſſervata, ci ſomminiſtra la perduta velocità GH.

Ora facciaſi per la ſomiglianza de' triangoli EG ad EH, come GH al quarto termine, queſto ci paleſa la HF velocità perduta ſul fondo.

Ed avendo noi dall'altezza totale EH la primitiva velocità HO, ſottraendone dalla medeſima la HF già trovata, otterremo la FO. Facendo la ſomma della BH velocità coſtante, e della FO, avremo la velocità del fluido all'ultimo ſuo infimo ſtrato del fondo.

La portata attuale del Fiume ſarà rappreſentata dall'aggregato del Rettangolo AEHB, e del Segmento parabolico ENOFE. Tal ſegmento altro non è che la differenza dello ſpazio parabolico EHON dal triangolare EHF. E di quà naſce una ſoluzione più facile di tutti que' problemi, che verſano intorno all'unione, e diramazione de' Fiumi.

Qualunque velocità attuale a qualunque altro punto v. g. I. Si

si determina colla semiordinata parabolica PS, e colla triangolare PL.

ESEMPIO.

XXIX. E' di tale importanza una tal teoria per agevolarne la pratica, che io non voglio lasciare di renderla sensibile applicandola a qualche esempio.

Sia AE velocità alla superficie di piedi 2.

Sia la velocità attuale osservata alla profondità AM di piedi 3. = piedi 9.

La velocità primitiva alla stessa profondità sarà di piedi 13. 50. Centesime, ed unitavi la velocità costante di piedi 2. sono p. 15 50.

Da cui togliendo l' attual velocità di Piedi 9

Resterà la velocità perduta a tal punto di Piedi 6. 50.

Facendo 3: 12. = 6. 50. al quarto, questo tornerà di piedi 26. resistenza al fondo delle acque.

Ma la velocità primitiva alla profondità di piedi 12. sarà di piedi 26. 8. Decime. Ed aggiunta la velocità costante, saranno piedi 28. 8. da cui togliendo la resistenza di piedi 26. o. resterà l' attual velocità del fondo di piedi 2. 8. Decime. Tali sono gli elementi della scala delle attuali velocità, secondo la presente ipotesi.

COROLLARIO VI.

XXX. Con tali Elementi potremo ancor qui determinare il punto della massima velocità attuale, valendo ancor qui la formola $x = \frac{a^2 p}{4R^2}$. Applicandola al valore de' presenti numeri, avremo $x = \frac{144 \times 60}{4 \times 26^2} = \frac{8640}{2704} =$ piedi 3. 2. Decime prossimamente; e più esattamente 3. 19. ma colle ipotesi della proposizione I. era stata calcolata di 3. 86.; onde il divario tra queste ipotesi non è che di 64. Centesime.

PARTE IV.

XXXI. Per dedurre la velocità media, che volevasi in ultimo luogo, dee calcolarsi la superficie della figura composta, che ci esprimerà le velocità primitive. Da tal riquadratura deve sottrarsi la superficie della scala delle resistenze, ed il residuo, che ci rappresenta la somma delle attuali velocità, dovrà dividersi per l' altezza totale. Il quoziente ci palesa la media attual velocità.

Così nell' ipotesi de' due Corollarj deve farsi la somma del Rettangolo ABHE, e della semiparabola ENO. Deve da tal somma detrarsi l' area triangolare EHF, ed il residuo deve dividersi per AB.

ESEM-

ESEMPIO.

XXXII. Supponendo le dimensioni dell' antecedente Corollario sarà AB × BH = 12 × 2. = piedi quadrati 24.

Essendo la semiordinata HO di piedi 26. l' altezza HE di 12.
Sarà lo spazio parabolico = ⅔ HE × HO = piedi □ = 208.

Somma P. □. 232.

Essendo HF di piedi 26., ed HE di 12. □, avremo l' Area Triangolare di P. □. 156.
Che sottratte dalla somma lasciano P. □. 76.
Che divisi per l' altezza di piedi 12. lasciano la media velocità attuale di piedi 6. 33. Cent.
Che è ciò che si voleva. Avvertasi, che il numero 76. ci esprime la portata del Fiume secondo le attuali velocità.

PROPOSIZIONE III.

Data la Scala delle velocità primitive, e delle resistenze, e data la portata dei due Fiumi separati determinare l' altezza de' Fiumi uniti.

XXXIII. Un simil Problema sciolto nella prop I. non includeva le resistenze degli Strati Aquei, che sono assai grandi, e perciò non poteva corrispondere alle attuali velocità de' fiumi, ed alle vere circostanze de' medesimi.

Aggiunta ora la Scala delle resistenze, abbiamo rinvenuto quella delle attuali Velocità nella prop II., e suoi Corollarj. Onde la presente soluzione meglio si adatterà al pratico esercizio de' Periti Idraulici.

In due maniere può risolversi detto Problema, cioè supponendo il vertice parabolico, e triangolare sopra la superficie del fluido, e supponendolo a Livello dello stesso fluido, come ne' Corollarj della prop III. In tale Ipotesi sarà risoluto il problema per esser più facile, e non molto differente dalla prima ipotesi.

Suppongasi adunque l' altezza del Fiume unito, accresciuta fino al punto *a*, e la sua velocità superficiale *ae* aumentata in ragione delle due portate del Fiume separato, e del medesimo unito al suo influente. Sarà in tal caso la nuova parabola *e n o* espressiva delle primitive velocità. Sarà il Triangolo *e b f* la Scala delle respettive resistenze. Sarà il Rettangolo *a* B *b e* il luogo delle costanti velocità. Onde la somma della semiparabola, e del Rettangolo, detrattone l' area triangolare, ci paleserà le velocità residue, la cui somma sarà proporzionale alla nuova portata. Onde sarà, come la portata del fiume solitario alla portata del fiume unito, così l' Area delle attuali velocità nel Fiume separato, all' Area delle stesse Velocità del Fiume unito. Da tale Analogia nascerà l' equazione, che ci paleserà il valore dell' incognita *a*B = *x*.

Sia dunque la nota velocità AE $= u$. Le due portate al ſolito dicanſi p. P. La reſiſtenza del fondo HF $=$ R, l'altezza BA del Fiume ſeparato $= a$.

1. Sarà in primo luogo $p : P = u : \frac{P\,u}{p} = ae$

2. Sarà il Rettangolo $a\,e\,b\,B = \frac{P\,u}{p}x$

3. Chiamando V la velocità HO, ſarà HO : $bo = \sqrt{a} : \sqrt{x}$. Onde l'Area Parabolica ſarà $\frac{2Vx}{3\sqrt{a}}\sqrt{x}$

4. Sarà $a : R = x : bf$, che ſarà la baſe del nuovo Triangolo $= \frac{R}{a}x$, che moltiplicata per $\frac{1}{2}x$, ci darà l'Area triangolare $\frac{R}{2a}x$

5. E così l'Area delle attuali velocità ſarà eſpreſſa dalla formola $\frac{P\,u}{p}x + \frac{2\,V}{3\sqrt{a}}x\sqrt{x} - \frac{R}{2\,a}x^2$.

Ora ſuppongaſi, che l'Area nota del fiume Solitario ſia $=$ A^2 avremo adunque la ſeguente Analogìa.

$p : P = A^2 : \frac{P\,u}{p}x + \frac{2\,V}{3\sqrt{a}}x\sqrt{x} - \frac{R}{2\,a}x^2$. Dalla quale formaſi l'equazione del Problema $PA^2 = \frac{Pp\,u}{p} + \frac{2Vp}{3\sqrt{a}}x\sqrt{x} - \frac{R\,p}{2\,a}x^2$

ovvero $PA^2 = Pu + \frac{2Vp}{3\sqrt{a}}x\sqrt{x} - \frac{R\,p}{2\,a}x^2$

Riducendo al ſolito una tale equazione, eſſa ſarà del quarto grado, cioè $x^4 - \frac{16aV^2}{9\,R^2}x^3 + \frac{4\,2^2K^4}{R^2\,p^2}x^2 + c^4 = o$ Nella quale equazione c^4 eſprime le quantità coſtanti, e K^4 le coſtanti, che fanno il coefficiente di x^2. L'eſtrazione della radice di tale equazione quadratico-quadratica ſi fa ſecondo il ſolito.

Ma apportando eſſa in pratica un calcolo aſſai compoſto, vi ſarà modo di ridurla ad una equazione quadratica, ſoſtituendo un valore proſſimamente equivalente alla frazione $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{a}}$, il quale ho trovato eſſere $\sqrt[3]{\frac{P}{p}}$ (a)

Onde

(a) Poichè la preſente Ipoteſi, in cui ſi aggiungono le velocità ſuperficiali, poco differiſce dalla ſemplice Ipoteſi Parabolica; Onde avremo proſſimamente $x = \sqrt[3]{\frac{P^2a^3}{p^2}}$, e così $\sqrt{x} = \sqrt[6]{\frac{P^2a^3}{p}}$. Onde dividendo per $\sqrt{a}$, avremo $\sqrt[3]{\frac{P}{p}}$

Onde sarà la formula $= \frac{P\,u}{p} x + \frac{2V}{3}\sqrt[3]{\frac{P}{p}}\, x - \frac{R}{2a} x^2$. Il coefficiente di x, cioè $\frac{P\,u}{p} + \frac{2V}{3} \times \sqrt[3]{\frac{P}{p}}$ dicasi $= C$, ed avremo $\frac{R}{2a} x^2 + C x$, che ci esprime la nuova portata.

Facciasi pertanto $p : P = A^2 : C x - \frac{R}{2a} x^2$, e sarà $- PA^2 = \frac{pR}{2a} x^2 - C p x$. Riducendo una tale equazione avremo finalmente

$$\left.\begin{array}{l} x - \frac{aC}{2R} \\ \frac{aC}{2R} - x \end{array}\right\} = \sqrt{\frac{a^2C^2}{4R^2} - \frac{2a\,PA^2}{pR}}.$$

Essendo $\frac{aC}{2R}$ minore di x, come è facile a conoscere, vale la prima radice, e così finalmente sarà $x = \frac{aC}{2R} + \sqrt{\frac{a^2C^2}{4R^2} - \frac{2a\,PA^2}{pR}}$. Ma essendo $\frac{2a\,PA^2}{pR}$ maggiore di $\frac{a^2C^2}{R^2}$, la formula sarà $x = \frac{aC}{R} + \sqrt{\frac{2a\,PA^2}{pR} - \frac{a^2C^2}{4R^2}}$

Applicazione Numerica.

XXXIV. Sia $a =$ Piedi 12. $R = 26$ $u = 2$. $P = 1500$. $p = 1000$. $A^2 =$ Piedi ⊓ 76. Avremo $\frac{P\,u}{p} = \frac{1500 \times 2}{1000} = 3$. $V = 26.\ 8$. Avremo $\sqrt[3]{\frac{P}{p}} = 1.\ 14$. Cent. Sarà $\frac{2V}{3}\sqrt[3]{\frac{P}{p}} = \frac{2 \times 26.\ 8}{3} \times 1.\ 14.$ che sarà $= 20.\ 26$. Cent. Onde sarà $C =$ 23. 36.

E così $\frac{1}{2}$ C = 11 68.

Sarà dunque $\frac{\frac{1}{2}Ca}{R} = \frac{12 \times 11.\ 68.}{26} = 5.\ 38$. Il suo quadrato sarà $= 28.\ 94$. Cent. $= \frac{a^2C^2}{4R^2}$. Sarà $\frac{2a\,PA^2}{pR} = 105.\ 20.$, da cui detraendo 28. 94. resteranno 76. 26., la cui prossima radice ⊓ sarà = 8. 73.

a cui aggiungendo - - - - - - - - 5 38,

La Somma $= x =$ - - - - - Piedi 14 11.

COROLLARIO I.

XXXV. Onde l'accrescimento per unione sarà di P. 2. 11. C.
Nel caso I. della Prop. I. era - - - - P. 2. 54.
Nel secondo caso della medesima era di P. - - 2. 19.

 Dal

Dal che si vede, che l' ipotesi del caso II. della Proposizione I., e l'ipotesi della presente Prop. III. differiscano di sole 8. Centesime di piede nell'aumento, che fa il fiume unito nella sua altezza, e ciò benchè nella Prop. I. sia $P:p$ come 4 : 3., ed in questa come 3 : 2.

COROLLARIO II.

XXXVI. Per fare il paragone più stretto nell'ipotesi delle resistenze, e quella delle velocitá primitive, mettendo tanto nel primo caso, che nel secondo la velocitá superficiale di piedi 2., e l' aumento come p: P, sarebbe l'area delle velocità nel fiume separato $= 2\times 12 + \frac{2\times 12\times 26.8.}{3} = 24+214.4 = 238.4. = A^2$ la velocitá costante del fiume unito, cioè $\frac{P\,u}{p}$ sarebbe $= 3.$, onde l'Area di tali velocitá $= 3\times x$. L' area parabolica $= \frac{2\,V}{3}\sqrt[3]{\frac{P}{p}}\,x$: onde avremo $p : P = A^2 : \left(\frac{P\,u}{p} + \frac{2\,V}{3}\sqrt{\frac{P}{p}}\right) x$:

cioè $x = \dfrac{\frac{P\,A^2.}{p}}{\left(\frac{P\,u}{p} + \frac{2\,V}{3}\sqrt{\frac{P}{p}}\right)}$

ESEMPIO I.

XXXVII. Facciasi in primo luogo $u =$ Piedi 2. avremo $A^2 = 214.4$. sarà $\frac{P}{p}\,u. =$ piedi 3. Le due portate $P:p$ al solito, come 3:2., avremo $x = \frac{3516}{234.4.}$ Piedi 15. 05. Centesime.

ESEMPIO II.

XXXVIII. Aumentisi la velocità costante fino a piedi 6., e sarà $\frac{P}{p}\,u =$ piedi 9. onde sarà $x = \frac{9}{6} \frac{\times 286.4.}{(9+10.76\times 1.14} = \frac{8592}{5872} =$ piedi 14. 63. Centesime: onde si vede il divario, che introduce nel risultato delle altezze la velocità costante, la quale se sia maggiore, minore sarà il risultato.

COROLLARIO III.

XXXIX. Distruggendo nella formola la costante velocità $= u$ resterà $x = \dfrac{\frac{P\,A^2}{p}}{\left(\frac{2\,V}{3}\sqrt[3]{\frac{P}{p}}\right)}$. Onde adattandovi il valore numerico, tornerà $x = \frac{1296}{1221} =$ piedi 15. 80. Centesime. Se alla formola della prop.

prop. I.. Si adatti la portata presente, come 2:3., allora formando il calcolo, verrebbe la x di piedi 15. 74. Centesime, che differisce sole 6. Centesime dalle ipotesi del presente Corollario. Questa stessa tenue differenza è originata dalla formola $\sqrt[3]{\frac{P}{p}}$ che per approssimazione si è fatta $= \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{a}}$

Ora sarà bene confrontare insieme gli ultimi resultati della presente prop., e suoi Corollarj.

XL. Supponendo adunque la portata del Recipiente separato di parti 2., e del Fiume unito di parti 3., ed inoltre, che l'altezza del primo sia di piedi 12. sará nell'ipotesi semplice parabolica senza la costante velocità, e senza le resistenze, l'altezza del recipiente dopo l'unione di piedi - - - - 15. 80. Cent.

Nell'ipotesi della velocitá costante di piedi 2. per secondo di - - - - - - 15. 05.

Nell'ipotesi della velocità costante di piedi 6. sarà l'altezza di P. - - - - - - - 14. 63.

Nell'ipotesi delle resistenze in ragion duplicata delle velocitá P. - - - - - - 14. 11. colla velocità costante di piedi 2.

Dal qual confronto nascono le seguenti riflessioni, cioè

1. Che l'ipotesi semplice parabolica dá le altezze eccessive, e non bene perciò si adatta alla pratica.

2. Che l'ipotesi parabolica, e della velocità costante, meno si allontana dalla veritá; e che tanto più si accosta alla medesima, quanto più si fa crescere la velocitá superficiale.

3. Che l'ipotesi delle resistenze scema assai l'altezza del fiume unito, ancorchè la velocità costante facciasi di soli due piedi. E che aumentandola alquanto, divien subito minore di piedi 14.

4. E finalmente, che in pratica, o convien seguire l'ipotesi delle resistenze, e delle velocità costanti, o almeno l'ipotesi della scala parabolica colle velocitá superficiali di notabile dimensione. In fatti la velocità di piedi 2. è troppo piccola ancora secondo l'esperienza, e più si accosta alla medesima la velocità di piedi 6.

Merita pure di essere avvertito, che l'ipotesi del vertice parabolico stabilito alla superficie del fluido, ma ajutato dalla superficiale velocità, non molto si scosta dal vertice superiore d'un piede, poiché la velocità indi cagionata si converta nella velocità costante. Chi volesse fare il giusto paragone de' risultati della prop. I. colla presente dovrebbe fare le ragioni delle portate sempre nell una, e nell'altra supposizione del vertice parabolico. PRO-

PROPOSIZIONE IV.

Data l' inclinazione dell' Alveo in un Fiume di nota portata, determinare l' inclinazione di un altro Fiume, del quale pure sia nota la portata, e ciò nell' ipotesi delle uguali resistenze delle materie, che ne occupano l' Alveo.

XXXXI. Io non rammento le Teorie, che sono state proposte da altri Scrittori, non avendone essi prodotta alcuna prova. In una materia così oscura, e così poco illustrata finora, tutta la difficoltá consiste nel determinare le forze escavatrici delle acque correnti, sulle quali mi sembra, che i due elementi, che possano aumentare, o scemare tali forze siano in primo luogo l' altezza delle colonne aquee, le quali gravitando, e strisciando sul fondo, tanto maggiore effetto dovranno produrre, quanto tali altezze saranno maggiori. In secondo luogo va considerata la velocità, colla quale tali colonne vanno corrodendo il fondo, e tal velocitá mi pare, che senza gran divario possa adoperarsi in ragione sudduplicata delle altezze, delle inclinazioni degli Alvei. Io dunque sù questi due Elementi intendo di risolvere il presente problema.

Sia data dunque (*fig. 9. Tav. 1.*) l' inclinazione CP dell' Alveo d' un dato fiume, nel quale l' altezza delle Colonne aquee insistenti sul fondo sia MN. L' Orizontale PA si consideri come una linea costante, e l' altezza CA ne esprimerá l' altezza del piano, ovvero il seno dell' angolo CPA, che si nomina *l' angolo della pendenza*. Adunque essendo per le ipotesi la forza escavatrice del fiume in ragion composta della MN, e della sudduplicata della CA, e supponendosi, che tal pendenza sia stabilita, ne viene in conseguenza, che in tal caso la resistenza della materia sia uguale alla forza escavatrice, giacchè se fosse minore la forza seguiterebbe ad abbassare il piano, e se fosse maggiore la resistenza, la forza escavatrice non poteva a tal segno ridurre il piano CP. Sia dunque la resistenza $= R$. Sia la data Colonna $= C$. L' altezza, o seno dell' Angolo $= S$. Onde avremo $R = C\sqrt{S}$. Ora sia data una seconda altezza della Colonna $= K$, e si cerchi la nuova inclinazione, che chiameremo $= x$. Supponendo R di valor costante, ed essendo $R = C\sqrt{S}$ avremo l' altra equazione $C\sqrt{S} = K\sqrt{x}$. La qual ci somministra $x = \frac{C^2 S}{K^2}$. E per esser costante $C^2 S$, avremo x come $\frac{1}{K^2}$, cioè i seni degli angoli d' inclinazione saranno in ragion reciproca duplicata dell' altezze de' fiumi.

Otterremo la soluzione del presente problema, facendo il prodotto di $C^2 S$, e dividendolo per K^2, o facendo la seguente Analogia. Come il quadrato della nuova altezza, al quadrato dell' altezza del fiume esem-

esemplare, così il seno della pendenza di questo, al seno dell' angolo della nuova inclinazion, che si cerca.

ESEMPIO.

XLII. Sia data l' altezza del fiume esemplare di piedi 12., ed il seno dell' inclinazione dell' alveo sia di piedi 2. per miglio. L' altezza C dell' altro fiume sia di piedi 14., avremo come 196. quadrato di piedi 14.

a - - - 144. quadrato di piedi 12., così piedi 2., al quarto termine, che ci tornerà di piedi 1. 47. Centesime prossimamente.

COROLLARIO I.

XLIII. Se poi la resistenza R di due diversi fiumi sia differente, come succede assai sovente, allora tenendo costante il valore di C sarà variabile $\sqrt{S}$, ed avremo $R = \sqrt{S}$, cioè le resistenze in parità delle altezze delle Colonne aquee, saranno in ragion suddupplicata de' seni d' inclinazione.

COROLLARIO II.

XLIV. Ne siegue ancora, che in parità di resistenze, un fiume solitario avrà un' inclinazione maggiore del medesimo unito al suo Secondario. Così se l' altezza del fiume solitario sia di piedi 12., ed il fiume unito di piedi 14., sarà la prima inclinazione alla seconda, come 2. 00 : 1. 47. secondo l' apportato esempio.

COROLLARIO III.

XLV. Potremo ancora paragonare immediatamente le portate alle pendenze, poichè avremo l' altezza $K = \sqrt[3]{\frac{P^2}{p^2}}$. Onde sarà $K^2 = \sqrt[3]{\frac{P^4}{p^4}}$. Onde avremo $x = \sqrt[3]{\frac{P^4}{p^4}}$: Cioè $x^3 = \frac{P^4}{p^4}$. Ecco adunque un altro general Teorema, cioè i cubi de' seni degli angoli d' inclinazione di diversi fiumi, sono in ragion reciproca de' quadrato-quadrati delle portate, poichè la portata del fiume esemplare p^4 si suppone come costante. Data adunque la portata, ed il seno dell' inclinazione del fiume esemplare, sarà $x^3 = \frac{P^4 S^3}{p^4}$. E così $x = S \sqrt[3]{\left(\frac{P^4}{p^4}\right)}$ Sia $P = 3$. $p. = 2$. $S =$ piedi 2, applicando alla formola i detti numeri, sarà $x = 2 \sqrt[3]{\frac{16}{18}} =$ piede 1. 17 Centesime.

Se invece dell' esempio addotto, facciasi la data altezza di piedi 15 7. decime, allora sarebbe

Come 246 : 144. = 2 : al quarto, che appunto tornerebbe di piede 1. 17. Centesime, come deducesi dalle immediate portate.

Co-

Corollario IV.

XLVI. Indi non farà maraviglia, che i fiumi veramente reali qual' è il Pò Grande, abbiano così piccole le inclinazioni degli alvei, quando fcorrono per un fuolo terrofo, e così di tenue refiftenza, che per poco non fi confondano colle linee orizontali. Poichè mettafi, che la portata del fiume Reno alla portata del Pò fia come 1 : 20., e che il Reno fcorra con piedi 2. di pendenza per miglio. A voler dedurre da tal Declive quello del Pò, fi avrebbe

$x = 2\sqrt[3]{\frac{1 . 4}{20^4}}$, piedi $\frac{2}{117}$ che fanno proffimamente linee $\frac{21}{2}$ di declive per ogni miglio.

Corollario V.

XLVII Effendo più facile in pratica il mifurare l' altezza delle piene, che le portate de' fiumi, terremo conto del primo Teorema, che fa i feni in ragion reciproca duplicata delle altezze. Così fe la piena del Pò facciafi dell' altezza di piedi 40, mentre quella del Reno refti di P. 12. farà l' inclinazione dell' alveo di piedi $\frac{288}{1600}$, cioè poco più di pollici due. Il divario tra 'l primo, ed il fecondo rifultato non farà maraviglia a chi ben comprenderà, che le portate prima adoperate come 20. 1. Sono veramente ipotetiche, e l' altezza delle due piene è più giufta per la facilità di mifurarla ne' capifaldi degli Argini.

Corollario VI.

XLVIII. Che fe la velocità delle colonne prementi non folo voglia confiderarfi in rapporto al piano inclinato, per cui fcendono, ma eziandio in ordine alle velocita impreffe dalle fuperiori cadute, o ancora in ordine a quelle, che l' altezza della Colonna potrà generare, allora i feni delle inclinazioni fi troveranno in ragion reciproca compofta della duplicata delle altezze, e delle altre velocità, che poffono accoppiarfi. Così le velocità, che generano le altezze fono in ragion fudduplicata delle medefime. Onde volendo includer quefte nella formola, faranno le $x = \frac{1}{\sqrt{K} \times K^2}$, cioè $x^2 = \frac{1}{K^5}$, cioè i quadrati de' feni delle pendenze in ragion reciproca de' Cuboquadrati delle altezze. E tal propofizione pare, che abbia più luogo in pratica, che qualunque altra, giacchè la velocità delle piene crefce notabilmente per le loro altezze. Sia la prima altezza di piedi 12., e le competano piedi 2. di pendenza per miglio, fia la feconda altezza di piedi 14. Onde fará come $14^{\frac{5}{2}}$: $12^{\frac{5}{2}}$ = 2. al quarto termine, che farà di piedi 1. 36. Centefime, per il declive del fiume accrefciuto di altezza da piedi 12. a 14.

Pro-

PROPOSIZIONE V.

Data la portata de' due Fiumi, e l'altezze delle loro acque, determinare le larghezze de' loro Alvei.

XXXXIX. La Teoria de' fiumi non è in oggi tanto avanzata, che possa sperarsi una precisa soluzione del presente problema. Ci mancano ancora assaissime misure, ed osservazioni in fiumi di gran portata per poter pigliar lume dal fatto. Le osservazioni più ovvie sopra la larghezza, e figura degli Alvei. Sono

I. Che quanto più crescono le portate de' fiumi, ed in conseguenza le loro altezze, tanto più dilatansi i loro alvei, ma non già nella semplice ragione delle altezze.

II. Che la figura, che veste l'alveo di un fiume in una materia di sufficiente regolarità è sempre concava rispetto all' asse della medesima.

III. Che detto Asse trovasi nel mezzo della larghezza, ogni volta, che il Filone non torce nè a destra, nè a sinistra, ma corre nel mezzo parallelo alle ripe.

IV. Che gli archi infinitesimi di tal curva, tanto maggiore anno il raggio osculatore, quanto più si scostano dal vertice, il quale coincide col maggior fondo, o col punto intermedio delle larghezze.

V. Che pigliando con esattezza le sezioni degli alvei ne' tronchi più regolari de' fiumi, e paragonandole a qualche curva più nota, come sono le sezioni coniche, la figura, più che ad ogni altra, si accosta all' Iperbola, la quale però potrà assumersi per rappresentare prossimamente le figure degli alvei.

VI. Mutando l'altezza delle acque, non corrisponde alle larghezze l'iperbola di un costante parametro, ma per bene esprimere gli alvei, e loro larghezze è indispensabile l'aumentare il parametro con una certa ragion delle altezze, o loro funzioni.

VII. Che aumentando i parametri nella ragion semplice delle altezze, non si esprimono benissimo le larghezze, che indi ne risultano.

VIII. Che paragonando insieme le sezioni di varj fiumi, dove essi corrono in un suolo quasi omogeneo, io ho ritrovato, che facendo aumentare i parametri nella ragion composta della semplice e della sudduplicata delle loro altezze, si esprimono con qualche approssimazione le larghezze degli alvei. Io mi dispenserò di apportare le molte misure, che concludono una tal ragione dei parametri, perchè sarebbe assai lunga una tale esposizione. Risolverò adunque il problema secondo le precedenti osservazioni, ed ipotesi.

L. Sia dunque NBP (Tav. 1. fig. X.) una curva Iperbolica Apollo-

niana, che ci rappresenti la sezione dell' Alveo di un dato fiume, e sia perciò data tanto l' ordinata NP, che ci esprima la larghezza del dato fiume, quanto l'ascissa MB, che è l'altezza dell'acque. Un tal alveo si piglierá per esemplare per dedurne poi tutti gli altri, che si vorranno. L'equazione all' Iperbola sarà $y^2 = Px + x^2$ intendendo al solito $y =$ alla semiordinata, $x =$ all'Ascissa, e P per il parametro iperbolico. Onde sarà $P = \frac{y^2 - x^2}{x}$. Essendo adunque data tanto la semiordinata, che l'ascissa, avremo il valore del parametro.

ESEMPIO.

LI. Esprimerò un tale esempio in Braccia fiorentine: sia $y = 18$. Br. $x =$ Br. 4. onde sarà $P = \frac{324 - 16.}{4} =$ Br. 77., che sarà il parametro iperbolico.

Ora sia dato un'altro fiume della sezione DBC, ed in esso sia data l'altezza BA, e domandisi la larghezza dell'Alveo DC, che si troverà nella seguente maniera.

LII. Sia la prima ipotesi, che i parametri iperbolici sieguano la ragione delle altezze, e sia data l'altezza BA per esempio Br. 9. facciasi come $4 : 9 = 77$. al quarto termine, che ci mostrerà il parametro della nuova iperbola.

Ripigliando l' equazione $y^2 = Px + x^2$, in essa sarà noto tanto il valore di x, che è la data altezza, quanto il valore di P dianzi trovato. Onde sarà $y = \sqrt{Px + x^2}$

ESEMPIO.

LIII. Trovisi prima il parametro P, facendo come $4 : 9 = 77$ al quarto, che sarà di Br. 173. parametro della nuova iperbola. Onde sarà $y^2 = 1640.25$. Centesime, la cui prossima radice sarebbe di Br. 8.40.5. Onde tutta la larghezza sarebbe di Br. 81.

Ora Una tal larghezza è troppo piccola rispetto alle mie osservazioni, secondo le quali la larghezza del fiume si accosta a Br. 100.

LIV. Sia adunque la seconda ipotesi, in cui l'aumento del parametro siegua la ragion composta della sua altezza, e della radice della medesima. Onde facciasi

Come $a\sqrt{a} : x\sqrt{x} = P$ al quarto termine, e e questo sarà il nuovo parametro, per dedurne la larghezza dell' Alveo.

ESEMPIO.

LV. Essendo $a =$ Br. 4. nel fiume esemplare, avremo $a\sqrt{a} = 8$. Essendo la nuova altezza = Br. 9. avremo $x\sqrt{x} = 27$. Onde facciasi come

come 8 : 27. = 77 al quarto termine, che sarà di Br. 259: parametro della seconda Iperbola. Con tal parametro trovasi $y^2 = 2412.$, la cui prossima radice sarà di Br. 49. Onde il duplo, cioè Br. 98. sarà la larghezza dell' Alveo, che è prossima a quella da me ritrovata colle Osservazioni fatte nell' Ombrone di Pistoja, e del Fiume Arno in Gonfolina. Il primo in Br. 4. di Piena esige Br. 36. di larghezza nei tronchi regolari da me misurati, e nel secondo, nella Piena di Br. 9. sopra le acque magre, esige una larghezza d'Alveo assai prossima a Br. 100.

LVI. Che se facendo altre combinazioni di Fiumi, e delle loro larghezze, quando corrono in un terreno, e fondo omogeneo, si trovasse la larghezza del Fiume maggiore, o troppo scarsa, o troppo avvantaggiata, potrebbe correggersi la Teoria con introdurre una diversa potenza della x. A me sembra, che il limite possa esser racchiuso tra $x^{\frac{3}{2}}$, ed x^2. Tra questi due limiti vi sono degli Esponenti maggiori, o minori all'infinito, per esempio $x^{\frac{30}{16}}, x^{\frac{30}{17}}, x^{\frac{30}{18}}$ &c. Così a forza di nuove osservazioni, e misure potrà trovarsi un Esponente frazionario, che ci esprima più accuratamente quei Parametri Iperbolici, da' quali poi possano dedursi le giuste larghezze degli Alvei.

E chi sa che cambiando i gradi delle resistenze delle materie componenti l' Alveo, non debba pur variarsi per esse la frazione degli Esponenti?

COROLLARIO.

LVII. Benchè l'andamento degli Alvei meglio si adatti all'iperbola Apolloniana, come è stato detto, pure aumentando i Parametri parabolici nella stessa ragione di $x\sqrt{x}$, come è stato fatto ne' Parametri iperbolici, la stessa parabola senza errore sensibile potrà adoperarsi nel pdesente Calcolo. Poichè nell' Equazione iperbolica $y^2 = \sqrt{Px + x^2}$, il valore x^2 è assai piccolo rispetto al rettangolo Px. Onde prossimamente sarà $y^2 = \sqrt{Px}$, che è l'equazione parabolica. E' facile a dimostrare una tale approssimazione collo stesso calcolo, adoperando in esso l'equazione parabolica invece dell'iperbolica. Poichè lasciate come dianzi le dimensioni del fiume Esemplare, ed aumentando al solito il parametro, esso sarebbe di Br. 259., come dianzi. Onde facendo il suo prodotto per l'altezza di Br. 9., ed estraendone la sua radice, tornerà la semiordinata di - - - - Br. 48. 3.

Ma nell' Ipotesi iperbolica era di - - - Br. 49.

Onde non vi sarebbe altro divario, che di $\frac{2}{3}$ di Braccio (1), che è assai tenue nella presente materia. Dall' altra parte in molti problemi

(1) Se le misure fiorentine vogliano ridursi a piedi Paragini, sarà facile ad ottenerlo, mettendo il Braccio Fiorentino di pollici 21 $\frac{1}{2}$.

l'Alveo parabolico è assai più commodo dell'iperbolico, che non ha una quadratura in termini finiti come la parabola. Onde in tali problemi senza grande errore potremo adoperare la figura parabolica, per rappresentare l'andamento degli Alvei.

Proposizione VI.

Date le portate, e le Dimensioni di un Fiume primario, e di un Secondario determinare in qual maniera essi dopo l'unione accomodino le loro Acque, ed i loro Alvei.

LVIII. In un Problema sì generale converrà supporre, in primo luogo, che le resistenze degli Alvei nel Primario, e nel Secondario siano omogenee. In secondo luogo, che le due portate si mantengano costanti, finchè la natura colle sue leggi inviolabili abbia adattata la pendenza degli Alvei, e tutte le altre dimensioni all'esigenza delle acque. In terzo luogo, che le acque medesime siano tanto nel primario, che nel secondario di densità, e qualità uguale, cioè impregnate delle stesse materie. Poste le quali ipotesi, le leggi della nuova unione del Secondario nel Primario saranno le seguenti.

I. Le acque unite del secondario col primario faranno accrescere l'altezza di questo, secondo la prop. I. II. III.. e suoi Corollarj.

II. Dall'aumento delle portate, e delle altezze ne nascerà nel primario unito una diminuzione nella pendenza dell'Alveo nuovo, secondo la prop. IV. Onde le forze escavatrici lavoreranno per isbassare l'Alveo ne' punti prossimi, ed inferiori all'unione fino ad un certo limite inferiore.

III. La maggior portata dell'acque, e l'altezza maggiore della Piena esigerá pure una dilatazione dell'Alveo, e così secondo la prop. V. le forze del fluido muteranno il parametro iperbolico, e le semiordinate dell'iperbola primiera.

IV. Le acque del primario, e del secondario dopo l'unione al punto dello sbocco, si spianeranno sulla stessa superficie, come per la legge prima delle leggi generali.

V. Che il Fiume secondario dopo l'unione debba adattare la superficie delle sue acque, e la linea del fondo alle sue particolari proprietà. Cioè l'altezza delle sue acque, dovrà esser quella, che conviene alla sua portata. La pendenza del suo fondo dovrá esser relativa alla sua altezza, secondo la prop. IV., e suoi Corollarj, incominciando tal pendenza dal punto dello sbocco, e continuando all'insù secondo le circostanze dell'Alveo.

VI. Essendo maggiore l'altezza del primario unito rispetto all'altezza del secondario prima dell'unione, indi nascerá, che l'Alveo di questo nello sbocco sarà più alto dell'Alveo del primario, secondo

do la differenza delle due altezze. Così se l'altezza del fiume unito sarà di piedi 14., e del secondario solo di piedi 4., ne nascerá, che l'Alveo di questo alla confluenza resterà più alto di P. 10. rispetto all'Alveo del suo primario, dovendo le due acque spianarsi alla stessa superficie.

VII. Onde se l'Alveo del secondario prima dell' unione non avesse quell'altezza; che esige la confluenza, le forze della natura riempiranno tal Alveo, riducendolo come nell' antecedente numero. Ed al contrario se l' altezza del secondario fosse maggiore, la natura lo escaverà fino ad accomodarlo all' esigenza delle acque unite.

VIII. E siccome supponsi, che prima della confluenza le acque del secondario siano le stesse, che dopo di essa, ne seguirà, che la natura procurerá al nuovo alveo la stessa pendenza di prima, la stessa figura, e larghezza, sollevando, o abbassando l' alveo stesso per linee parallele sì del fondo, che di qualunque punto simile della sua sezione.

Tutte queste proprietà de' due fiumi dopo l' unione son fondate sulle leggi generali, e sulle citate proposizioni.

Ora per rendere più sensibili tali proprietà, altro non resta, che determinarle colle date portate de' due fiumi.

Sia adunque il fiume primario, la cui portata P resti espressa dal numero 1000. La portata del secondario dal num. 500., cioè il primo abbia la portata doppia del secondo, l'altezza del primario separato facciasi di piedi 12.

COROLLARIO I.

Calcolo dell' altezza del secondario prima dell' unione.

LVIII. Sará $x = a\sqrt[3]{\frac{p^2}{P^2}}$. Mettasi P = 1000., p = 500., onde

sarà $x = 12.\sqrt[3]{\frac{500.^2}{1000.^2}} = \frac{1200}{158}$ = Piedi 7. 6. Decime prossimamente, e ciò secondo la prop. I.

COROLLARIO II.

Altezza del Primario dopo l' unione.

LIX. Nella proposizione III., e suoi Corollarj è stata calcolata l'altezza del fiume unito nell'ipotesi delle resistenze, e delle presenti portate, ed è stata trovata di piedi 14. 11. Centesime, e tale altezza sará bene adatrara al presente Calcolo.

COROLLARIO III.

Altezza dell' Alveo del Secondario rispetto al primario dopo l'unione.

LX. L' altezza del primario dopo l' unione è stara computata di

di piedi - - - - - - - - 14. 11.
del fecondario feparato di - - - - - 7 60.

Onde la differenza sarà di piedi - - - - 5 51. Cent.
e di tante l'alveo del fecondario rifpetto all'alveo del primario dopo l'unione, refterà alto nella confluenza, o punti ad effa contigui.

Corollario IV.

Pendenza nuova del primario dopo l'unione.

LXI. Suppongafi la pendenza del primario prima dell' unione a ragione di piedi 2. per miglio, domandafi la fua pendenza dopo l'unione. Le pendenze fecondo la prop. IV. fono come $\frac{1}{K^2}$, cioè in ragion reciproca duplicata delle altezze, onde effendo la prima altezza di piedi 12., e la feconda di 14. facciafi $14^2 : 12^2 = 2$ al quarto, che farà di piedi 1 . 49. Centefime.

Corollario V.

Pendenza del Secondario prima dell' Unione.

LXII. Secondo l'antecedente Teorema facciafi come $(7.6)^2 : 12^2 = 2$ al quarto, cioè come 57. 76 : 144 . 00. = 2 al quarto, che farà di piedi 4 . 9 Decime profs. pendenza, che la natura adatterà all' influente prima della fua unione.

Corollario VI.

Larghezza dell' Alveo del fiume primario prima dell' unione.

LXIII. Le dimenfioni del fiume efemplare, fecondo la prop. antecedente ridotte in piedi parigini fono

Parametro dell' Iperbola piedi - - - -		134 . 75. Cent.
Altezza del fluido - - - -	P.	7 . 00.
Semilarghezza dell' Alveo - - -	p	31 . 50.

onde facciafi fecondo la prop. V. come $7\frac{1}{2} : 12\frac{1}{2} = 134 . 75.$ al quarto termine, che farà il parametro dell'iperbola del fiume feparato, il quale deducefi di piedi 303 : Onde avremo $y^2 = \sqrt{303 \times 12 + 12^2}$. E così farà $y = 62 . 3.$ Che raddoppiata, somminiftra la cercata larghezza di P. 124 . 6.

Corollario VII.

Larghezza dell' Alveo del primario dopo l' unione.

LXIV. Calcolando il parametro in quefto cafo, come dianzi è ftato fatto, effo tornerá di piedi 382., onde farà $y = \sqrt{382 \times 14 + 14^2}$ = Piedi 74 . 4 decime; onde la nuova larghezza dopo l' unione farà di piedi 148 . 8.

Corollario VIII.

Larghezza del fecondario feparato.

LXV. L'altezza dell'acqua del Secondario è di piedi 7 . 6 Decime.

cime. Onde sarà il parametro di piedi 153. Sarà adunque $y = \sqrt{153 \times 7.6} + 7.6 =$ piedi 35. prossimamente, onde la larghezza totale di piedi 90.

COROLLARIO IX.

Calcolo della Posizione dell' Alveo nuovo del primario dopo l' unione.

LXVI. L' unione del Secondario al primario produce due differenti effetti. Il primo si è di far gonfiare le acque più, che prima non erano, ed il secondo di abbassare l' alveo diminuendone la pendenza. Dal che possono succedere tre disparatissimi effetti. Il primo, che la superficie assoluta del Fiume dopo l' unione sia più elevata rispetto a Capi Saldi delle Ripe, che non osservavasi prima dell' unione. Il che succederà allor quando lo sbassamento dell' Alveo per la diminuita pendenza sarà minore, che non è l' aumento dell' altezza.

Il secondo effetto sarà, quando al contrario lo sbassamento dell' Alveo sarà maggiore dell' aumento dell' altezza per l' unione delle acque nuove, poichè in tal caso la superficie delle acque invece di alzarsi più di prima, sarà obbligata ad abbassarsi.

Ed il terzo sarà, quando di tanto profondandosi l' alveo quanto cresce l' altezza del fluido, la superficie resterà immobile rispetto alle ripe, bilanciandosi insieme i due effetti contrarj.

Sia adunque per il primo caso l' aumento dell' altezza delle acque per l' unione nelle addotte ipotesi piedi 2. 11. Centesime.

La pendenza dell' alveo, che prima era a ragione di piedi 2 per miglio, e poi è stata ridotta a piede 1 . 49. Centesime s' intenda prolungata per miglia cinque inferiormente alla confluenza. Onde prima la pendenza di questo tronco era di piedi - 10

La pendenza dello stesso tronco dopo l' unione sarà di 7 . 45. Cent.

Differenza sarà di piedi - - - - - 2 . 55.

Onde la differenza di 2. 55. da 2. 11. sarà di piedi 0 44 Cent. Il che ci dimostra, che dopo l' unione il fiume primario invece di gonfiare la sua superficie, l' ha piuttosto abbassata di 44. Centesime di un piede. Un tale effetto si è riscontrato nel Pò di Lombardia dopo la sua unione col fiume Panaro. Poichè ai Capisaldi delle antiche piene pare, che esse dopo l' inalveazione del Panaro siano piuttosto scemate, che cresciute, come si è rilevato dalla visita Riviera.

Sia il secondo effetto della pendenza diminuita per sole miglia tre infe-

inferiori. Allora la prima pendenza darà piedi - - - 6.
La seconda darà piedi - - - - - - 4. 47.
il divario sarà di piedi - - - - - - - 1. 53.
Che paragonate all' aumento di piedi - - - - 2. 11.
Lasciano per l'altezza assoluta sopra il primo livello
delle piene di piedi - - - - - - - - 0. 58.

Ed il terzo caso si darà, quando il limite della scemata pendenza resti a tal punto, che lo sbassamento resti, come l'aumento di piedi 2. 11. Centesime. Nelle presenti circostanze il limite della mutata pendenza tornerá prossimamente a miglia 4. dopo la confluenza, come può agevolmente calcolarsi.

C O R O L L A R I O X.

Posizione del nuovo Alveo del pimario ne' punti superiori all' unione.

LXVII. I tronchi de' fiumi primarj superiori al punto della confluenza restano colle stesse acque, e colle stesse materie. Onde parrebbe a prima vista, che non dovessero soffrir cangiamento. Ma riflettendo, che le sue acque debbano sempre spianarsi colle acque del fiume unito, secondo la legge I. Indi ne siegue un cangiamento tanto nella superficie, che nell' Alveo del medesimo. Ne' tre casi già divisati vi è quello, in cui l'assoluta superficie delle acque unite dopo l'unione dovrà sbassarsi, ed in tal caso si abbasserà ancora la superficie del Tronco superiore. Ma esigendo questo una costante altezza di fluido, indi ne siegue, che di altrettanto dovrà profondarsi, e incassarsi nel terreno il suo alveo. Così essendosi calcolato l'abbassamento del fiume unito di 44. Centesime di piede, ne nascerà, che nell'ipotesi del Calcolo, tutto l'alveo del ramo superiore colle forze escavatrici delle acque, dovrà profondarsi di detta misura, senza punto variare le pendenze, le larghezze dell'alveo, e la sua primitiva figura.

Al contrario essendosi rilevato nel secondo caso un rialzamento della superficie, in tal caso ne seguirà il rialzamento della superficie, e del fondo nel ramo superiore, per linee parallele all'Alveo antico.

Ma siccome nel terzo caso la superficie del fiume resta invariabile dopo l'unione, indi pure ne seguirà l'invariabilità del Livello, e del fondo del fiume superiore.

Dovendo però in tutti i casi l'altezza dell'acqua dopo l'unione crescere secondo i problemi già sciolti, indi ne nascerà, che quando il ramo superiore avrà adattate le sue acque, ed il suo fondo all'esigenza delle forze del fiume, resterá il fondo dell' Alveo superiore più alto del fondo del primario dopo l'unione. Così restando negli addotti esempj l'altezza del ramo superiore alla confluenza con

pie-

piedi 12. di altezza, ed avendone il fiume unito piedi 14. 11. questa differenza di piedi 2. 11. dovrà restare nel fondo, e la superficie delle due acque dovrà combaciare. Per la qual cosa riesce indispensabile la caduta di P. 2. 11 Cent. dal fondo del ramo superiore al fondo del ramo inferiore della confluenza.

COROLLARIO XI.

Posizione del nuovo Alveo dell'Influente dopo l'unione.

LXVIII. Se mai avvenisse (il che quasi mai non succede) che inalveando un fiume secondario, che prima correva separato in un fiume primario, la superficie delle due acque si accordasse allo stesso Livello, allora è chiaro, che l'alveo dell'influenza non cambierebbe nè di superficie, nè di fondo.

Ma il caso ordinario porta, che la superficie del secondario prima dell'unione trovisi, o più elevata, o più depressa, che non era quella del primario non ancora arricchita delle acque nuove.

In tali due casi avranno luogo le vicende dianzi esposte per i tronchi superiori dello stesso fiume, avvertendo però, che il paragone de' due livelli facciasi con aumentare il fiume principale di quell' altezza di più, che esige l'unione di due fiumi.

Supposto adunque un tale aumento, se la superficie del primario resterà superiore a quella del Secondario, questo nell'atto della confluenza dovrà rigonfiare le sue acque, quanto esige la differenza de' due Livelli, ed in conseguenza di altrettanto dovrà rialzare il suo fondo, nascendo in esso un gradino uguale alla differenza delle due altezze, cioè dell'altezza del primario dopo l'unione. Ed al contrario, quando il Livello del primario dopo l'unione restasse più basso del Livello dell'influente prima dell'unione, questo già unito al suo primario abbasserà le sue acque per ispianarle col primo, ed impiegherà le sue forze per abbassare ancor l'alveo, riducendolo alla stessa altezza, e pendenza di prima.

Avvertasi però con ogni attenzione, che le variazioni, che soffrono i Rami superiori del fiume primario, ed i Rami laterali degli influenti dopo l'unione, e per cagione della medesima, non debbono estendersi all'infinito, ma deve riconoscersi, e fissarsi un limite, al quale esse giungono, restando gli altri rami più alti nelle stesse condizioni primitive, senza che l'unione de' due fiumi possa giungere a produrvi alcun cangiamento sensibile. Un tal limite sarà rintracciato nella proposizione seguente.

Corollario XII.

LXIX. Sarà ben fatto per chiarezza maggiore di esprimere sinteticamente le mutazioni delle acque, e degli alvei in qualche data ipotesi tanto ne' tronchi superiori del primario, quanto ne' rami laterali del secondario. Sia adunque la linea PFH (Tav. 1. fig. XI.) la pendenza dell' Alveo del primario prima dell' unione, e se sia parallela la TAI, che ci esprime la superficie delle acque del primario prima dell' unione, coll' altezza FA di piedi 12., secondo gli addotti esempj. Sia dato un fiume secondario della portata rispetto al primario, come 1 : 2. Così la portata del primario prima dell' unione alla sua portata dopo la medesima sarà come 2 : 3, e così sará *p* : P = 2 : 3. In tali ipotesi è stato dimostrato l' aumento dopo l' unione di P 2 . 11. Centesime, e di tal misura facciasi la linea AB, cosicchè dopo l' unione l' altezza dell' acqua dal fondo, cioè la FB, sarà di piedi 14 . 11. Centesime, supponendosi la confluenza sulla linea FB, la superficie AT, prima dell' unione si gonfierà in BD. E se la ripa fosse rappresentata dalla linea serpeggiante *t* RMN, le acque al punto R incomincierebbero a sopravanzare le ripe, e la Campagna adjacente.

Ne' primi momenti dell' unione non potrà il fiume unito, ed il suo ramo superiore adattare il suo alveo alle nuove circostanze delle acque. Ma suppongasi oltrepassato quel tempo, che sarà necessario alla natura per operare i suoi effetti. Allora diminuita la pendenza del fondo, esso dal punto primitivo F si sará abbassato fino al punto *a* della misura di 54. Centesime di piede, a tenore del secondo caso. Onde la piena pure dal punto B sarà discesa al punto *b*, ma sarà la *ba* uguale alla BF. Onde la linea dell' Alveo nuovo del fiume unito sarà *ab* di minor pendenza. E supponendo la primitiva pendenza a ragione di piedi 2. per miglio, la seconda pendenza è stata calcolata di *p.* 1. 49. Centesime, che ci darà l' andamento del nuovo alveo *ab*, e della nuova superficie *b*S.

Si abbasserà pure la superficie del tronco superiore di ugual misura; scendendo da B *mb*. Si incasserà l' alveo da E *me*, sicchè la linea *be* sarà uguale alla BE. Il fondo di tal tronco sará *mef* linea parallela alla primiera FF, per non esser cangiate le portate del ramo superiore. La superficie delle acque correrá per *bt* parallela alla AT. Essendo adunque il punto *e* più elevato del punto *a*, ne nascerá ivi una caduta distribuita per una curva *cnm*, che sarà la caduta dell' alveo superiore nell' inferiore.

Ma essendo le due linee *tb*, *b*S di una pendenza ineguale, al punto *b*, si formerebbe un angolo rettilineo ottuso, se la natura non ac-

accorresse con una piccola curva a riunire assai dolcemente le due differenti inclinazioni della superficie.

E' facile a concepire, e descrivere con sintesi simile gli altri due casi. Nel caso presente, il punto R per l' abbassamento della superficie salirà più in sù. Dove si taglierà la linea della Ripa dovrà seguire l' espansione del fiume ne' punti superiori, e non tagliandola sarà indizio, che il fiume dopo un dato tempo più non sormonterà le ripe.

Che se il ramo superiore TAFP ci esprima il profilo di un influente, allora senza nuove costruzioni, servirà l' addotta sintesi per rappresentare gli effetti dell' unione di due fiumi, la quale perciò non occorre ripetere, potendo ciascuno sul modello della prima costruzione adattar la seconda.

Proposizione VII.

Dato un Fiume, ed in esso un Ostacolo che ne attraversi l' Alveo da destra a sinistra, determinare gli effetti del medesimo.

LXX. Gli ostacoli, che si presentano a contrastare il corso de' fiumi sono di due classi. La prima si è di corpi solidi inalterabili, ed impenetrabili, a' quali conviene, che le acque forzatamente cedano, adattandosi a correre sopra le loro altezze, e le loro figure. Tali sono le Chiuse, o Pescaje, che attraversando gli alvei de' fiumi, ed elevandosi sopra il pelo delle acque correnti, le obbligano a gonfiarsi, a sormontare le loro creste, a cadere da esse precipitosamente nell' alveo inferiore. Di tali ostacoli non è questione nella presente materia, e perciò converrà lasciarli ad altri tempi, e circostanze.

La seconda classe si è quella del fluido medesimo, che parandosi in faccia ad un basso influente con maggior turgidezza, ed altezza, presenta un ostacolo al corso primiero delle acque, ma nel tempo medesimo le accoglie nel seno, le incorpora colle sue proprie, e poi siegue a correre con quelle leggi già divisate nella prop. VI., e suoi Corollarj. In detta proposizione sono stati già rilevati alcuni effetti di tali ostacoli, cioè l' elevazione del fondo dell' influente, la maggior gonfiezza delle sue acque, il salto, che l' Alveo dell' influente riceve per ispianarsi con quello del Recipiente, e quanto altro è stato rilevato ne' XII. Corollarj. Restano da considerare altri quattro effetti, e sono.

I. Qual sia il limite del Rigurgito del Recipiente nell' influente, supposto di più basso Livello.

II. Qual sia la curva, che vestirà il fluido tra due limiti superiore, ed inferiore.

 III. Qual

III. Qual sia la figura dell'alveo dentro gl'istessi limiti.

IV. Qual sia la figura delle materie, che formano il salto dell' Alveo più elevato dell'influente in quello più depresso del Recipiente.

La scienza idraulica non è tanto avanzata che possa sperarsi una precisione nelle misure di tali effetti. Ma essa almeno ci suggerirà una discreta approssimazione, la quale poi in pratica sodisfà assai bene il regolamento de' Fiumi. E tanto basta.

Effetto I.

LXXI. Sia HH un Orizzontale (Tav. I Fig. XII.) sopra della quale colla sua giusta pendenza sia elevato l'Alveo HF del Fiume primario dopo l'unione, e quando avrà già adattato l'alveo alle fosse dell'acque riunite.

Sia inoltre il profilo del fiume AFHM, e del secondario separato NEGB: La linea AF ci esprima in profilo il piano della confluenza.

Sia GB la linea dell'alveo del secondario, NE quella della superficie coll'opportuna sua inclinazione. Similmente l'angolo FHH sia l'inclinazione del fiume unito. E s'intenda la superficie del fiume principale MA continuata fintanto che in qualche punto O incontri la superficie dell'influente. E dovrà necessariamente incontrarla per essere l'alveo dell'influente più inclinato, che quello del recipiente.

E' manifesto, che non potendo le acque del primo correre coll'angolo ottuso NOA, e dovendo al contrario spianarsi per la legge 1. al punto A colla superficie del primario, ed in altro punto N con quella del secondario, tra detti due punti NA si formerà una curva NaA, che al punto A abbia per sua tangente la linea AM, ed al punto N la linea Nn superiore del pelo del secondario. L'indagare la natura, e proprietà geometriche di questa curva è impresa quanto astrusa, tanto superflua. Poichè questa porzione di curva essendo piccolissima, ed abbracciando pochissimi secondi, può concepirsi descritta col suo cerchio osculatore; ed in conseguenza può assumersi senza error sensibile per un archetto d'immenso raggio, come si vedrà. Sù tale ipotesi ciascuno concepirà la linea AO, come uguale alla linea ON, e così al punto N sarà il limite superiore del rigurgito del più elevato recipiente. Avremo adunque il Teorema, che la distanza del limite superiore N dal punto del concorso delle due pendenze sia uguale alla distanza di detto punto dal punto della confluenza A. Qualunque

siasi

ſiaſi la natura della curva NaA, che congiunge le due acque del recipiente, e dell'influente, ſempre ſi verificherà la detta uguaglianza, che la retta NA ſia la corda dell'arco NaA, che le due linee ON, OA ſiano due tangenti di detto arco.

Collocata, che ſia la linea AO, tutte le altre ne naſcono agevolmente Per calcolarla, ſi conceepiſca, che l'angolo AOE è eguale alla differenza delle due inclinazioni, che l'angolo OEA è il complemento dell'inclinazione del confluente, e che eſſendo data la linea EA differenza delle due altezze, colle leggi Trigonometriche potrà dedurſi la linea cercata AO; e facendo NO uguale ad AO, ſi troverà il termine ſuperiore N dell'effetto del rigurgito nelle date circoſtanze.

Ma eſſendo tenuiſſimi, e di pochi ſecondi gli angoli delle inclinazioni, potremo per eſſi ſervirci de' ſeni. Onde ſi pigli la differenza della caduta di due alvei dentro lo ſpazio di un miglio. Si determini la AE, e poi facciaſi la ſeguente Analogia.

Come la differenza delle due cadute, alla lunghezza di un miglio, così la linea AE al quarto termine, che ſarà la cercata linea AO.

ESEMPIO.

LXXII. Siano i due fiumi al ſolito delle ſeparate portate, come 1000 a 500, ovvero come 2. 1. Sia l'altezza del primario dopo l'unione di piedi 14. 11. come è ſtato calcolato. La ſua pendenza in un miglio di piedi 1. 49 centeſ. come al coroll. IV. della prop. VI. Sia l'altezza del ſecondario di piedi 7. 6. decime ſecondo il calcolo. Sia la ſua pendenza di piedi 4. 9. per il coroll. V. della propoſ. VI. Onde la differenza delle due pendenze ſarà di piedi 3. 41. centeſ.

Sia la linea GF differenza dei due alvei di piedi - - 2

Sia altezza GE del ſecondario di - - - - - - - - - - - 7. 60.

Come è ſtato calcolato. Supponendoſi l'altezza del recipiente di piedi 14. 11, togliendone FG piedi 2, reſta la linea GA di piedi - 12. 11.

E da eſſa togliendo la GE di piedi - - - - - - - - - 7. 60.

Reſterà la linea EA di piedi - - - - - - - - - - - - - 4 51.

Facciaſi adunque come 3. 41 : 4. 51 = piedi 5000 del miglio al quarto termine, che ſi troverà di piedi - - - - - - - - - 6613 uguale alla AO, che è proſſimamente uguale alla ſemiordinata AC, Onde la linea o corda AN è uguale a piedi - - - - - - 1322. ciò che ſi voleva.

EFFETTO II.

LXXIII. La curva N*a*A, che il fluido dee ſeguire per unire i due rami de' fiumi primario, e ſecondario è ſtata dimoſtrata ſenſibilmente, come circolare. Onde altro non reſta, che calcolare le ſue dimenſioni, cioè il ſuo raggio, la linea O*a*, la *a*C ec.

Si conſideri l'angolo eſterno AOE, che ſarà uguale a due interni, ed oppoſti CAO, CNO. Ma queſti ſono uguali, onde l'angolo eſterno ſarà doppio dell'angolo CAO, e perciò la AE ſarà ſenſibilmente doppia della CO, la quale in conſeguenza ſará di piedi 2.255. milleſime. Facciaſi, come CO: CA = CA al quarto termine, la cui metà ſarà il raggio oſculatore della curva.

ESEMPIO.

LXXIV. Sarà GO piedi 2 . 25. CA piedi 6613. Onde facciaſi come 2.25: 6613 = 6613: al quarto, che ſarà di piedi 1943 6342 la cui metà ſarà piedi - - - - 9718176. E di tal miſura ſarà il raggio, che deſcriverá l'Archetto N *a* A.

Per determinare la linea O*a* facciaſi il quadrato della OA, e dividaſi per il diametro 19436342. Poichè eſſendo diſprezzabile O*a*², ſarà per la proprietà del cerchio OA² = al rettangolo della O*a* nel Diametro. Onde dividendo OA² per 2.R, cioè due raggi oſculatori, il quoziente ſarà uguale alla linea O*a*, la quale, fatto il calcolo torna di piedi 2.250 Milleſ. Ma là OC era di P. 2 . 255 Milleſ.

Onde la lineetta C*a* ſarà di 5. Milleſime, e tenendo conto delle frazioni ſarà ancor minore. Dal che ſi vede, che la corda NA confondeſi coll' Archetto N*a*A, e che in conſeguenza il Triangolo ANE potrà ſervire colle ſue ſemiordinate per determinare a qualunque punto l' altezza, a cui giugneranno le acque dopo l' unione del ſecondario col ſuo primario.

Sia dato per eſempio un qualunque punto R ſulla ripa del ſecondario ſeparato, dove giunga la ſuperficie del fluido prima dell' unione, e vogliaſi l'altezza RP, alla quale arriverà dopo l' unione. Facciaſi, come E: RN = AE al quarto termine. Se la NR ſia di piedi 12000, cioè lontano dal punto E di piedi 1226., facciaſi come 132 : 120 = 4 . 51 : al quarto termine, che ſarà di piedi 4 . 1 Decima. E tal ſará il gonfiamento delle acque dopo l' ingreſſo del ſecondario nel ſuo primario. Avvertaſi, che le linee OC, RP, EA poſſono pigliarſi per verticali, eſſendo piccoliſſimo l' angolo della

loro

loro deviazione. Possono pigliarsi, come per perpendicolari alla NA, benchè realmente non siano, e ciò per l'insensibilità delle differenze, che appena possono computarsi.

Effetto III.

LXXV. La figura, che piglierà l'alveo del secondario dopo la sua unione col primario porrà per ora presupporsi come parallela alla figura della superficie, e perciò il fondo si adatterá all' Arco B*b*S, che parte dal centro del raggio osculatore. Onde il rialzamento del fondo GS potrá tenersi come uguale all'alzamento della superficie. E così sarà GS = EA, che è stata valutata di piedi 4.51. Centes. Gli altri punti dell' Alveo potranno descriversi come i punti respettivi della superficie.

Essendo GF supposta di piedi due tornerà la FS di piedi 6.51. Centes., cioè il fondo dell' influente dopo l' unione si troverà alto sopra il fondo FH del recipiente di detti P. 6. 51.

Effetto IV.

LXXVI. Finalmente la calcolata caduta di un Alveo rispetto all' altro del valore già detto non potrá considerarsi per una linea Verticale SF, non potendo mai adattarsi a tal linea le materie strascinate dagl' Influenti. Tali materie esigono una Scarpa, e questa nel caso nostro non può esser rappresentata da un piano inclinato, dovendo adattarsi a contatto tanto coll' Alveo superiore del Secondario, quanto coll' inferiore del Primario. Onde qualunque siasi detta Curva VQF, sempre dee godere di tre proprietà, la prima che l' arco *b*V sia a contatto col primo elemento di essa al punto V.

La seconda, che la linea FH pendenza del primario resti tangente all' ultimo Archetto della stessa curva in F.

E finalmente, che nel passare dal primo contatto al secondo, la curva avrà un punto Q di flesso contrario.

Volendo descrivere detta curva all' uso Architettonico, quando sia fissato il punto V, dove l'alveo comincia a risentire l' azione della cadura, potrebbe essa descriversi col metodo delle gole rovescie, adoperando due Quadranti Ellittici, giacchè due quadranti circolari non si adatteranno alla distanza del punto V dal punto F. Ma dipendendo tal curva dalla resistenza delle marerie, e dalla forza viva delle acque nel fondo dell' influente, sarà bene lasciarla costruire alla natura, non influendo essa nelle variazioni della superficie del fluido, che sono quelle, che c' imporrano per assicurare le Campagne contigue nel caso di nuove inalveazioni.

Pro-

Proposizione VIII.

Date le portate del Primario Separato, e del medesimo unito al suo secondario, determinare l' altezza dopo l' unione, nell' Ipotesi, che la figura dell' Alveo non sia rettangola, ma curvilinea secondo la Proposizione V.

LXXVII. Nella Proposizione I. gli alvei dei fiumi sono stati considerati, come rettangoli, e perciò di larghezza costante, e la stessa ipotesi è stata adoperata nella Proposizione II., e nella III.. E benchè in molte circostanze una tale ipotesi non apporti sensibil divario nell'altezza dopo l'unione, pure in altre il divario non è punto disprezzabile. Scioglierò adunque questo problema, che dipendeva dalla proposizione V., secondo la quale è stato rilevato, che la figura parabolica degli Alvei non apporta gran divario dalla iperbolica, che pare la più adattata. Onde secondo il Corollario di detta proposizione adoprerò una tal figura, per la facilità della sua quadratura.

Considerando adunque il fluido, che passa per la sezione parabolica in un tempo costante, o il fiume sia separato, o giá ritrovisi unito, è assai manifesto, che le portate saranno in ragion composta delle sezioni, e delle medie velocitá.

Ma le sezioni, per le presenti ipotesi sono, come le Aree paraboliche, e queste sono in ragion composta delle loro altezze, e delle semiordinate, e le velocità medie sono in ragion sudduplicata delle altezze. Indi è, che componendo tali ragioni, verranno le due portate, come i quadrati delle altezze. Perciò sarannno le altezze in ragion sudduplicata delle portate. Facciasi adunque, come la radice della portata primadell'unione, alla radice della medesima dopo l' unione, così l'altezza del primario separato al quarto termine, e questo ci paleserá l'altezza dopo l' unione nella presente ipotesi.

Sia adunque la prima portata $= p$ La seconda $=$ P. L' altezza del fiume separato $= a$. La sua altezza dopo l' unione $= x$, avremo $x = \sqrt{\frac{P}{p}}\, a$

Esempio.

LXXVIII. Sia $p = 1000$. $P = 1500$. $a =$ piedi 12. Sarà $\sqrt{p} =$ 3 . 16 Cent. sará $\sqrt{P} =$ 3 . 87. Cent. Onde facciasi

Come 3 : 16 : 3 : 87 : = 12. al quarto, che si calcolerà di piedi 14 . 69. Centesime.

Esempio II.

LXXIX. Che se si adoperino i numeri della prop. I., e suoi esempj, sarà $p = 1000$. $P = 1333$. onde avremo

Come 3.16 : 3.65 = 12 al quarto termine, che si troverá di piedi 13.86. Centesime.

Corollario I.

LXXX. Nell' ipotesi semplice parabolica, e colla costante larghezza, adoperando le stesse portate è stata calcolata la nuova altezza di piedi 14.54, come può vedersi al Corollario I. della proposizione I. numero 13. Ma nel secondo esempio si calcola l' altezza di piedi 13.86. Onde sarà il divario di piedi 0.68. Centesime.

Secondo i numeri del primo esempio al Corollario III. della proposizione III., è stata trovata l' altezza nella figura rettangola dell' Alveo di - - - - - - - 15. 80.
Nel primo Esempio è stata trovata di - - 14. 69.

Onde vi si scorge la differenza di - - - 1. 11.

Dal che si comprende, che quando la portata del secondario è considerabile rispetto a quella del primario, l' ipotesi dell'Alveo rettangolo è notabilmente discordante dal risultato nell' altra ipotesi dell'alveo parabolico, e che questa ipotesi dee anteporsi alla prima.

Corollario II.

LXXXI. Introducendo la stessa ipotesi dell'Alveo Curvilineo parabolico, tanto negli altri casi della proposizione I., quanto nel caso delle resistenze della proposizione III. ne viene una differente soluzione de' problemi sciolti ne' luoghi citati. Per esempio introducendo la velocità costante, e facendola aumentare in qualche ragione dell'altezza, questa tornerá minore colle sezioni dell' alveo parabolico, che non era con quelle dell' alveo rettangolare. Ma siccome il divario dal risultato dell' ipotesi semplice parabolica da quello della velocità costante, unita alle paraboliche, non è grandissimo, così io credo, che ne' casi ordinarj, ne' quali non vogliasi una grandissima precisione, potremo prevalerci della semplicissima formola della proposizione presente.

Ed affinchè un tale asserto resti comprovato colla dimostrazione, sciolgasi il problema nell' ipotesi, che la velocità costante vada

aumentandosi nella ra gion sudduplicata delle altezze, e che abbia a pigliarsi la velocità media com posta della costante, e della media velocità parabolica, per moltiplicarla nella sezione. Sia adunque al solito l'altezza del primario separato $= a$.

La sua velocità costante $= u$

La portata del primario separata $= p$, e del medesimo unito $= P$.

L'altezza, che si cerca del fiume unito $= x$, la velocità media del fiume separato, che deve comporsi della costante, e della media parabolica, Sará $= u + \frac{2}{3}\sqrt{a}$.

L'Area della sua sezione nella velocitá, sará $\frac{2}{3} a u \sqrt{a} + \frac{4}{9} a^2$: facendo crescere la velocitá superficiale, come $\sqrt{x}$, sarà nel fiume unito uguale ad $\frac{u\sqrt{x}}{\sqrt{a}}$. Ed unendosi la media della Scala parabolica, sará $= \frac{u\sqrt{x}}{\sqrt{a}} + \frac{2}{3}\sqrt{x}$. Ma la sezione dell'alveo sará $= \frac{2}{3} x \sqrt{x}$.

Onde la portata sará espressa da $\frac{2ux^2}{3\sqrt{a}} + \frac{4}{9}x^2 = \left(\frac{2u}{3\sqrt{a}} + \frac{4}{9}\right)x^2$.

sará adunque $p : P = \frac{2}{3} a u \sqrt{a} + \frac{4}{9} a^2 : \left(\frac{2u}{3\sqrt{a}} + \frac{4}{9}\right) x^2$.

D'onde rilevasi il cercato valore di x, che sará $=$

$$\sqrt{\frac{P\left(\frac{2}{3} u a \sqrt{a} + \frac{4}{9} a^2\right)}{p\left(\frac{2u}{3\sqrt{a}} + \frac{4}{9}\right)}}$$

. Adoperando i soliti numeri, cioè $P = 3$ $p = 2$. $u =$ piedi 2. $a =$ piedi 12. Sarà il numeratore della formola $= 358.5$. Decime. Il divisore di 1.68. Onde il valore soggetto al segno radicale, sará di 214. parti, da cui estraendo la radice quadrata, sarà la $x =$ piedi 14.60. Centesime.

Nell'ipotesi del primo esempio, era di 14.69. Onde il divario sará di sole 9. Centesime. E così l'ipotesi semplice della Scala delle velocità paraboliche colle sezioni del fiume, poco differisce dall'ipotesi delle velocità composte del presente Corollario.

PAR-

PARTE II.

Teoria delle alterazioni delle velocità del fiume Primario, e secondario nelle piene massime, o coincidenti.
Effetti di tali piene intorno alle variazioni degli Alvei.

Proposizione I.

Date le altezze delle massime piene del recipiente, e dell'influente, determinare la velocità attuale di questo frà i due limiti delle alterazioni, nell'ipotesi, che la superficie del fluido, ed il fondo sia regolato come alla proposizione VII. della parte I.

LXXXII. Suppongasi come alla proposizione VII. della parte I. l'altezza del fiume primario unito al secondario, espressa dalla linea AF(T.I.fig.12.). Sia l'altezza del secondario, al limite delle alterazioni espressa dalla linea NB. Sia la superficie della prima racchiusa fra due limiti, rappresentata dall'archetto N*a*A, descritto col raggio osculatore secondo la citata proposizione. Sia finalmente l'andamento dell'alveo B*b*S parallelo alla superficie, eccetto l'ultima porzione che è piccola delle addotte ipotesi.

Ciascuno potrà comprendere, che nel passare, che farà la sezione primitiva BN, per i diversi punti de' due archetti, come per *ba* ec. S'incontrerà in pendenze sempre diverse, in modo tale che al punto B la pendenza sará la primitiva, cioè non alterata nell'influente. Al punto S avrá la pendenza del recipiente, e ne' punti intermedj, quanto più essi si accosteranno al limite superiore NB, tanto più parteciperanno della pendenza primitiva dell'influente, ed al contrario, quanto più si accosteranno al limite inferiore AS, tanto più si adatteranno alla pendenza del recipiente. Indi è, che dette sezioni nello scorrere tutto l'arco compreso fra due limiti, muteranno sempre pendenza fra la pendenza dell'influente, e del recipiente. Tra queste diverse pendenze, una ve ne sará, che dovremo considerare come media, e ragguagliata, assumendo la medesima per avere una chiara idea delle diminuite velocitá. Or due sono i metodi per determinare detta media pendenza, e la media velocitá,

Primo Metodo per determinare la media pendenza, e velocità.

LXXXIII. Il primo consiste nel tirare la corda NA dal limite superiore N all'inferiore A, e considerare detta corda, come di me-

media pendenza, e ſecondo eſſa determinare la velocitá attuale media, che l'influente deve veſtire nel paſſaggio dal limite ſuperiore all'inferiore.

Abbiamo l'angolo ANE uguale proſſimamente alla metá dell' angolo EOA. Eſſendo queſto la differenza delle due pendenze. Ma la primitiva pendenza dell'influente è eſpreſſa dalla linea NE, e l' Attuale, della linea NA. Onde detraendo queſta dalla prima, ne reſterá la pendenza media attuale dell'influente, mentre paſſa dal limite ſuperiore all'inferiore. Ma le velocitá, in paritá di tutte le altre coſe, ſono come le radici de' Seni delle pendenze; Onde per avere l' attual velocitá, che ſi domanda, facciaſi la ſeguente analogìa.

Come la radice del ſeno della pendenza primitiva dell'influente, alla radice della pendenza media attuale del medeſimo nel tronco, che è compreſo trà due limiti.

Così la velocità primitiva dell'influente al quarto termine, che ci preſenterá l'attual velocità dell'influente fra i due limiti, ciò, che ſi domandava.

Esempio.

LXXXIV. Ripetanſi le ſteſſe ipoteſi della propoſizione VII. parte I., cioè ſia la pendenza primitiva dell'influente

di piedi 4 . 90. Centeſime.

La pendenza del primario dopo l'unione di 1 . 49

Sarà la lor differenza di piedi - - 3 . 51

E la ſemidifferenza di piedi - - 1 . 75

La qual ſottratta da 4 . 90. laſcia piedi 3 . 15 Centeſime.

Onde ſará la pendenza primitiva dell'influente ſopra il limite N, alla pendenza media del medeſimo fra due limiti, come 490 : 315. Dai quali due numeri eſtraendone le radici quadrate, avremo la velocitá primitiva alla velocitá media attuale, come 7 : 5 $\frac{2}{3}$ proſſimamente, cioè come 21 : 17.

Indi è, che la velocitá primitiva alla perdita della velocitá nel paſſare fra due limiti, ſtará come 21 : 4 Cioè ſe l'influente ſuperiormente al limite N delle alterazioni aveva una velocitá eſpreſſa dal num. 21., di tali parti ne perderá 4. nel ſuo paſſaggio dal limite ſuperiore al limite inferiore della ſua confluenza, nella quale le ſue acque ſi confondono con quelle del primario.

Secondo Metodo per determinare la media velocità.

LXXXV. Il Secondo metodo è più giusto, e diretto, ed è il seguente. Sia la linea NA (Ta. II. fig. 1.) uguale all'archetto del raggio osculatore espresso nella figura 12. Ta. I. dal punteggiato N*a*A, ovvero uguale alla corda di detto arco, giacchè in questo caso, l'uno coll'altra potrà confondersi senza errare. Al punto N conducasi la NB uguale alla radice della pendenza primitiva, ed al punto A la AS radice della pendenza del primario. Queste due linee saranno uguali alle velocità relative alla prima pendenza, ed alla seconda. Descrivendo una parabola apolloniana, che passi per i due punti B, S, ed abbia il suo vertice in V, il segmento parabolico NBSA sarà la scala di tutte le velocità, che vanno cangiandosi dal limite superiore all'inferiore. Onde il problema si scioglierà co' seguenti precetti.

I. Date le due semiordinate NB, AS si determini il Vertice parabolico V.

II. Si riquadri il segmento BSAN, compreso fra le due semiordinate NB, AS.

III. Dividasi tal riquadratura per la linea NA, e ne risulterà la media velocità, che si domanda.

La semiordinata NB dicasi $= S$. AS $= s$, NA $= D$, AV $= x$, il Parametro $= P$.

I. Sarà $\frac{S^2}{D+x} = P$. Sarà $\frac{s^2}{x} = P$. Onde avremo $\frac{S^2}{D+x} = \frac{s^2}{x}$. E riducendo, sarà $x = \frac{S^2}{S^2 - s^2} D$. E siccome il valore di S è eguale alla radice del seno della pendenza dell'influente, ed il valore di s alla radice del seno del recipiente, sarà $P : P + p = D : x$. Cioè la pendenza dell'influente alla differenza delle due pendenze, come NA ad AV.

Nel caso posto sarà P $=$ piedi 4.90. Cent. $P - p = 3\ 51$. E la distanza NA in parti proporzionali facciasi di 1000, avremo $490 : 351 = 1000$: al quarto, che sarà di 710.2.

II. Per avere la riquadratura del segmento parabolico NASB, si calcoli la semiparabola ASV, che sarà il prodotto di $\frac{2}{3}$ di 1. 49 in 710., cioè di 710.0. Inoltre si riquadri la maggior parabola NVB, che è il prodotto di $\frac{2}{3}$ di 490. in 1710. e sarà di 5[illegible]880.

La differenza delle due quadrature sarà di 489860., e tal sarà la riquadratura del segmento cercato.

III. Dividendo tal segmento per 1000. restano parti 489, che sarà la media velocità, la quale riportata alla primitiva velocità dell'influente di 700 parti, ci presenta la ragione della velocità primitiva all'attuale, come 700: 489, cioè, come 10 : 7 prossimamente. Onde l'attuale velocità dedotta dal presente metodo è notabilmente minore della prima, che viene in sequela del primo metodo, giacchè la presente stà quasi, come 7 : 5, e la prima era come 7: 5 $\frac{2}{3}$. Ma il secondo metodo dee preferirsi al primo; Onde si terrà la velocità attuale alla primitiva, come 7: 10. Ciò ec.

COROLLARIO I.

LXXXVI. Volendo l'attual Velocità in piedi, e sue parti, facciasi come 10: 7 = piedi 4.90. al quarto, che si trova essere di piedi 3. 43. Centes. Onde sulla Parabola BSV si pigli la semiordinata *ab* di detti piedi 3. 43, ed il punto *a* sarà quello, a cui risponde la media velocità, e ciò in tal modo, che le velocità applicate alla linea *a*N saranno maggiori, e quelle al contrario che saranno ordinate all'arco *a*A, saranno minori alla media.

COROLLARIO II.

LXXXVII. Avvertasi però, che presto tutte le velocità si conguaglieranno, non potendo le sezioni correre colle stesse altezze del fluido, e con disuguali velocità. Le sezioni più veloci si appoggiano sopra le meno veloci, e si adattano le une alle altre, talmentechè partecipandosi la quantità del moto, vengano poi a correre tutte le sue sezioni con una velocità ragguagliata. Allora la quantità del moto è la medesima, che era nelle difformi velocità, e le velocità diventeranno, nelle uguali sezioni, di ugual valore. Non altrimenti, che così potranno tutte le sezioni in qualunque tempicello somministrare il medesimo corpo di fluido, il quale è il medesimo in tutte le sezioni. Supponendosi adunque nel caso nostro le sezioni uguali, uguali pure essere debbono le velocità.

COROLLARIO III.

LXXXVIII. E per le stesse ragioni le acque del tronco dell' influente superiore al limite NB, non possono restare colla primitiva

velo-

velocità (Tav. I. fig. 12), non essendo possibile, che il fluido superiore N n TB corra colla stessa sezione, e con velocità maggiore, ed il fluido inferiore NB b a corra con velocità minore. Dee dunque succedere ancor quì una trasfusione di moto, e di velocità dal tronco superiore al limite BN, al tronco inferiore, dovendosi insieme accomodare le sezioni superiori, ed inferiori. Per la qual cosa, dopo la prima alterazione delle perdute velocità, per il concorso col primario, dee poi succedere la seconda, affinchè si restituisca l'equilibrio perduto. Così il tronco inferiore al limite NB riacquisterà una parte della velocità perduta, ed il tronco superiore la perderà. Indi è, che oltre al primo limite NB della prima alterazione per la velocità perduta, ve ne sarà un secondo per la trasfusione delle velocità superiori nelle inferiori. Parlando in rigore un tal secondo limite è indefinito, e salirà sempre in sù nelle parti superiori dell'influente, finchè esso non venga interrotto, o da chiuse, o da ratti, o da altre affezioni, che interrompono la trasfusione del moto.

Corollario IV.

LXXXIX. Quanto più lungo sarà il ramo del limite Superiore, tanto minori saranno le alterazioni di seconda classe, essendo cosa assai manifesta, che quando la perduta velocità sino al primo limite debba esser compensata da un tronco più lungo, una tal compensazione minor decremento cagionerà nel ramo del limite superiore. Ed al contrario se il detto tronco incontra presto una separazione di Alveo, allora tutto il compenso delle perdute velocità dee ristringersi in una massa minore di fluido corrente. E così l'alterazione di seconda classe sarà maggiore. Ma il tutto sarà meglio determinato nella seguente proposizione.

Proposizione II.

Dato il primo limite delle alterazioni della velocità nell'influente, per il concorso della massima piena; e dato il ramo superiore discontinuato, determinare 1. la comune velocità. 2. l'alterazione della superficie per la medesima. 3. le affezioni del fondo, che possono derivarne nell'influente.

XC. Il ramo delle prime alterazioni dicasi $= R$, la sua sezione dicasi $= S^2$, la sua velocità ragguagliata per la prima alterazione $= u$. La velocità primitiva $= V$. Onde avremo

PAR-

PARTE I.

Che la quantità del moto dell' influente dentro il limite delle prime alterazioni ſia in ragion compoſta della lunghezza, della ſezione, e della velocità media, cioè ſarà $= R u S^2$

Sia m il coefficiente di R, che eſprima il ramo ſuperiore tra'l primo limite, ed il ſecondo. Onde ſará la lunghezza di tal ramo uguale ad mR. Se la ſua ſezione ſuppongaſi uguale alla prima, avremo $mRVS^2$ uguale alla quantità del moto dello ſteſſo ramo. Onde la ſomma del moto de' due rami dell' influente ſino al ſecondo limite ſarà $= R u S^2 + m R V S^2$. Tutta la lunghezza del primo ramo, e del ſecondo ſarà $= m R + R$, e per eſſa dividendo la quantità del moto, ne naſcerá la quantitá media $= S^2 \frac{(u R + V m R)}{m R + R}$. Eſſendo per l' ipoteſi coſtante la Sezione, togliendo dalla formola S^2, reſterá la comun velocitá $= \frac{R(u + mV)}{R(m+1)} = \frac{u + mV}{m+1}$. Cioé la velocitá comune de' due Tronchi del recipiente dopo la ſeconda alterazione è uguale alla ſomma della velocitá ragguagliata per la prima alterazione, e della velocitá primitiva nel coefficiente del ſecondo ramo, il tutto diviſo per lo ſteſſo coefficiente accreſciuto dall' unitá. Ciò che ſi voleva.

ESEMPIO I.

XCI. Sia $m = 5$, cioè il tronco del ſecondo limite ſia quintuplo del tronco del primo limite, la velocitá primitiva $= 10 = V$. La velocitá ragguagliata del primo limite $= 7$. Avremo la formola numerica $\frac{7 + 50}{6} = 9 \frac{1}{2}$. Eſſendo la velocitá primitiva uguale 10, abbiamo la velocitá primitiva alla velocitá comune de' due tronchi dopo l' equilibrio fatto nella ſeconda alterazione come 20 : 19.

ESEMPIO II.

XCII. Sia $m = 1$, e gli altri valori come ſopra. Avremo $\frac{u + mV}{m + 1} = \frac{7 + 10}{1 + 1} = 8\frac{1}{2}$. Onde in queſta ipoteſi la velocitá primitiva alla velocitá comune a due tronchi, ſará come 20 : 17.

Co-

COROLLARIO I.

XCIII. Essendo stato calcolato nella prop. VII. Coroll. I. Parte I. il ramo del fiume compreso nel primo limite di piedi 13622, che è quasi miglia 2 ½ Fiorentine, indi ne risulta, che nelle ipotesi del primo esempio, il termine secondo sará distante dal fiume primario di miglia 15., e nel secondo esempio di miglia 5. all'incirca. Nella prima distanza è assai difficile, che ne' fiumi ordinarj non mutino notabilmente le circostanze degli Alvei, o con ratti, o con gran mutazione di pendenze per le più grosse materie, che si trovano. E perciò ne' casi ordinarj il limite delle alterazioni secondarie difficilmente giugnerá a dette miglia 15. Ma negli stessi casi non è niente difficile, che la seconda alterazione di velocitá possa pervenire alla detta distanza di miglia 5. Essa però nelle ultime miglia riuscirá insensibile.

COROLLARIO II.

XCIV. Nell'ipotesi delle portate del fiume primario, e secondario separati, come 1000. a 500., potremo assumere un limite medio tra le miglia 5., e le 15., e così adoperare una velocitá comune media tra le $8\frac{1}{2}$, e le $9\frac{1}{2}$ facendola di parti 9. Onde in tal caso medio, sarebbe la velocitá primitiva, alla velocitá comune fino al secondo limite, come 10 : 9. E così per la piena del recipiente, contemporanea alla piena dell'influente mancherebbe $\frac{1}{10}$ della primitiva velocitá, ed il secondario, che primitivamente aveva una velocitá di parti 10, come l'avrebbe, se fosse separato del primario, sará obbligato a correre colla velocitá di parti 9. Ecco adunque quali sono le alterazioni delle velocitá nella massima piena del primario, e del Secondario

PARTE II.

XCV. Determinata l'alterazione della velocitá tanto nel primo limite, che nel secondo, da essa ne nasce una seconda, che è quella della superficie, non potendo questa restare immobile colle velocitá diminuite. Poichè si suppone, che il fondo del secondario sia stabilito, e così invariabile. Si suppone, che la stessa quantitá d'acqua dee passare, o si consideri unito, o si consideri separato il primario. Poichè essa scende dalle parti superiori dell'influente, e

 non

non può diminuire nelle ſorgenti, o nelle portate de'ſuoi Torrenti. Onde per correre lo ſteſſo volume di fluido, dovrá neceſſariamente ingrandirſi la ſezione, e ciò in ragion reciproca delle velocitá. Sará adunque la velocitá attuale, alla primitiva, come la ſezione primitiva al quarto termine, che ci paleſerá la ſezione attuale, dopo l'unione delle due piene. Per la qual coſa ſupponendo la ſezione di figura rettangola, ſará l'altezza primitiva all'altezza attuale, come la velocitá attuale alla primitiva. Onde nell'ipoteſi del Corollario II. Parte I., ſará la prima altezza alla ſeconda, come 9 : 10. E tal ſará l'alterazione della ſuperficie, che creſcerá di una parte decima dell'altezza primitiva. Ciò che ſi voleva.

E S E M P I O.

XCVI. Sia l'altezza primitiva del ſecondario di piedi 7. 60. Cent., come già è ſtato provato. Facendo l'analogia come 9 : 10 = 7.60. al quarto termine, queſto ſará di piedi 8. 34. Cent.

Onde la ſuperficie ſarebbe elevata di piedi 0 74 Cent.

C O R O L L A R I O I.

XCVII. Ma ſe la ſezione non ſia rettangola, ma ſi conce piſca di una figura ſomigliante, prima dell'aumento, e dopo di eſſo, allora, eſſendo le figure ſomiglianti in ragion duplicata de'lati omologhi, e tali eſſendo le altezze, ſarà adunque il quadrato della ſeconda come l'attual velocitá, alla primitiva. Pertanto, ſe la prima altezza dicaſi $= a$. La ſeconda $= x$ La velocitá primitiva al ſolito $= V$, l'attuale $= u$, abbiamo $a^2 : x^2 = u : V$, d'onde dedurremo il valore

di $x = a\sqrt{\frac{V}{u}} = 7.60 \times 1.054 =$ Piedi 8. 00. Onde l'aumento

dell'altezza nell'ipoteſi del preſente Corollario, che meglio ſi adatta alla natura de' noſtri fiumi, che non ſono certamente rettangoli, l'aumento dell'altezza per le alterazioni ſeguite ſará ſolo di 4. Decime di un piede, cioè di pollici 4 . 6 Decime di pollice, che è molto minore della prima, che tornava quaſi di pollici 9.

C O R O L L A R I O II.

Dal che potrá ognuno argomentare, che ſeguite le alterazioni della prima Claſſe, e ſtabilite quelle della ſeconda, ne viene in conſeguenza una ſeconda, e final coſtruzione della ſuperficie della piena, come ſi vedrá nella ſeguente Prop. III.

PAR-

PARTE III.

IC. Ciascuno crederebbe, che seguite le due alterazioni di prima, e di seconda Classe, dovrebbe seguirne la terza in ordine al fondo, o alveo del Fiume, ed in particolare in ordine alla sua pendenza, che potrebbe cambiare per il cambiamento dell'altezza. Ma considerando attentamente le operazioni della natura, la pendenza dell'alveo resterá costante con tutte le alterazioni delle acque, che al medesimo si appoggiano. Poichè il decremento della velocitá primitiva, è accompagnato dall'aumento dell'altezza. Onde nella prima ipotesi degli alvei retrangolari tanto cresce l' altezza, quanto scema la velocitá. Ma le forze del fiume sono in ragion composta delle altezze delle Colonne, e delle velocitá, colle quali strisciano sul fondo. Onde crescendo le altezze in ragion reciproca delle velocitá, la forza delle acque sará costante, e tal sará pure la pendenza dell'alveo.

Che se dalla prima ipotesi si passi alla seconda delle velocità in ragion reciproca sudduplicata delle altezze, allora resterà pur costante la forza del fiume. E per dimostrare un tal assunto, dicasi la forza primitiva del Fiume $= F$, e la secondaria $= f$. La primitiva altezza $= a$, la secondaria $= A$. E le velocità siano come $u : V$.

Avremo dunque per la presente ipotesi $u : V = \sqrt{a} : \sqrt{A}$. Onde sarà $F = V\sqrt{a}$, e la forza $= f = u\sqrt{A}$. Ma stà $V : u = \sqrt{A} : \sqrt{a}$. Onde sostituendo sará $F : f = \sqrt{A}\sqrt{a} : \sqrt{a}\sqrt{A}$. Che è la ragione dell'uguaglianza. Sicchè la forza del Fiume secondario prima dell' unione sará uguale alla forza del medesimo dopo l' unione; E così le pendenze saranno invariabili. Ciò ec.

COROLLARIO I.

C. Indi è che la sola mutazione accaderà nell'andamento della superficie, senza che il fondo ne resti alterato. E tale andamento fuori del limite delle alterazioni sará parallelo alla primitiva superficie, ma cambierá alquanto il detto limite, come si vedrá.

COROLLARIO II.

CI. Merita di essere avvertito, che le velocitá delle Colonne, che fanno variare le pendenze sono di due generi. La prima si è quella, che potremo chiamare *impressa*, cioè che sarà stata originata dalle superiori cadute, e la seconda, che potrá dirsi dell' attual pendenza, che sarà originata dalla stessa pendenza. Or questa seconda

da è coſtante, e la prima è variata per le alterazioni del fiume primario. Di queſta diceſi, che eſſa eſſendo bilanciata dall'aumento dell'altezza nelle due ipoteſi, non può far cangiare la pendenza primitiva del fondo, benchè ſopra di eſſo le acque ritardate ſiano coſtrette a gonfiarſi.

Proposizione III.

Date le due alterazioni già deſcritte nel tronco dell' influente ſopra la confluenza, determinare l' andamento della ſua ſuperficie per le alterazioni di ſeconda Claſſe.

CII. Nella Prop. VII. della Parte I., e ſuoi Corollarj è ſtata coſtruita la linea del ſecondario dopo l' unione col primario, e ciò in ſequela della prima alterazione. E' ſtato dimoſtrato nella propoſizione antecedente, che per la prima alterazione ne naſce neceſſariamente la ſeconda dell' aumento dell'altezza, onde in tale aumento ſi deſiderà l'andamento della nuova ſuperficie.

Soluzione.

Sia l'influente prima di qualunque alterazione O E G B (Tav. II.fig.2.). E' manifeſto, che per la prima alterazione ſará la linea AO la tangente dell' Arco deſcritto ſecondo la prop. VII., e ſuoi Corollarj. E così il primo limite di tale alterazione ſarà diſtante dal punto A il doppio della linea AO, ſecondo ciò che è ſtato dimoſtrato nella citata propoſizione.

Ma per la propoſizione II. di queſta parte per la ritardata velocitá, la ſuperficie dell' influente deve aumentarſi ſecondo le leggi dianzi dimoſtrate. Onde ſia rappreſentato un tale aumento dalla linea ACN parallela al primitivo andamento EO. Una tal nuova linea taglierà in un punto C la linea indefinita MACO, che partendo dalla ſuperficie del primario dopo l'unione, va ad interſecare la ſuperficie del ſecondario nello ſtato primitivo. Adunque un tal punto di concorſo, che prima trovavaſi al punto O, ora ſi è accoſtato alla confluenza, cadendo nel punto C più proſſimo. Onde quanto è ſtato dimoſtrato nella propoſizione VII della parte I. tutto dee adattarſi alla nuova tangente AC, la quale toccherá il nuovo Arco del raggio oſculatore nel punto A, ed in altro punto ſuperiore N, facendo CA = CN. Ma eſſendo l'angolo NCA uguale all'angolo SOA, indi ne naſcerá che il centro del raggio oſculatore ſarà il medeſimo. Che l'arco della prima coſtruzione ſará con-

con-

centrico all' Arco della seconda. Che le due tangenti saranno le due linee AO, AC. Che gli archi saranno nella ragione delle stesse tangenti. Che le corde di detti archi saranno nella stessa ragione. E finalmente confondendosi insieme senza errore sensibile gli Archi, le tangenti, e le corde, sará l'arco della prima costruzione all'arco della seconda, come la AO, alla AC. Ma per la somiglianza de' triangoli AC*a*, AOE, sarà OE : CA = AE : A*a*. Onde così starà la prima differenza de' due Livelli, o linee di pendenza, alla seconda differenza, come l'arco della prima costruzione all'arco della seconda.

Coll' uso di tal teorema l'andamento dell' alveo ridotto, si costruirá nella maniera seguente.

I. Data l'altezza, ed inclinazione de' due fiumi, si trovi per la prop. I. della seconda parte la velocità attuale relativa al primo limite.

II. Da questo si trovi la velocità comune relativa al secondo limite.

III. Per la prop. II. si determini l'altezza che l' influente acquisterá di meno per la diminuita velocitá.

IV. Facciasi la E*a* uguale a tale aumento, e dal punto *a* conducasi la linea *a*N, parallela alla primitiva pendenza OE.

V. Per i tre punti ACN facciasi passare l'arco descritto col raggio osculatore, e superiormente al punto N si continui la parallela indifinitamente, finchè il fiume sia interrotto, ovvero finchè muti la sua pendenza. Sarà manifesto da quanto è stato dimostrato, che il nuovo andamento così descritto sarà quello, che l' influente seconderà colla sua superficie, per le due alterazioni sofferte nel concorso col suo primario. Ciò ec.

Esempio.

CIII. Siano tutte le dimensioni come nelle antecedenti proposizioni.

I. La velocitá attuale relativa al primo limite è stata trovata negli esempj della proposizione I. di parti $8\frac{1}{2}$, relativamente alle parti 10. della primitiva velocità.

II. La velocità media relativa al secondo limite nelle ipotesi de' Corollarj è stata trovata di 9.0.

III. L' aumento dell' altezza per la prop. II., e suoi esempj è stata determinata di 74. Centesime di piede, nell' ipotesi dell' alveo rettangolo, e di 40. Centesime nell' ipotesi degli alvei somiglianti.

IV. Facciasi dunque la E*a* di tal misura, e per il punto *a* conducasi la parallela a tal distanza.

IV.

V. Essendo la AE di piedi 3 . 51, togliendone 0 . 40, ne resteranno piedi 3 . 11. Facccíasi come 351 : 311 = l'arco del primo limite di piedi 13226. al quarto termine, che sará di piedi 11718.

A tal distanza si stenderá la curva, che congiungerá i due rami del recipiente, e dell'influente. E così con essa potranno descriversi i punti della piena, collo stesso metodo della prop. VII. parte I.

Corollario. I.

CIV. Se l'arco giá descritto sia NRA, si troverà facilmente la linea CR, distanza dell'angolo dalla curva, pigliando la metá della *a*A. Ed essendo stata questa determinata di piedi 3 . 11. La sua metà, cioè la linea CR, sará di piedi 1 . 555. millesime. Con tale altezza si descriveranno tutte le altre in un profilo a qualunque punto della CA, ovvero della CN, coll'analogia già dimostrata nella proposizione VII. parte I.

Corollario. II.

CV. Avvertasi, che il recipiente non fará alcun cangiamento per le due descritte alterazioni Poichè quantunque in esse la velocitá si diminuisca, con tutto ciò la sezione si aumenta talmente, che la portata dell'influente unito sia sempre costante, qualunque sia il rigurgito, o il limite delle alterazioni. Ma persistendo le portate, le altezze, e le velocità del fiume primario, saranno affatto le medesime, e perciò non nascerà in esso alcun minimo cambiamento, né nella superficie, nè nel fondo.

DEFINIZIONI.

Per intendere più chiaramente quanto si aggiungerà nelle altre proposizioni, sarà bene il fissare con opportune definizioni il significato di alcune espressioni secondo la figura 12. *Tav.I,*

DEFINIZIONE I.

CVI. Angolo del concorso si chiamerá quello, che formano le due pendenze della superficie del primario supposto unito, e del secondario separato, qual sará l'angolo AOE, il quale è stato dimostrato uguale alla differenza delle due pendenze.

DE-

DEFINIZIONE II.

CVII. Tangente dell'arco de' due contatti diraſſi la linea AO, ovvero la linea NO, che toccano l'arco N*a*A ne' due punti A, N, ne' quali le acque del ſecondario, e del primario ſi ſpianano ſulla curva intermedia.

DEFINIZIONE III.

CVIII. Raggio oſculatore diraſſi il raggio, col quale intendeſi deſcritto il detto arco N*a*A, che può conſiderarſi come circolare.

DEFINIZIONE IV.

CIX. Angolo delle due tangenti diraſſi l'angolo ottuſo NOA, che è formato dalle due ſopraddette tangenti.

DEFINIZIONE V.

CX. Arco della prima alterazione diraſſi quello, che vien deſcritto tra 'l punto della confluenza, ed il primo limite. Arco della ſeconda alterazione ſará quello, che è concentrico al primo, e che reſta più elevato per l'altezza maggiore dell'influente, per la perduta velocità.

PROPOSIZIONE IV.

Date due piene del primario, e del ſecondario, che ſiano minori della maſſima, e che ſiano coincidenti, determinare l'andamento della ſuperficie nell'ipoteſi, che i due alvei ſiano invariabili.

CXI. Avendo conſiderati gli effetti della maſſima piena, che ſuccede contemporanea nel recipiente, e nell' influente, ſi paſſerá ad indicare gli effetti delle altre piene minori, e tra queſte per ora ſi eſaminano quelle che chiamanſi coincidenti, cioè che ſoffrono sbaſſamenti uguali riſpetto alla maſſima. Due ſono i caſi del preſente problema, il primo ſarà quello, in cui gli alvei, e loro andamenti ſi ſuppongono invariabili, cioè di altezza, e di pendenza uguale all'altezza, e pendenza, che vi hanno trovate le maſſime piene, e ciò perchè le acque non hanno avuto il tempo neceſſa-

rio

rio per adattare gli alvei alle nuove loro portate. E questa sarà la presente ipotesi. La seconda sarà quando il tempo è così notabile, che le acque possano variare le pendenze, adattandole alle loro forze minori, che sarà l'ipotesi della seguente proposizione.

Esprimasi adunque col profilo AGHF (Tav. II. fig. 3.) la piena minore del primario, e col profilo CEGB la piena minore coincidente del secondario. La linea EA sarà la differenza delle due altezze, la quale sarà uguale ad una simil linea della fig. 12. Tav. I., che contiene il profilo della massima piena.

Sarà pertanto nelle presenti ipotesi la linea AG del fiume primario parallela ad una simil linea della massima piena, e solamente più bassa della prima, quanto porta lo sbassamento della piena massima.

Sarà in secondo luogo la linea EG similmente parallela alla linea della massima piena dell'influente, e bassa di misura uguale alla prima.

Sarà in terzo luogo l'angolo del concorso AOE uguale a simil angolo della massima piena.

Ed essendo la EA uguale alla linea simile della massima piena, ne viene in conseguenza, che il triangolo AOE sarà simile, e uguale ad un simil triangolo della massima piena.

Indi è che la tangente sarà uguale alla tangente; che l'angolo fra le due tangenti sia uguale nelle due piene; che il raggio osculatore, e l'arco de' due contatti sia pure uguale.

Onde in generale tutto l'andamento del primario, e del secondario tanto per la prima, che per la seconda altrazione sarà perfettamente parallelo all'andamento della massima piena, col solo divario della distanza, restando l'andamento delle piene coincidenti più basso dell'andamento delle massime piene della misura costante data tanto nel primario, che nel secondario. Per la qual cosa descritto che sarà l'andamento della massima piena, con un profilo, che congiunga insieme il primario, ed il secondario, si abbassino tante perpendicolari, quante se ne avranno sotto la detta superficie, facendole della detta misura, e facendo passare una linea per detti punti, essa ci presenterà l'andamento delle piene minori coincidenti. Così sopra una linea costante delle massime piene, se ne possono descrivere infinite inferiori, e parallele, che nella presente ipotesi ci paleseranno le infinite linee delle piene coincidenti. Ciò che si voleva.

Corollario I.

CXII. Se alcun desiderasse per dette piene coincidenti le velocità diminuite per la prima alterazione, le velocità comuni per

la

la seconda alterazione, l'aumento dell'altezza per la diminuzione della velocità, tutto questo potrà ottenersi colle antecedenti proposizioni, essendo le stesse costruzioni, e gli stessi calcoli, senza che quì si ripetano.

Corollario II.

CXIII. Essendo diminuita l'altezza delle due piene del primario, e del secondario, ne viene in conseguenza, che restino pur diminuite le velocità primitive dell'uno, e dell'altro. Ora se in tal diminuzione la proporzione resti costante, allora il segmento parabolico, che esprime le velocitá variabili sotto l'arco de' due contatti, sarà simile al segmento parabolico, esprimente tali velocità nelle massime piene. Indi é che le velocità ragguagliate, saranno simili alle primitive, così l'alzamento della superficie per bilanciare le diminuite velocità, sarà uguale in tutte le piene coincidenti. Ma se al contrario le due velocità serbino una proporzione differente, allora l'aumento della superficie per ricompensare la perduta velocità, sarà maggiore, o minore. E perció le due piene, Massima, o minore coincidente non saranno paralléle.

PROPOSIZIONE V.

Date due Piene coincidenti di tal durata, che abbiano tempo da stabilire le nuove pendenze, determinarne gli effetti.

CXIV. Il primo effetto sarà quello delle nuove pendenze.
Il secondo effetto sarà il nuovo angolo di concorso.
Il terzo consiste nel nuovo raggio osculatore.
Il quarto nella quantitá, e valore dell'arco de' Contatti.
E da tali effetti ne nasce il nuovo andamento del filon della Piena, sì nell'influente, che nel Recipiente.

Effetto I.

CXV. Per determinare il primo effetto mi prevalgo del teorema esposto alla prop. IV. Coroll. VI. della parte I., per cui i seni delle inclinazioni sono in ragion reciproca de' quadrati delle altezze. Onde sia la prima altezza dell'influente $=$ A. La seconda $= a$. La prima pendenza $= c$. La seconda $= x$. Avremo come nel citato Corollario $x = \frac{c\,A^2}{a^2}$.

Esempio.

CXVI. Sia la prima altezza di piedi 7 . 6 Decime. La seconda di piedi 5 . 6. Sia la prima pendenza di piedi 4 . 9. Fatto il calcolo tornerà la x di piedi 8 . 90 Centesime. La pendenza del primario sarà di piedi 2. prossimamente.

Effetto II.

CXVII. Essendo coincidenti le piene del presente problema, la linea EA dovrà essere uguale ad una simil linea nella massima piena. L'angolo AOE del concorso sará maggiore dell' angolo della piena. Facciasi come la differenza delle due pendenze, alla lunghezza di un miglio, così la costante AE al quarto termine, che sarà la linea AO. Potendosi assumere come retto l'angolo OAE, avendo i due lati AE, AO, e detto angolo, potremo determinare l'angolo del concorso.

Giacchè nella presente ipotesi la EA è invariabile pigliandola come il raggio, e la AO come tangente, saranno le tangenti degli angoli del complemento dell' inclinazione, come le differenze delle pendenze. Onde così starà la differenza delle pendenze della piena massima alla differenza delle pendenze di un' altra piena coincidente, come la tangente del complemento dell' inclinazione nella prima piena, ad una simil tangente della seconda.

Esempio.

CXVIII. Sia la EA della piena massima di piedi	4 . 51
La differenza delle pendenze delle due piene coincidenti sarà di piedi - - - - - -	6 . 9
Poichè la pendenza dell' influente sarà di piedi	8 . 9
Del recipiente di piedi - - - - - -	2
Onde la differenza sarà di piedi - - -	6 . 9

Facciasi come piedi 6 . 9 differenza delle due pendenze nella piena coincidente, a 4 . 51, che è la linea EA della massima piena, così piedi 5000. al quarto, che ci somministra la AO nel corso presente di piedi 3268.

Effetto III.

CXIX. Essendo la OO″ prossima alla metà di AE, facciasi

come

come ½ AE, alla trovata OA, come questa, al quarto termine, la cui metà sarà uguale al raggio osculatore cercato.

Esempio.

CXX. Essendo EA di piedi 4 . 51 , sará la OO'' di piedi 2 . 25. Onde facciasi come 2 . 25 : 3268 = 3268 al quarto, che sarà di piedi 4746544. Onde il raggio osculatore nel caso presente sarà di 2373272 piedi.

Effetto IV.

CXXI. E' stato dimostrato, che tutto l'arco de' due contatti è il doppio della tangente OE, la quale essendo stata già calcolata di piedi 3268., il valore dell'arco sarà di piedi 6536.

Onde con tali misure si costruirà secondo il solito tutto l'andamento di questa piena coincidente composto di tre rami, cioè del ramo del primario dopo la confluenza, che sarà espresso dalla nuova pendenza; della curva de' contatti, di cui abbiamo rinvenuto tanto il raggio, quanto l' arco; e finalmente la nuova pendenza dell' influente sopra il limite, che è stata pure determinata col solito teorema della prop. IV. parte I. Ciò che si voleva.

Corollario I.

CXXII. Essendo AE doppia di OO'', la terza proporzionale dopo AE, ed AO sarà uguale al raggio. Onde sarà $AE^2 : AO^2$ come AE al raggio. E per esser costante la AE nelle piene coincidenti, saranno i raggj, come i quadrati della AO. Onde volendo calcolare il raggio di qualunque simil piena, facciasi il quadrato della AO nella massima piena, al quadrato della medesima in una qualunque piena coincidente, così il primo raggio, al secondo.

Corollario II.

CXXIII. Le differenze delle pendenze del primario, e del secondario essendo tanto maggiori quanto è maggiore il decremento della piena, indi ne risulta, che i raggi osculatori delle piene coincidenti minori, saranno minori, e per contrario i raggi delle maggiori saranno maggiori.

 Co-

Corollario III.

CXXIV. Ne feguirà pure, che tanto il limite delle prime alterazioni delle velocità nel ramo dell' influente, quanto quello delle feconde alterazioni, in parità delle altre circoftanze fiano meno lontani dal punto della confluenza, quanto minori faranno le piene coincidenti, e che il limite remotiffimo farà quello delle maffime piene, effendo cofa vifibile, che quanto maggiori faranno le differenze delle due pendenze, tanto minore farà la linea AO, che trovafi lontana la metà del primo limite. E lo fteffo dicafi del fecondo, quando la trasfufione del moto fi faccia allo fteffo modo.

PROPOSIZIONE VI.

Se la fuperficie del primario, e del fecondario fia di tal pofizione in altezza, che le due linee della pendenza coincidano ful filone del primario unito, determinare in tal cafo l' andamento della fuperficie.

CXXV. In tutti i cafi confiderati finora prolungando le linee delle due pendenze del primario, e del fecondario, effe fi fon fatte tagliare a diverfi punti verticali. Ma l'alveo, e la fuperficie dell' influente poffono concepirfi di tale altezza, che prolungando la linea fino al concorfo col recipiente, effa coincida ful filone del medefimo, e vi faccia un angolo.

Sia AMGH (Tav. II. fig. 4.) il profilo del recipiente unito; e fia il profilo dell' influente CAFB talmente difpofto, che la linea della fuperficie CA incontri lo fteffo punto A del primario, formandovi un angolo ottufo CAG.

Dovendofi le acque dell' influente fpianarfi col recipiente in qualche punto per efempio M, e collo fteffo influente in altro punto fuperiore N, tra quefti due punti, e l'angolo intermedio dovrà nafcere la curva de' contatti N*n*M, la quale può effer maggiore, o minore fecondo le circoftanze de' due fiumi. E dovendofi perciò follevare il fluido da A in *n*, che è il vertice della Curva, la nuova altezza comune de' due fluidi dovrà fare un rigurgito nel ramo fuperiore del primario, il quale dovrà adattare la fua nuova altezza all'elevazione del fluido in *n*. Potrá però la natura trafportare il punto A della confluenza nelle parti inferiori del primario, facendo nafcere la curva de' contatti in una pofizione orizzontale, e così fenza alcun rigurgito del primario potrá il fluido fpianarfi coll' influente, o col Recipiente. CXXVI.

CXXVI. Sia adunque in pianta il primario ROMD (Tav.II. fig.5) nel quale confluisca il secondario colla direzione BA, ed il punto A intendasi sulla superficie delle due acque. Dico adunque, che quantunque le due direzioni rettilinee del filone dell'uno, e dell'altro fiume concorrano nel punto A, pure la natura del fluido mai opera coll'angolo orizzontale BAG, ma i fili dell'influente incominciano a piegarsi da qualche punto superiore S, seguitano ad incurvarsi nel mezzo verso il punto *t*, e finalmente vanno al contatto della direzione AG, in qualche punto inferiore T. Onde fra due contatti ST nascerà una curva S*t*T, che lungo sarebbe a rintracciare, e che per la pratica è assai indifferente, potendosi immaginare, come un archetto circolare, che abbia il suo centro nel punto K, dove vanno ad unirsi le due perpendicolari SK, TK, che si descrivano al punto de' due contatti, facendo angolo retto colle due prime direzioni de' Fiumi.

CXXVII. Un tale incurvamento de' fili aquei nasce necessariamente dalla composizione de' due moti dell'Influente, e del Recipiente, i cui fili formando un angolo, si piegheranno per tante piccole diagonali, che vanno dal punto S al punto T, sempre più scostandosi dalla prima direzione dell'influente, ed accostandosi a quella del Recipiente, finchè l'ultima diagonale della curva abbia per tangente la linea inferiore TG. Piegandosi i fili aquei in un senso orizzontale, ed in un altro senso verticale, le due acque si spianeranno su due punti di contatto, e potranno impedire il rigurgito ne' punti Superiori del primario. Ma quando questo in alcun modo sussistesse con tutta l'Orizzontale curvatura, sarà sempre assai tenue.

I due punti del contatto ST dipendono dall'angolo della confluenza CAB, e dalle forze respettive del Secondario, e del Primario. Giacchè tanto più il punto T si porterà in giù, quanto più le forze del Primario son prevalenti a quelle del Secondario.

CXXVIII. Un tal fenomeno di confluenza ha luogo in tutti gli antecedenti, e susseguenti Problemi, ne' quali sempre la stessa confluenza si porta più in giù, che non esigga il concorso delle due primitive direzioni. Ma essendo questo un fenomeno, che per se medesimo poco influisce al rigonfiamento delle acque superiori, ed inferiori, io mi sono contentato di dichiararlo nel presente problema, lasciando a ciascuno il talento di applicarlo agli altri casi. Ciò che si voleva.

PRO-

PROPOSIZIONE VII.

Date le portate del Primario, e del Secondario, ſtabilre l'alterazioni delle velocità del Primo nel ſuo ramo ſuperiore alla Confluenza.

CXXIX. Non è ſolamente il Fiume ſecondario, che confluendo col primario turgido delle ſue acque ne riſenta un ritardo, eſſendo obbligato a rallentare le ſue primitive velocità. Ma il primario medeſimo gonfiando nuovamente le ſue acque per il concorſo delle acque nuove, e mancando tali acque nel ramo ſuperiore alla confluenza, eſſo pure in tal ramo dee diminuire le ſue velocitá, dee rigonfiare le ſue acque, dee finalmente ſoffrire a proporzione tutte quelle vicende, che per il ſuo inconrro ha ſofferte il Secondario, come è ſtato giá dimoſtrato.

Onde conſiderando il ramo ſuperiore del primario, come ſe foſſe un influente, ſarebbe facile a ciaſcuno di applicare al medeſimo le ſopra riferite Teorie, e coſtruzioni. Pure per la diverſitá delle circoſtanze, io ho voluto riſolvere un tal problema ſeparatamente nella preſente Propoſizione.

Sia il Ramo inferiore A*a*HF nel ſuo profilo, nel quale (Tav. II. Fig. 6.) ſi concepiſca la linea del fondo FH già ſtabilita ſecondo le nuove forze del fiume dopo l'unione dell'influente. Sia la ſuperficie A*a* già ſtabilita, ed equilibrata colla nuova pendenza. Sia la linea E*e* quella dell' altezza aſſoluta del fiume prima dell'unione. E' manifeſto che la pendenza A*a*, ſarà minore della primitiva pendenza E*e* ſecondo la Propoſizione IV. della prima parte. Confrontando inſieme lo sbaſſamento dell' Alveo, e l'elevazione della ſuperficie potranno accadere i tre caſi già eſpoſti nella prima parte, cioè che il primo ſia maggiore della ſeconda, che ſia uguale, e che ſia minore. Nel primo caſo il punto A reſterà inferiore al punto E, nel ſecondo coinciderá col medeſimo, e nel terzo reſterà ſuperiore come lo eſprime la figura.

CXXX. Onde nel primo caſo ſi darà un'accelerazione nel ramo ſuperiore EOMF. E da queſto ne naſce la diminuzione dell' altezza, affinchè la ſezione porti il medeſimo fluido nel medeſimo tempo, dovendoſi la ſezione media bilanciare colla media velocitá. Ma eſſendo uguali le forze oſculatrici, il fondo reſterà colla medeſima pendenza di prima. Ma nelle altre ipoteſi giá deſcritte ſoffrirà ancor eſſo qualche cangiamento.

Nel ſecondo caſo, che il punto A combiniſi col punto E, altro

non

non accaderá, che una modificazione della ſuperficie per adattarſi alla curva de' contatti, dovendoſi le acque ſuperiori adattarſi alla Tangente ſuperiore della curva, e le inferiori alla Tangente inferiore della medeſima, e non potendo mai formarſi l'angolo ottuſo CE*e*.

CXXXI. Ma nel terzo caſo dovrá ſuccedere quanto è ſtato già eſpoſto, e dimoſtrato nella Propoſizione VII. parte I., e ſuoi Corollarj. Cioè ſi formerá la curva de'contatti OPA per la prima alterazione, e la linea AC tangente al punto del concorſo C, ſarà uguale alla CO, formandoſi così il primo limite, e da eſſo naſcerà il rigonfiamento del ramo ſuperiore prima dell'unione per compenſare la perduta velocitá. In una parola ſi adatteranno a tal caſo tutte le coſtruzioni dell' influente ritardato dall' unione col ſuo Primario.

L'Angolo ACE ſará uguale alla differenza delle due pendenze dello ſteſſo fiume prima, e dopo l'uuione. Il tutto ſará meglio eſpreſſo dall'Eſempio ſeguente.

Esempio.

CXXXII. Sia la portata del Fiume unito eſpreſſa dalle parti 1500., e del Fiume nel tronco ſuperiore ſopra l'unione di parti 1000.

Sia la pendenza del fiume ſeparato di piedi 2., e del medeſimo dopo l'unione di piede 1.49, e per facilitá facciaſi di 1 $\frac{1}{2}$.

La nuova altezza del fiume unito ſará di piedi 14.11, e quella del fiume ſeparato di piedi 12.

La Linea EA facciaſi di un piede, reſtando per l'abbaſſamento del fondo piede 1.11 Centeſime.

Onde per determinare la tangente EC faremo la ſolita analogia. Come la differenza delle due pendenze alla linea EA, così 5000 piedi al quarto termine, cioè come $\frac{1}{2} : 1 = 5000 : 10000$. Cioè la linea CE ſarà di miglia 2, e perciò la APO di miglia quattro. Cioè il limite delle prime alterazioni ſi porterà miglia quattro ſuperiormente alla confluenza AF.

CXXXIII. Il ſecondo limite potrà riſalire ſopra le parti ſuperiori del fiume del doppio, del triplo, ed ancora più ſecondo le circoſtanze del ramo ſuperiore, cioè ſecondo le ſue maggiori pendenze, ſecondo i ratti, che egli ſoffrirà, ſecondo gli oſtacoli, che interromperanno la continuitá dell'alveo medeſimo, come già è ſtato dimoſtrato de' Rami ſuperiori dell'influente. Con tali elementi ſaprà il Perito formare il nuovo profilo dell'alveo ſuperiore alla confluenza di un dato ſecondario, e ne calcolerá le velocitá cercate, ſecondo la Propoſizione I. al N. 85 ed 86.

PAR-

PARTE III.

Teoria delle alterazioni delle velocità dell' Influente, e del Recipiente nelle piene discordanti, che siano maggiori nel primo, e minore nel secondo.

CXXXIV. Quando le piene de' due fiumi non sono, nè proporzionali, nè coincidenti, convien distinguere due casi. Il primo sará, quando l' Influente gode delle piene massime, o almeno maggiori, mentre il Recipiente trovasi nella sua magrezza, o in una piccola piena. Il secondo al contrario, quando il primario corre in una gran piena, mentre l' influente trovasi scarso di acque. Il primo caso sará trattato in questa Parte III.

Essendo l' alveo dell' influente tanto più elevato dell' alveo del Recipiente, quanto è minore la sua portata rispetto a quest' ultimo, come è stato rilevato alla Proposizione IV. P. 1., indi ne nascono delle nuove circostanze, che converrà sviluppare in questa parte, e così converrá il Lemma seguente.

PROPOPOSIZIONE I. LEMMA.

Data la piena massima dell' influente colla magrezze del recipiente, e dati i loro Alvei, determinare l' altezze, che si faranno nel Recipiente quasi vuoto, le acque piene dell' influente.

CXXXV. Ciascuno ben comprenderá, che considerandosi quasi vuoto l' Alveo del Recipiente, mentre in esso si fa strada una massima piena dell' influente, questa, trovando un alveo affatto sproporzionato alla sua portata, non solo per la vastitá della sezione, ma ancora per la troppo scarsa pendenza dell' alveo, non può nel medesimo rialzarsi, come nell' alveo proprio, ma deve tanto più diminuire la sua altezza, quanto più è vasta la sezione, e crescerla più, quanto è più scarso il declive. Onde prima di ogni altra cosa converrá rintracciare quale altezza all' incirca conviene alla piena dell' influente, giá trascorsa nel Recipiente.

La vastitá dell' alveo tende a sbassarla, e la scarsezza del declive ad aumentarla. Inoltre esso ritiene almeno in parte la velocitá impressa dalle superiori cadute, e tal velocità si va spegnendo lentamente. Pertanto potremo considerare tal piena in due stati, cioè primieramente nel suo ingresso nel Recipiente per il primo suo tronco, nel quale la velocitá impressa non sia notabilmente scemata, ed in secondo luogo nel suo progresso, quando la diminuzione del

De-

declive la fará notabilmente ſcemare per le reſiſtenze, reſtando alla fine adattata al declive medeſimo.

Primo Stato della Piena.

CXXXVI. Nel primo ſtato della piena dee valere la ſteſſa quantità del movimento prima della confluenza, e dopo la confluenza ſino al limite di queſto ſtato, onde in tale ſtretta Ipoteſi l'altezza della Piena dee riſultare dalla maggior Sezione dell'alveo del Recipiente.

Sia adunque il Parametro del maggior Alveo $= P$

Il Parametro del minor Alveo $= p$

Sia la velocità coſtante impreſſa $= u$

Sia l'altezza della Piena dell'Influente $= a$

Sia l'altezza della medeſima nel Recipiente $= x$

La velocitá del Secondario ſarà compoſta della coſtante u, e della velocità media della Scala parabolica $= \frac{2}{3}\sqrt{a}$. Onde tal velocità ſará $= u + \frac{2}{3}\sqrt{a}$.

Supponendoſi parabolico l'Alveo dell'influente, la ſua riquadratura ſará compoſta dell'altezza, e di $\frac{2}{3}$ della ſemiordinata. Ma eſſendo queſta $= \sqrt{a}$, ſará tale riquadratura $= \frac{2}{3}a\sqrt{a}$. Ma il prodotto della Sezione nella velocitá ragguagliata è eguale alla quantitá del moto in un dato tempo. E così il prodotto de' detti due valori ci preſenterà detta quantità di moto, che ſará $= \frac{2}{3}au\sqrt{a}\sqrt{p} + \frac{4}{9}a^2\sqrt{p}$ Dovremo pertanto cercare un tal valore dall'incognita x, che il prodotto della velocità nella Sezione dell' Influente eguagli la quantità del moto già eſpreſſo nella formola. La velocità nell'influente ſará l'aggregato della prima coſtante velocità, che ſi ſuppone eſiſtente, e della velocitá media della ſcala Parabolica, onde eſſa ſará $= u + \frac{2}{3}\sqrt{x}$. La Sezione dell'Alveo ſará $= \frac{2}{3}x\sqrt{Px}$. Onde formando il prodotto di tali due grandezze, avremo la quantitá del moto nell' alveo del recipiente $= \frac{2}{3}ux\sqrt{Px} + \frac{4}{9}x^2\sqrt{P}$; cioè ſará l'equazione $\frac{2}{3}au\sqrt{a}\sqrt{p} + \frac{4}{9}a^2\sqrt{p} = \frac{2}{3}u\sqrt{P}\,x^{\frac{3}{2}} + \frac{4}{9}\sqrt{P}\,x^2$. Ciaſcun vede, che riducendo debitamente la preſente equazione, eſſa apparirá di quarto grado.

Così ſi troverá la radice di x corriſpondente alle circoſtanze del Problema, di Piedi 5. 79. Centeſime proſſimamente. Ciò che ſi voleva.

N O T A

CXXXVII. In queſta ſoluzione ſi ſuppone il valore di a di piedi 7. 6., il valore di $\sqrt{p}$ di parti 4. 58. Il valore di $\sqrt{P}$

 de'

di 7. 24.. Il valore di u di piedi 3. per ſecondo. E ſopra tali elementi l'altezza della Piena dell'influente, che nel ſuo Alveo era di piedi 7. 6. Decime, nell' Alveo maggiore del Recipiente diviene di piedi 5. 79. Cent.

CXXXVIII. Avvertaſi, che i due Parametri P, p ſono ſtati dedotti del valore fiſſato a tenore della propoſizione V parte, I, e ſuo Corollario al Num. 56. Poichè in detta propoſizione provaſi, che facendo i Parametri delle Parabole in ragion compoſta della ſemplice, e della ſudduplicata dalle altezze delle Piene, eſſe rappreſentano ſufficientemente le ſezioni degli Alvei. Se adunque la Piena maſſima del Primario facciaſi di piedi 14., come è ſtato giá ſuppoſto nella parte I Propoſizione I, e III, e ſe la Piena del Secondario ſia d'altezza piedi 7. 6. Decime, il Parametro dell'Alveo dell'Influente ſarà di parti - - - - - - 21. 0
Ed il Parameno del Recipiente ſará di parti - - - - - - 52. 4

Le loro proſſime radici quadrate ſono 4. 58, e 7. 24, com'è ſtato ſuppoſto. La x torna di 5. 79. Ed in fatti il primo membro dell'Equazione è di parti - - - - - - - - - - - - - - - - - - - 309. 73.
Il ſecondo di - - - - - - - - - - - - - - - - - - 309. 64.
cioè proſſimo all'ugualtà.

Corollario I.

CXXXIX. E' ſtato giá avvertito, che trovandoſi la piena maſſima del Primario unito di piedi 14. 11, e del Sceondario di 7. 6. ſarà la loro differenza di piedi 6. 51. Onde dovendoſi ſpianare la ſuperficie delle due acque, reſterà l'altezza del fondo del ſecondario ſopra il fondo del Primario di detti piedi. . . 6. 51.
Ma la piena calcolata è di Piedi - - - - - - - - 5. 79.

Onde la ſuperficie della medeſima reſta di piedi 0 72. Cent. ec. ſotto il fondo dell' Alveo dell'Influente.

Corollario II.

CXL. Adunque tutta la piena dell'influente avrá una caduta libera, e precipitoſa nell'alveo del Recipiente, e produrrà gli effetti proporzionali a detta caduta, come ſi dirà. Avvertaſi, che le acque magre del recipiente non ſi ſono incluſe nel Calcolo, ſupponendole tenuiſſime, come le oſſerviamo ne' Fiumi della Toſcana. Ma in altri Fiumi, ne'quali eſſe ſiano conſidera-
bili

bili rispetto alle piene del Secondario, dovrà tenersene conto, come nel seguente Coroll.

Corollario III.

CXLI. Potremo adunque supporre, che le acque magre del recipiente siano un addito della piena, come se esse formassero nella medesima un influente. E potremo in ciò prevalerci della Prop. VIII. Parte I. facendo le altezze come le radici quadrate delle portate. Non è che tali acque non possano restare incluse nel problema già sciolto, ma esse ne rendono più composta l'equazione, e così meglio sarà escluderle nello scioglimento del Problema, e poi dedurne gli effetti posteriormente. Facciasi pertanto come la radice quadrata della portata solitaria, alla radice quadrata della portata unita dell'acque magre, così l'altezza calcolata nel Problema, al quarto termine, che sarà l'altezza che nasce coll' unione di dette acque.

Esempio

CXLII Suppongansi le acque magre del Recipiente di $\frac{1}{6}$ della piena dell'Influente Così sarà $p : P = 6 : 7$. La prima altezza calcolata è stata di piedi 5. 79. Onde facciasi, come $\sqrt{6}$: $\sqrt{7} = 5 \cdot 79$, al quarto termine, che sarà di piedi 6. 13 centesime, e così l'altezza è cresciuta di 34 Centesime di piede per la considerazione delle Acque magre del Fiume primario nel ricever la piena del Secondario.

Secondo Stato della Piena.

CXLIII. Una piena dell' Influente non può alterare la pendenza dell' Alveo del Recipiente, perchè tale operazione esigge lunghissimo tempo, e se alcuna alterazione incomincia a produrre la detta Piena, essa resta subito distrutta dalla prima piena del Primario. Onde le acque dell'Influente non trovando nel Recipiente la pendenza adattata all'equilibrio, dovranno necessariamente ritardarsi, perdendo bel bello la velocità impressa partecipata dall'Influente. Alla fine una tal velocità scemerà a tal segno, che ritornerà l'equilibrio tra le forze, e le resistenze. Adunque per risolvere il Problema in questo secondo stato, potremo prevalerci della stessa equazione diminuendo però il valore di *u* nel secondo membro della medesima. Il che essendo eseguito

verrà a crefcere il valore di x. E ficcome la diminuzione fi fa gradatamente così gradatamente anderà aumentandofi l'altezza della Piena, affinchè per ogni fezione paffi la fteffa quantità di fluido. Ma poi tal diminuzione finirá, e refterà coftante l'altro valore di u, finchè non s'incontrino nuove refiftenze. Adunque in quefto fecondo ftato non potrà determinarfi l'aumento della Piena, che per ipotefi di approffimazione; per efempio fuppongafi, che la velocità u diminuifca in ragion fudduplicata delle due pendenze. Sia la pendenza maggiore dell' Alveo dell' Influente $=$ R, la pendenza minore del Recipiente $= r$. Onde avremo fecondo l'ipotefi $\sqrt{R} : \sqrt{r} = u : u \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{R}}$. Refta ora, che tal valore s'involga nel fecondo membro dell'equazione, e così farà l'equazione.

$$\tfrac{2}{3} a u \sqrt{a} \sqrt{p} + \tfrac{4}{9} a^2 \sqrt{p} = \tfrac{2}{3} u \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{R}} \sqrt{P}\, x^{\frac{2}{3}} + \tfrac{4}{9} \sqrt{P}\, x^2.$$

Onde rifolvendo al folito tale equazione, fi troverà il valore di x, che fodisfa al fecondo ftato della Piena.

COROLLARIO I

CXLIV. Accaderà adunque, che perfeverando dello fteffo valore la prima velocitá coftante u, dovrá aver luogo la prima equazione. Indi comincierà gradatamente a crefcere il valore di x, finchè giunga al fecondo termine, la cui altezza deducefi da quefta feconda equazione; e tale altezza refterá coftante, finchè o le refiftenze nuove, o le refiftenze minori delle prime non obblighino la piena o a gonfiarfi, o ad abbaffarfi, perchè refti invariabile la legge, che per ogni qualunque fezione, o dilatata, o riftretta paffò la fteffa quantità di fluido, che paffava per l'Influente al fuo sbocco.

COROLLARIO II.

CXLV. Effendo la piena già difcefa nel Primario molto più alta, che non erano le acque magre nel ramo fuperiore alla confluenza, indi ne nafcerà un veloce rigurgito della fteffa piena in detto ramo, andandofi ad incontrare le acque della Piena retrograda colle acque magre del primario, come io più volte ho offervato nel Fiume Arno, per lo fcarico delle piene del Fiume Era, le quali piene incontrandofi colla magrezza d'Arno, appena di-

fcefe

ſceſe nel ſuo Alveo, correvano non ſolo inferiormente, ma ancora nel Tronco ſuperiore ſino ad un certo limite, come diraſſi. E da tal corſo retrogrado ne naſce un effetto, che ciaſcuno bene intenderà, cioè, che ſul primo ſcarico della Piena, dovendo le acque riempire i due Rami del Primario ſopra, e ſotto la confluenza, le acque così diviſe ſi gonfiano aſſai poco, ma quando il rigurgito ſuperiore ſarà compito (e compieſi in poco tempo) allora le acque ſi gonfiano di più finchè giungano al limite della turgidezza.

Corollario III.

CXLVI. Se nella prima, e nella ſeconda equazione diſtruggaſi il valore di u, cioè ſe la velocitá impreſſa ſia nulla, allora reſterà l'equazione $\frac{4}{9}\sqrt{P}\,x^2 = \frac{4}{9}\sqrt{p}\,a^2$. Ed eſtraendone la radice quadrata, ſarà $\sqrt[4]{P}\,x = \sqrt[4]{p} \times a$, cioè ſarà $\sqrt[4]{P} : \sqrt[4]{p} = a : x$, cioè ſaranno le altezze della ſteſſa piena nell' Influente, e nel Recipiente in ragion reciproca ſubquadruplicata de' Parametri degli Alvei.

Esempio.

CXLVII. Se facevaſi come dianzi, il Parametro dell' Alveo dell' Influente di parti 21. 0, e del Recipiente di 52. 4. E l' altezza della piena dell' influente ſuppongaſi di piedi 7. 6. Decime, allora teſſendo il calcolo ſecondo l' addotto Teorema, tornerà l' altezza della piena nel Recipiente di piedi 6. 0 4 Centeſime. Dal che ſi vede, che non valutata la velocità coſtante, la piena aumenterebbe di 25. Centeſime di piede. Ed al contrario includendovi una velocità maggiore di piedi 3, quale nel Problema è ſtata ſuppoſta, allora la Piena ſcemerebbe di altezza. E realmente io credo in generale, che la velocità impreſſa di un fiume ſecondario, che abbia l' altezza della piena di 7. in 8 piedi, ſia maggiore di piedi 3. Onde ne' ſeguenti Problemi potrá adoperarſi la preſente ſoluzione dei piedi 5. 79. Centeſime con ſicurezza, che non ſia maggiore.

Corollario IV.

CXLVIII. Merita di eſſere avvertito, che nell'equazione il Parametro della Parabola della velocitá ſi è fatto uguale al 1,

giac.

giacchè tal Parabola è la medesima, tanto per le medie velocità della piena nel Secondario, quanto per quelle del primario dopo la confluenza. Che se tal Parametro si facesse $= t$: allora l'equazione sarebbe

$$\frac{2}{3} a u \sqrt{a} \sqrt{p} + \frac{4}{9} a^2 \sqrt{t} \sqrt{p} = \frac{2}{3} u \sqrt{P} x^2 + \frac{4}{9} \sqrt{t} \sqrt{P} x^2 .$$

PROPOSIZIONE II.

Data la massima Piena del Fiume Secondario colla magrezza del primario determinare le nuove velocità del primo rispetto alle velocità primitive.

CXLIX. Sia il profilo della massima Piena dell' Influente (Tav.II.fig 7.) M A F G, la quale si supponga non ancora scaricata nel recipiente. E sia poi la stessa piena già scaricata nel profilo N B F G, la quale nell'Alveo inferiore del recipiente ci presenterà l' altro profilo H *b* D C. E tra il profilo superiore, ed inferiore vi sarà il Ratto, o precipizio delle Acque B H C F, giacchè non solo il fondo C D del primario, ma eziandio la sua superficie, H *b* accresciuta dalla Piena resta inferiore al fondo del Secondario F G. Onde le acque del Secondario in Piena, che nello Stato primitivo salivano sulla superficie M A, si abbasseranno in N B, e così abbassandosi aumenteranno quella velocità, che in questo Problema si cerca.

Ciascuno ben comprenderá, che per determinare l' aumento della velocità, che intendesi la media, converrá prima stabilire qualsia la velocità media primitiva, che accrebbe l' influente se continuasse a correre con un Alveo separato, ed affatto indipendente dalle vicende del suo Primario.

Ora una tal velocitá è affetta delle resistenze, che sono state dimostrate nella parte I. Prop. II. nel numero 31., e 32., ed al contrario la velocità del Ratto è priva di tali resistenze, o almeno le ha piccolissime in rapporto alle prime.

Suppongasi adunque, come nella citata proposizione la A *E* (Tav II.fig. 8.) essere la velocità costante. Suppongasi la parabola E N O rappresentarci le primitive velocità. E sia il Triangolo EHF la scala delle perdute velocitá, e delle resistenze, come nella citata proposizione è stato rilevato. Onde secondo le dimostrazioni della citata propo. II. la somma del Rettangolo A H, e dello spazio parabolico E N O H ci esprimerà la somma delle velocità primitive, e la differenza di detta somma dal triangolo E H F, ci

espri-

esprimerà la somma delle velocità impedite. Onde dividendo tanto la prima area, quanto la seconda per la comune altezza A B, ne risulteranno le due medie velocità, che vogliamo, cioè la velocità della piena nel suo Ratto, e la velocità primitiva della medesima, e tali velocità saranno le medie. Si scioglierá adunque il Problema nella seguente maniera.

1. Si formi il rettangolo della data velocità costante nell'altezza primitiva della piena A B.

2. Sopra la stessa altezza, come ascissa, e la velocità finale H O descrivasi la semiparabola E N O H deducendone l'area.

3. La somma del rettangolo, e della semiparabola dividasi per la comune altezza E H, e ne risulterá la media velocità dell'influente nell'atto che scaricasi nel suo recipiente.

4, Essendo data la base H F del triangolo, e la sua altezza E H, se ne formi la quadratura.

5. Essa detraggasi dalla somma del rettangolo e della semiparabola, e così resteranno le attuali velocità a tutti i punti dell' altezza.

6. Onde dividendo tal residuo per la stessa altezza ne nascerà la velocità media attuale primitiva, cioè che avrebbe l' influente, se corresse in luogo separato.

7. Così paragonando la prima velocità alla seconda, si otterrá quanto domandavasi.

Il tutto è manifesto nelle Ipotesi della citata Prop. II. al n. 31. e della presente.

ESEMPIO

CL. Sia l'altezza A B quale è stata supposta nella prop. I. cioè di piedi 7. 6. decime. Sia la velocità A E di piedi 2.

La velocità FO di piede 1, che unita alla B H di piedi 2 forma la velocità al fondo di piedi 3. All'altezza H E di piedi 7. 6. corrisponde la velocità di piedi 19. Pollici 9. assai prossimamente. E tal sará la semiordinata H O. Da cui togliendone la FO di piede 1. resta la base triangolare H F di piedi 18. 75. Centesime.

Sará l' Area rettangolare A H di piedi Π . . . 15. 2.
Sará l' Area Parabolica $= \frac{2}{3} HO \times HE =$. 100. 016.

Somma sará di piedi Π . - 115. 216.

La quale essendo divisa per l'altezza 7. 6. somministra la velocitá media del Ratto di piedi 15. 16. Centesime.

L'area triangolare sarà il prodotto di 18. 75. in 3. 8., che

forma

forma la riquadratura di piedi . . . . 71. 25.

Che tolta da piedi . . . . 115. 21. lascia 43. 96.
E questa divisa per l'altezza ci palesa la media velocitá attuale di piedi 5. 78. centesime. Onde sará la velocità primitiva, ed attuale alla velocitá del Ratto come
5. 78. centesime a 15. 16. centesime. Ciò che volevasi.

Corollario I.

CLI. Dividendosi tanto la prima, quanto la seconda area per la stessa altezza della piena, si accorcierà l'operazione pigliando per la velocità del Ratto la somma della costante velocitá, ed i $\frac{2}{3}$ della semiordinata HO, la quale essendo di piedi. 13. 16.
Ed aggiungendovi la BH di piedi - - - - - - 2.

Avremo la velocità del Ratto di piedi 15. 16.
E se da essa si tolga la metá della semiordinata triangolare *FH*, che era di piedi 18. 75. tal metá sarà di piedi . . 9. 375.

Che tolti da 15. 16. lasciano la velocità della piena prima dell'influenza di piedi - - - - - - - - - - - 5. 775.
Cioè 5. 78. come dianzi.

Corollario II.

CLII. Sarà manifesto, che quanto maggiore sará la linea FO, differenza delle due semiordinate, tanto più crescerá la velocità attuale primitiva. Così se in vece di un piede facciasi la FO di piedi 2. avremo la HF di piedi 17. 75., la cui metà sará di piedi 8. 875., che tolta da piedi 15. 16. lascerà la velocitá primitiva di piedi . - - - - - 6. 285.
che è maggiore della metà di un piede. Ma avvertasi, che le velocitá de' Fiumi al loro fondo sono assai piccole. Onde la composta della costante, e della differenza delle due semiordinate ne' casi ordinarj, non pare, che oltrepassi i piedi 3, come nell'ipotesi.

Corollario III.

CLIII. Se la velocità costante *BH*, o svanisse o restasse tenuissima, allora la ragione delle velocità sarebbe notabilmente diversa. Poichè allora la velocitá del Ratto sarebbe di 13. 16.
E togliendone la metá di HF, cioè - - - - - - 9. 37.

Sarà

Sarà la primitiva Velocità di... 3. 79

Ora la ragione del 1316 al 379 è notabilmente diversa dalla ragione di prima 15. 16 al 5. 78. Riducendo queste due ragioni in termini Omogenei sarà

La prima come 1000 : 288

La seconda come 1000 : 381 . La media di queste due ragioni potrá in pratica seguirsi con maggior sicurezza, e questa sará come 10000 : 3345. E non discorderebbe gran fatto dal vero l' altra più semplice, come 3 : 1, che è assai prossima alla media.

AVVERTIMENTO

CLIV. Le persone introdotte nell' esercizio dell' Idraulica Architettura sanno benissimo, che le più grandi operazioni, che si fanno ne' Fiumi serrando con chiuse i loro Alvei, dipendono dalla scelta di questa proporzione, come a suo luogo si vedrá. Onde non saranno mai superflue le diligenze, e le cautele, che si useranno per bene accertarla. La stessa importanza si rileverà nella seguente proposizione.

PROPOSIZIZIONE III.

Data la Velocità primitiva dell' Influente, e la Velocità del suo ratto, determinare l' altezza, che piglierà la superficie della Piena nel ramo superiore dell' Influente, sull' Ipotesi della magrezza del suo Recipiente.

CLV. L' aumento notabilissimo della media Velocità dell' Influente al punto superiore al suo precipizio nel suo Recipiente in istato di magrezza, dee subito produrre una corrispondente diminuzione della sua sezione, giacchè dovendo passare la stessa quantità di fluido nel punto del suo ratto, e ne' punti superiori, dove non giunge la chiamata delle Acque, saranno sempre le sezioni in ragion reciproca delle medie Velocità. Onde essendo assai grande la Velocità del ratto, ad essa dee corrispondere una piccola sezione. E colla piccolezza di questa dee combinarsi l' abbassamento della superficie della Piena. Così se la Piena primitiva, e non alterata aveva l' altezza FA (Tav. II. fig. 7.) la stessa piena nella sua libera caduta sará ridotta all' altezza

minore FB. Trattasi adunque in primo luogo di determinare tale altezza. Per la qual conviene adoperare le due consuete Ipotesi dell' Alveo, cioè l' Ipotesi rettangola, e l' Ipotesi parabolica.

Altezza della Piena sopra il ratto nell' Ipotesi Rettangola

CLVI. Ne' rettangoli della stessa larghezza, le sezioni sono nella ragione semplice delle altezze. Ma le sezioni sono reciprocamente come le due Velocitá; Onde così starà la media Velocità sopra il ratto alla media Velocitá primitiva, come l' altezza primitiva della Piena, al quarto termine di proporzione, il quale esprimerá l' altezza della Piena sopra il ratto della medesima, ciò che si voleva.

Esempio I.

CLVII. La prima proporzione delle due Velocitá sta come 1000 : 288. Onde facciasi come 1000 : 288 = 7. 6. altezza primitiva della Piena, al quarto termine, che sarà di piedi 2. 18. Cent

Esempio II.

CLVIII. La seconda proporzione è stata come 1000: 381, come nel Coroll. III. della prop. II. Onde avremo come 1000: 381 = 7. 6: al quarto termine, che ci tornerà di piedi .... 2. 89 Cent. Allo stesso modo opereremo nella proporzione media del 1000: 333, per la quale l'altezza della Piena sarà di piedi . 2. 53 Cent.

Altezza della stessa Piena nell' Ipotesi dell' Alveo parabolico.

CLIX. Sia l' alveo parabolico BVC (tav. II. fig. IX.) nel quale sia racchiusa la piena primitiva dell'altezza AV, e suppongasi l' aumento della velocità per il ratto libero della medesima. Sará allora la piena sbassata sulla minor seziene DFV, della quale cercasi l' altezza VG.

E' manifesto, che la prima sezione, alla seconda starà, nella ragion semplice reciproca delle due medie velocità, giá calcolate nella Proposizione II. Onde così stará l' area parabolica BVC, all' area DVF, come la velocità del ratto alla primitiva.

Sia la prima velocitá $= V$, la seconda $= u$. La prima altezza $AV = a$. La seconda GV, che si cerca sia $= x$.

Avre-

Avremo l' area BVC, come $a\sqrt{a}$, e l'area DVF come $x\sqrt{x}$. Onde per le cose esposte, sarà $V : u = a\sqrt{a} : x\sqrt{x}$ E così avremo $V^2 : u^2 = a^3 : x^3$ Indi nascerà il Teorema, che nell' Ipotesi dell'alveo parabolico, saranno i quadrati delle medie velocità reciprocamente, come i cubi delle altezze.

E così sarà $x = a\sqrt[3]{\frac{u^2}{V^2}}$. Ciò che si voleva.

Esempio.

CLX. Sia $u = 1$. $V = 3$. $a = 7.6$; avremo la formola numerica --- $x = 7.6\sqrt[3]{\frac{1}{9}}$; alla quale corrispondono piedi 3. 63. centesime, altezza della piena nella presente Ipotesi.

Corollario I.

CLXI. Il fenomeno dello sbassamento in questione che ha luogo ne' primi momenti della caduta precipitosa della piena, seguiterà ad osservarsi per tutto il tempo della medesima, quando l'alveo dell'influente sia di materie inamovibili, come appunto succede nelle Chiuse fabbricate solidamente. Ma quando al contrario le materie sono amovibili, colle nuove forze, del ratto, dopo i primi momenti la Piena comincierà ad incassarsi rodendo il suo Alveo, il quale era stabilito nelle piene contemporanee dell'influente, e del recipiente. E se concepiscasi tale la diuturnitá della stessa Piena, e della magrezza del recipiente, che essa possa mettersi in equilibrio colle resistenze delle materie, essa formerá da se un nuovo Alveo, strascinando nel recipiente le materie rapite dal suo fondo. Essa adatterebbe l' Alveo del recipiente alle sue portate, ed alle sue materie, ristringendone la larghezza, ed aumentandone la pendenza, finchè si formasse un nuovo fiume. Quando la piena si fosse incassata fino ad un certo limite, incomincierebbe ad alzarsi di bel nuovo per l' alzamento dell' alveo del recipiente, fino a farsi di due fiumi un solo, tutto adattato alle acque del secondario. In realtà però avviene, che sopravvenendo le nuove piene al primario, l' operazione del secondario resterá interrotta. E così oscillando i due fiumi, sempre la vinceranno le piene maggiori, e ciò tanto più, quanto che si dá il caso contrario dellamagrezza dell' influente, colla piena maggiore del recipiente.

Non potendosi adunque tener dietro a tali oscillazioni di Alvei, convien supporre, che l'alveo dell'influente sia costante, o che le altezze, che vogliamo siano relative a primi momenti della piena, e del ratto.

Corollario II.

CLXII. Nella sezione del ratto si è considerata la media velocitá, ma resterebbe ad individuare la scala delle altre velocità maggiori, o minori della media. Il che sarebbe facile ad ottenere, e descrivere. Ma siccome le differenti scale, che possono adoperarsi, non cambiano l'altezza GV, che è stata calcolata, e siccome tale altezza è quella, che preme per le operazioni Idrauliche, così io mi dispenserò dall'entrare in questo Problema, il quale si vede potersi risolvere co'principj della parte I.

Oltre all'altezza della Piena sopra il suo ratto, preme di determinare tutte le altre superiori, finchè l'alterazione della caduta possa esser sensibile. Il che si fará nella seguente Prop:

Proposizione IV.

Date le due velocità nelle Ipotesi delle antecedenti Proposizioni, determinare l' andamento della piena nel ramo superiore alla confluenza.

CLXIII. L'andamento della piena, che proponsi a ricercare, consiste in tutta la linea BN, che incominciando dal punto B, già determinato nella Proposizione antecedente, si porta verso le parti superiori del fiume fino ad un certo limite, dove potrà giungere la chiamata delle acque per la libera caduta nella sua confluenza. E perchè parlando in rigore la linea BN non sia retta, ma bensì curva, pure essa così poco si scosta dall'andamento rettilineo (come si proverà), che per ora potrá adoperarsi come retta la natura di tal curva, che dipende dalla scala delle resistenze. Suppongasi adunque, che la superficie del secondario sia piana, come l'esprime la linea NB profilo della piena. Di tal linea è stato determinato il punto B, resterà adunque a determinare un altro qualunque punto N, a qualchè distanza dal punto della confluenza. L'altezza della piena primitiva a due punti dell'Alveo F, G è stata supposta uguale alla linea FA, ovvero GM uguale alla prima

ma. A miſura, che i punti G ſi ſcoſtano dalla confluenza, vanno riſentendoſi le reſiſtenze, e così ritorna la ſcala triangolare delle medeſime.

Si ritorni alla (fig. 8. Tav. II.) nella quale il Triangolo EFH ci eſprima la ſcala delle reſiſtenze, o velocità eſtinte in una ſezion primitiva, in cui ſia tutta l'altezza della Piena non accelerata dalla libera caduta. A miſura che le ſezioni ſi vanno ſcoſtando dalla confluenza, naſcerà il triangolo EH b, la cui baſe H b, H f ec. anderà ſempre creſcendo quanto più le ſezioni ſi diſcoſtano dalla confluenza, finchè giungaſi al punto F, dove la reſiſtenza non ſi aumenta di più, ma rimane di coſtante valore fino a nuove circoſtanze del fiume.

Pertanto il Problema riduceſi a trovare ſulla ſuperficie dell' influente, il limite delle accelerazioni per il libero precipizio delle acque. Trovato un tal limite, facciaſi l'analogia come il limite delle accelerazioni alla data diſtanza del limite.

Così la differenza dell'altezza primitiva della Piena, dalla Piena al punto del ratto, al quarto termine, il quale ci paleſerà il punto dell'altezza del fiume alla data diſtanza. Moltiplicando tali punti quanto ſi vorrà, avremo l'andamento della Piena nel ramo ſuperiore alla confluenza. Il che ſi voleva.

Eſempio.

CLXIV. Suppongaſi il limite delle alterazioni alla diſtanza di piedi 15000. dal punto della confluenza.

E ſia dato un altro punto di piedi 3500 diſtante dal limite.

Sia l'altezza della piena primitiva FA (fig. 7. Tav. II.) di piedi 7. 6. decime, com'é ſtata calcolata. Sia per la prop. antecedente la linea FA altezza della Piena al punto del ratto di piedi 2. 53 cent: com'è ſtata computata nell'ipoteſi dell'alveo rettangolo colla media proporzione. Onde la differenza dalle due piene ſará di piedi -- 5. 07

Facciaſi adunque come 15000 : 3500. ---------- = 5. 07 al quarto termine, che ſarà di piedi --- 1. 18 Cent: dal limite.

Corollario I.

CLXV. La maniera di determinare il limite delle alterazioni dipende unicamente dalla ſperienza, non potendo la teorica determinarlo che con ipoteſi incertiſſime, le quali converrebbe ſempre verificare a forza di oſſervazioni, e di ſperim[illegible] Onde

invece di molte ipoteſi dubbioſe, meglio ſará di ricorrere immediatamente alla via ſperimentale.

Corollario II.

CLXVI. Se ſuppongaſi il ramo ſuperiore dell'Influente di una coſtante portata, di una coſtante inclinazione, e di una ugual copia, e groſſezza di materie ſenza alcun ratto, ſenza alcun interrompimento, un tal limite viaggerà nelle parti ſuperiori indefinitamente, ma tal caſo non accade quaſi mai in pratica, eſſendo difficiliſſimo trovare un influente di così grande uniformitá per più di due, o tre miglia. Ma quando una tale ipoteſi ſi ammetteſſe, le alterazioni delle velocità, e delle altezze a diſtanze maggiori ſono così inſenſibili, che per la pratica non mette conto conſiderarle. Ora dunque ſenza confonderci col limite aſſoluto, ed indefinito delle alterazioni, ancorchè minime, ci contenteremo del *Limite delle alterazioni ſenſibili*, e per tali alterazioni chiameremo quelle, che non cagionano uno sbaſſamento maggiore di pollice 1. Vedraſſi che tal limite ſenſibile non è lontaniſſimo dal punto della confluenza. Eſſendo queſta una materia ugualmente importante, che traſcurata da più ſcrittori d'idraulica, ſomminiſtrerò il metodo ſperimentale, e le ſperienze medeſime nella Prop: ſeguente.

Proposizione V.

Data l'altezza della piena al labro della libera caduta di un influente, trovare il metodo ſperimentale per determinare il limite delle alterazioni ſenſibili, cagionate dal precipitamento delle acque.

CLXVII. Il metodo più adattato al noſtro intendimento ſarà il ſeguente.

1. Scelgaſi un canale di grandezza conſiderabile, eſcludendo per tale ſperienza i piccoli canali, ne' quali le reſiſtenze del fondo, e delle ſponde ſono conſiderabili, e procuriſi che eſſo abbia cateratte a canale per ſerrare, ed aprire il corſo delle acque a noſtro piacimento.

2 S'incominci dal procurare un perfetto ſtagnamento delle acque del preſcelto canale, ed al livello di tali acque a diſtanze ſempre uguali, che potranno farſi di Teſe 100. ovver 50 ſecondo le

cir-

circostanze, siano collocati dei paletti co' loro segnali, che si facciano ricorrere precisamente alla superficie del fluido. E di tali paletti se ne fissino tanti, quanti ne porterà la lunghezza del canale, e le sue circostanze.

3 Segnando lo stesso livello accanto alle cateratte, ma fuori della viva corrente, si faccia alzare il primo pezzo di altezza moderata di uno o due piedi, e si lasci precipitar l'acqua sotto alla cateratta, aspettando tanto tempo, finchè a tutti i segnali il fluido resti costante senza più calare sensibilmente.

4 Navigando dal punto della Cateratta all'insù, si formi una tavola degli sbassamenti del fluido in ciascun segnale sino all'ultimo, e se ne tenga buon conto:

5 Indi togliendo il secondo pezzo, ed il terzo, se vi sarà, si rifaccia la stessa operazione formando la seconda nota degli sbassamenti, e la terza se vi sará.

6. A ciascuna operazione misurisi la velocitá superficiale del fluido con opportuni Galleggianti, collocati in qualchè ramo più regolare del detto canale, procurando di far tal misura in un tronco vicino alla caduta, ed in un altro lontano, ripetendo la misura di tali due veloeità tante volte, quante sono le mutazioni delle cadute.

Dico che con tal serie di esperienze potrà determinarsi il limite delle alterazioni sensibili, avendo riguardo alle altezze delle cadute, ed alle diverse velocitá, che, acquista con esse la superficie del fluido corrente. E così potrá formarsi una regola, che abbia luogo nelle diverse cadute libere dalle piene di un Fiume.

CLXVIII. A bene eseguire le sperienze con tal metodo è indispensabile, che le sezioni della cateratta, e del canale siano uguali, ed ancor somiglianti, giacchè se la sezione della cateratta sia piccola, e quella del canale sia grande, succederà un piccolo sbassamento presso alla cateratta, e tale sbassamento si manterrá quasi costante, sino alla distanza di uno o due miglia, come da me è stato osservato; ma se la luce della cateratta sia prossimamente uguale a quella del canale, allora le alterazioni tanto saranno minori, quanto i punti del canale si allontaneranno dal precipizio delle acque.

Per eseguire le dette sperienze vi vogliono molte circostanze, e qualche spesa. Intanto per la pratica potrá servire qualche mia sperienza, che ho potuto fare nel ramo superiore del nuovo navigante Grossetano, nel quale v'è la prima cateratta, che introduce l'acqua del fiume Ombrone, di larghezza

Brac-

Braccia 7. Adunque aprendo questa con braccia 2. di libera caduta, la profonditá dell' acqua da soldi 40.: riducevasi a circa soldi 14. Secondo il calcolo delle antecedenti proposizioni, e lasciando stabilire la superficie dell' acqua dopo l' apertura, mi son portato alla cateratta superiore ch' è distante miglia 3⅞ prossimamente, ed ho ritrovato, che l' alterazione dell' altezza non giungneva a linee 3. del pollice parigino. Gli sbassamenti intermedj erano quasi proporzionali alle distanze dall' emissario. Potendosi ridurre le linee 3 ad ¼ di soldo. Da tale fondamentale sperienza potremo dedurre la distanza delle sensibili alterazioni, cioè il punto dove l' alterazione sarà di soldo 1. Ma quando il limite delle sensibili alterazioni pongasi ancora di miglia , noi saremo sicurissimi in pratica, che a tal distanza l' alterazione sarà minore di un soldo, e perciò formando il profilo sù tal ipotesi, non vi potrà intervenire alcun errore sensibile nelle operazioni di Campagna.

Parte IV.

Teoria delle alterazioni del recipiente, e dell' influente nell' ipotesi delle Piene del primo e delle magrezze, o piene del Secondario.

CLXIX. I problemi di questa quarta parte possono risolversi come nella terza, ma variando qualche circostanza: vi ho aggiunti i seguenti Problemi, che più si adattano al bisogno della materia, come ciascuno potrà rilevare dagli stessi Problemi.

Problema I.

Data la portata, e l' altezza della piena nel primario, e data la magrezza del secondario, determinare il punto delle alterazioni del secondario

CLXX. Sia MA (Tav .II. fig.10.) l' altezza della Piena del primario, che dal suo fondo FH sia elevato della data linea AF Sia inoltre dato l' alveo del Secondario GB, e le sue acque magre s' intendano alzate al livello NF, coll' altezza assai piccola BN. Giacchè nella presente ipotesi trattasi della magrezza del secondario, questa dee intendersi talmente, che la portata di esso in tal magrezza sia insensibile, rispetto a quella della piena, che corre nel recipiente. In tal caso adunque avremo la seguente soluzione.

Dal punto A della piena alla confluenza de' due fiumi conducasi la linea orizzontale AO, la quale determinerá il punto O, dove nelle presenti Ipotesi giugnerá il rigurgito della piena.

Poichè essendo per l'Ipotesi affatto insensibili le acque dalla magrezza, tali acque congiunte con quelle del rigurgito, e trasfondendo in esse il loro movimento, questo distribuito per un corpo di acque immensamente maggiore dell'acqua magra, produrrà un'insensibil velocitá; ed in conseguenza tutto il fluido rigurgitato OAF, potrá senza error sensibile considerarsi come stagnante, e perciò come tale esso adatterà la sua superficie al piano orizzontale, che passa per l'altezza FA della piena del primario nel punto della confluenza; il che doveva dimostrarsi.

Corollario I.

CLXXI. Al punto O non formerassi alcun angolo, ma ne nascerá una piccola curva con due tangenti, la prima delle quali coinciderà colla linea AO, e la seconda colla linea ON, che ci esprime la superior superficie del fiume secondario nella sua magrezza. E tal curva è di così piccola estensione, che non mette conto il rintracciarla con un problema difficilissimo.

Corollario II.

CLXXII. Per gli usi dell'architettura Idraulica dovremo calcolare la distanza FO, dove giunge il rigurgito. Sia la FG uguale alla pendenza dell'alveo del fiume secondario, e conducendo la orizzontale GP, essa incontrerá il fiume nel punto P alla distanza FP di un miglio, o sia di piedi cinquemila, e ciò perchè il declive s'intende sempre riportato alla distanza di un miglio. Essendo adunque simili i due triangoli PGF, OAF, facciasi come GF : FP = AF altezza della piena, al quarto termine OF, che si cercava.

Esempio

CLXXIII. Sia il declive del secondario a ragione di piedi sei per miglio, e l'altezza della piena FA di piedi 12, avremo l'analogia come 6 : 12 = 5000 al quarto, che ci tornerà di

piedi 10000, cioè di miglia 2, e tale sará il limite del rigurgito, ch' è l' alterazione cercata.

Corollario III.

CLXXIV. Quanto è maggiore l'altezza della piena nel primario, tanto è più distante il limite del rigurgito. Poichè potendo concepire infinite linee parallele alla AO, le altezze racchiuse dentro la verticale AF saranno in ragion diretta delle linee FO, FP, e delle altre infinite, che potremo concepire. Onde poste le inclinazioni del secondario, le distanze de' rigurgiti saranno in ragion diretta delle altezze delle piene.

Corollario IV.

CLXXV. Ed al contrario mettendo come costanti, le altezze delle piene, le distanze de' rigurgiti saranno in ragion reciproca dalle pendenze degli alvei. Indi é che generalmente, mettendo come variabili tanto le pendenze degli alvei del secondario, quanto le altezze delle piene del primario, le distanze de' rigurgiti si troveranno in ragion composta della semplice diretta delle altezze, e della reciproca delle pendenze.

Esempio.

CLXXVI. Sia la prima piena, e la prima pendenza come nell' esempio del Corollario secondo, e così avremo la distanza di piedi 10000

Sia una seconda piena di altezza di piedi 10, ed una seconda pendenza di un altro influente di piedi 4 per miglio, avremo componendo le ragioni, come $\frac{12}{6} : \frac{10}{4} =$ piedi diecimila, al quarto termine, che sará di piedi 12500., che tal sará la distanza del rigurgito nel secondo caso.

Problema II.

Data la portata della piena nel primario, determinare l' alterazioni del Secondario nel caso, che la sua pienetta sia sensibile rispetto alla prima.

CLXXVII. Se la pienetta dell' influente non sia disprezzabile rispetto a quella del recipiente; allora la linea OA non può

può confonderſi coll' Orizzontale tirata dal punto A, ma incominciando dal punto A, e terminando nel punto N, dove ſuppongaſi interrotto l' alveo del fiume, ovvero notabilmente variata la ſua pendenza, la ſuperficie del fluido deve adattarſi ad una curva, i cui elementi vadano ſempre più ſcoſtandoſi dalla poſizione orizzontale, quale eſſa ottiene nel punto A. E tal curva al punto N anderá a perderſi nella ſupetficie del fluido colla tangente NO, che ſi ſuppone nell' ultimo elemento al punto N. Ora egli è facile a comprendere, che tal curva non è circolare. Ma qualunque eſſa ſiaſi, il ſuo arco compreſo, tra i punti A, N, ſottende un Angolo così piccolo, che ſenza error ſenſibile, il ſuo raggio può ſcambiarſi col raggio oſculatore della curva, qualunque eſſa voglia idearſi. Onde così io lo riguarderò in una materia sì difficile in ſe ſteſſa, che non ha biſogno di nuove difficoltà, come è ſtato bene avvertito ne' problemi della ſeconda parte.

In tale ipoteſi è aſſai ſemplice la ſoluzione del Problema, Poichè in primo luogo conducaſi la linea retta AN, il cui valore ſi conoſcerà dalla riſoluzione del triangolo ANO. Di eſſo abbiamo il lato AO calcolato ſecondo il problema antecedente, abbiamo il lato ON, ch' è la diſtanza, dove il torrente, o muta pendenza; o reſta interrotto da qualche ratto, o chiuſa, o altro qualunque oſtacolo. Inoltre abbiamo l' angolo AON complemento dell' angolo AOF pendenza del fiume, la quale benchè data per una perpendicolare al miglio, pure può convertirſi in angolo. Onde avremo tanto la linea NA, quanto l' angolo NAO.

Ora la AN dividaſi in due parti uguali in R, dove ſi abbaſſi la perpendicolare RQ, che incontrerà in qualche punto Q la linea AO. Dal punto Q conducaſi la linea QN, e ne naſcerà il triangolo iſoſcele NQA, giacchè eſſendo il lato RQ comune, eſſendo retti i due angoli ARQ, NRQ, ed il lato AR uguale al lato NR, i due triangoli ARQ, NRQ ſaranno uguali e ſimili, e perciò l' angolo RAQ = all' angolo RNQ, e così il triangolo ſarà iſoſcele.

Col riſolvere uno de' detti due triangoli, ſarà determinato il lato comune QR.

Si pigli finalmente la terza proporzionale tra la linea RQ, e la linea RA già trovata, e ad eſſa ſi aggiunga la RQ, la metà della ſomma ſarà proſſimamente uguale al raggio oſculatore, col quale va deſcritto l' archetto N*a*A. Io ho detto *Proſſimamente*, perchè detto archetto paſſa così vicino al punto Q, che la linea QR può ſcambiarſi colla linea *a*R. Ciò è ſtato fatto per

brevitá, e facilitá, ma col metodo adoperato nella prima parte al Num. 74. potremo ottenere tutta la precisione, che vorremo. ciò &c.

Corollario I.

CLXXVIII. Essendo piccolissima la lineetta Qa, come è stato dimosttato al. Num. 75; invece dell'archetto NaA potremo senza errore sensibile sostituirvi le due linee retre NQ, QA, i cui diversi punti possono parragonarsi colla linea NQ, o col fondo dell'influente BG per avere le respettive altezze rispetto a detto fondo, le quali essendo elevate nel profilo della Campagna, potranno dimostrare la respettiva posizione della linea proveniente dal rigurgito, e dalla pienetta dell'influente colla contigua Campagna.

Corollario II.

CLXXIX. Che se si supponesse l'influente di un così uniforme declive, che a gran distanza dal rigurgito, esso continuasse, allora la linea ON sarebbe uguale alla linea del rigurgito OA, ed il problema verrebbe a coincidere co' simili problemi della seconda parte, in tal modo, che il limite delle alterazioni sarebbe a doppia distanza, che non è l'orizzontale del rigurgito. E così supponendo la linea di tal rigurgito di piedi 12500, come nell' esempio dell' Corollario IV. del Proplema I, allora il limite delle alterazioni giugnerebbe a piedi 25mila, cioè a miglia 5. supposte di piedi 5mila. Ma è così difficile che ne' torrenti, e fiumi secondarj possa andarsi all' insù per miglia 5 senza incontrare ostacoli, o mutazioni di declive, che il caso di tal limite sarà rarissimo.

Corollario III.

CLXXX. Ciascuno ben comprenderà, che quanto più cresce la portata della pienetta dell'influente, rispetto a quella del recipiente, tanto più si eleverá la superficie NO dalla medesima sopra il suo fondo BDG. Onde il punto O limite del rigurgito tanto più si accosterá al punto A della confluenza de' due fiumi. E per cotrario, quanto più la pienetta diminuisce, tanto maggiore sarà la linea del rigurgito, finchè giungasi alla perfetta magrezza dell' influente, colla quale il rigurgito è massimo.

PRO-

PROBLEMA III.

Data la portata della piena del primario, e quella del secondario, o nella sua magrezza, o in una piccola pienetta, determinare le alterazioni della velocità.

CLXXXI. Nel caso del presente problema vanno considerate le velocitá *medie*, e *ragguagliate*. Sia adunque data la velocità media dell' influente in una sua pienetta, la cui altezza sia BN. La larghezza dell' alveo sia $= L$, e suppongasi detto alveo regolare, e di figura rettangola. L' altezza delle piene dicasi $= a$ Onde la sezione sarà $= aL$, la media velocità dicasi $= u$. Avremo la quantità del moto $= uaL$. Essa dovrà conservarsi nelle maggiori profondità, che anderanno crescendo, avvicinandosi sempre più al fiume principale nella sua piena. Nel triangolo AOF del rigurgito, le altezze variabili ST dicansi $= x$, e la costante T*t* resterá $= a$. Onde la sezione sará $Lx + La$. Ma le velocità medie sono in ragion reciproca delle sezioni; Onde avremo l' Analogia $Lx + La : La = u$ al quarto termine della cercata velocità, la quale sará uguale ad $\frac{uLa}{Lx + La}$. E per esser costante il valore della L, resterà la cercata velocitá uguale ad $\frac{ua}{x+a}$. Cioè, così sarà la somma dell' altezza variabile del rigurgito, e dell' altezza della pienetta nell' influente, alla medesima altezza, come la velocitá media della pienetta, al quarto termine, che ci presenterá la velocità media al dato punto del rigurgito.

ESEMPIO.

CLXXXII. Sia S il dato punto del rigurgito, e sia la sua altezza ST di piedi 8, mentre la piena del primario giugne a piedi 12. Sia la velocitá u di piedi 4 per secondo, e la pienetta del secondario di piedi 2. Avremo adunque in numeri la formola $\frac{4 \times 2}{8 + 2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ di piede in un secondo.

COROLLARIO I.

CLXXXIII. Che se sia descritto l' archetto N*a*A per una pienetta, che sia sensibile colla piena del primario, invece

ce di pigliare le linee ST rispetto all' orizzontale AO, dovranno assumersi rispetto alla curva, che veste il fluido, o rispetto a due lati NQ, QA. Ed allora il valore della x corrisponderá a tali linee, ma sempre sarà la velocità, che si cerca uguale $\frac{ua}{x+a}$

Ciascuo vede, che queste nuove variabili saranno maggiori delle prime, e così la velocità media, che verrà a calcolarsi sarà minore.

COROLLARIO II.

CLXXXIV. Non solamente il ramo della curva inferiore al limite del rigurgito, ma ancora quello, che resta superiore è soggetto alla stessa legge, purchè si adoperino le altezze del fluido dal suo fondo sino alla superficie della curva. Onde così saranno determinate tutte le alterazioni, che soffrono le velocitá di quel ramo dell' influente, che dalla confluenza giunge sino al limite delle alterazioni nelle diverse ipotesi de' Problemi.

COROLLARIO III.

CLXXXV. Che se la figura dell' alveo suppongasi non già rettangola, ma parabolica, o di altra qualunque figura, allora sempre più sarebbono decrescenti le medie velocità, che più si accostano al recipiente, giacchè in tal caso il valore della L non sarebbe costante, ma variabile. Supponendo l' alveo parabolico avremo la sezione della pienetta $= a\sqrt{a}$; inoltre la sezione di un dato punto del rigurgito $= x\sqrt{x}$, pigliando u la variabile dal fondo del secondario. Onde sarà $x\sqrt{x} : a\sqrt{a} = u : y$, che ci esprima la velocità cercata. Onde avremo $x^3 : a^3 = u^2 : y^2$, cioè i quadrati delle velocità saranno reciprocamente come i cubi delle altezze della pienetra dell' influente, e dell' altezza del punto rigurgitato.

E perciò sarà $y = u\sqrt{\frac{a^3}{x^3}}$

ESEMPIO

Adoperando i numeri stessi del primo esempio, avremo $y = 4\sqrt{\frac{8}{1000}} = \sqrt{\frac{128}{1000}}$. Fatto il calcolo, torna la y di $\frac{91}{26}$ di un piede, che è molto minore di $\frac{3}{5}$ di un piede, secondo il calcolo del primo esempio nell' ipotesi rettangola.

COROL-

Corollario IV.

CLXXXVI. E ſiccome nella confluenza l'altezza x torna di piedi 12, qual è la piena del primario, ſoſtituendo nel valore di x piedi 12, e laſciando gli altri numeri, avremo, che la pienetta dell'influente unendoſi alla piena del primario, vi ſi ſcarica con una tenuiſſima velocità $=4\sqrt{\frac{8}{1728}}$, che fa $\frac{100}{366}$ di un piede. Queſta è una piccoliſſima velocità riſpetto a quella del primario in piena, che certamente oltrepaſſa i piedi 5 per ſecondo nell'altezza di piedi 12. Dal che potremo argomentare, che entrando la pienetta dell' influente nella comun ſezione col primario, poca variazione potrà in eſſo cagionare nella ſua altezza, e nella ſua velocità media. Ma volendo calcolare tali alterazioni, ſarà facile a farlo co' problemi della parte I.

Corollario Generale I.

Da quanto è ſtato eſpoſto nelle quattro parti del preſente opuſcolo ne naſce una gran quantità di problemi utiliſſimi alla pratica, anzi ancor neceſſarj. Ma eſſendo una tal materia ugualmente vaſta, ed importante, la riſerberò ad un' altra memoria, e ciò tanto più, che per eſſa vi vogliono tutti quei dettagli, che traſportano i problemi idraulici dalla Teoria alla più preciſa eſecuzione. Queſto è un paſſaggio il più difficile che poſſa dirſi, ed io per la lunga ſperienza poſſo aſſicurare, che è maggiore la carriera, che convien paſſeggiare per giugnere dalla Teorica alla vera, e legittima applicazione, che non è quella, che s'interpone ben grande tra l' ignoranza di qualunque principio Idraulico, al conſeguimento della più ſublime ſcienza Idrometrica, a cui giunga in oggi l' umano talento.

Corollario Generale II.

CLXXXVIII. Le piene ſimili o diſſimili del primario riſpetto al ſecondario, non ſono ſtate da me trattate a parte, perchè eſſe vengono ad includerſi ne' problemi delle maſſime piene,

zio-

e delle piene minori in qualunque proporzione. E ſiccome delle alterazioni di tali piene è ſtato ragionato in tutte le parti di queſta memoria, che abbraccia le piene di qualunque portata, così la Categoria delle piene ſimili, o diſſimili, ſecondo la definizione I. e II. viene incluſa nelle altre Categorie ſpiegate in diverſi Problemi di queſta memoria.

DE QUANTITATIBUS MAXIMIS, MINIMIS, ISOPERIMETRICIS DISSERTATIO

AUTHORE

P. FRISIO

MATHEMATICO REGIO, LONDINENSIS, BEROLINENSIS, PETROPOLITANÆ, BONONIENSIS, SENENSIS, HAFNIENSIS, HOLMIENSIS, UPSALIENSIS, HARLEMENSIS, LUGDUNENSIS, BERNENSIS ACADEMIÆ SOCIO.

VEtus Geometrarum principium eſt, quod ſi quantitates quælibet variabiles, quomodocumque in ſe invicem ductæ, aut diviſæ, ad certum uſque limitem creſcentes, aut decreſcentes maximum aliquod, aut minimum conſtituant; locus valoris maximi, aut minimi determinabitur ſi quantitatum omnium complexus transferatur in locum proximum, efficiaturque ut quantum quantitates aliquæ augentur, tantumdem aliæ imminuantur, & differentiis omnibus ſe ſe invicem compenſantibus, nulla quantitatum omnium ſimul ſumptarum variatio habeatur. In hoc idem principium recidit ea regula, quam Fermatius primum tradiderat, & quæ calculi differentialis ſimbolis ad formulas analyticas deducta eſt, ut ſcilicet quantitatis propoſitæ differentialia nihilo exæquentur. Ad idem principium reducuntur formulæ aliæ generales, quas Mathematici celeberrimi ætatis noſtræ, atque in primis Eulerus, quibuſcumque problematis maximorum, minimorum, & iſoperimetricorum reſolvendis aptarunt. Sed analyticæ formulæ non niſi ſatis operoſe ad Geometricorum problematum ſolutionem traduci poſſunt. Illud autem principium, ut expoſitum modo eſt, ſi directe applicetur, eadem ſemper ratione, ac methodo facilem, ac generalem ſolutionem exhibet Geometricorum, &

 Phy-

Phyſicorum omnium problematum hujus generis Eo etiam principio rite evoluto, generales aliæ analyticæ formulæ, facilioreſque, quam quæ hactenus fuerunt traditæ, aut faciliori ſaltem ratione exhiberi poſſunt, & iis problematis reſolvendis aptari, quæ non niſi analyticis formulis exprimuntur. Geometricarum ſolutionum exempla in utraque Coſmographiæ parte, & in Inſtitutionibus Mechanicis propoſui, ut cum de curva breviſſimi deſcenſus, de maxima marini æſtus altitudine, & de aquæ aſcenſu in Archimedis cochlea agebatur. Tomo etiam quarto Academiæ aliud exemplum protuli problematis Geometrici a Cramero propoſiti, cujus Geometricam ſolutionem jam antea cum amicis communicatam ſimilibus fere analogiis expoſitam inveni Cap. V. Lib. II. Tom. II. Inſtitutionum Analyticarum Cl. Vincentii Riccati. Alia inſuper adjeci exempla problematum aliorum, & potiſſimum illius quod olim Fermatius propoſuerat, & quod primo Bonaventura Cavalerius, ac poſtmodum Vincentius Riccatus eodem ellipſeos ſubſidio exſolvit, de tribus lineis, quæ a tribus punctis aſſignatis ad quartum aliquod inflectuntur, & quæ omnium minimam ſummam conſtituunt, cum circa quartum illud punctum tres angulos æquales 120. graduum relinquunt. Quo in problemate manifeſtum eſt ſolutioni amplius non eſſe locum cum duo ad tertium punctum propoſitum ſubtendunt angulum 120° majorem: neque enim tunc quartum aliquod punctum haberi poteſt, circa quod tres ii æquales anguli, rectis totidem ductis a tribus punctis propoſitis, conſtituantur.

In Eodem etiam Academiæ volumine defectum regulæ Cardanicæ pro æquationum tertii gradus radicibus extrahendis oſtendi ad quemdam maximi valoris caſum reduci. Scilicet juxta illam regulam æquatio trium terminorum $x^3 - px + p = 0$, poſito $x = y + z$ in æquationem terminorum ſeptem convertitur, qui ſe ſe invicem omnes deſtruunt, ac deinde aſſumitur ſecundam hanc æquationem in binas alias $y^3 + z^3 + q = 0$, & $3y^2z + 3z^2y - py - pz = 0$ dividi poſſe, atque ex ultima æquatione eruitur $x = z + \frac{p}{3z}$. Oſtendi autem variabilem quacumque x generatim exprimi non poſſe variabili alia z, addita, aut detracta quantitate conſtanti $\frac{1}{3}p$ per variabilem novam diviſa, & limitem valoris minimi eſſe $2\sqrt{\frac{1}{3}p}$: ac deinde oſtendi in caſu trium radicum realium, & inæqualium radices ſingulas ſemper minores eſſe quantitate $2\sqrt{\frac{1}{3}p}$, & neutram valore hujuſmodi poſſe exprimi. Quo dato ſupervacaneum erit inquirere num quæ prodit radicis expreſſio a forma imaginaria exſolvi poſſit: utrum imaginariæ quanti-

tita-

titates, quæ Cardanica formula in feriem evoluta emergunt, fe fe invicem deftruant: utrum feries ipfa algebricam aliquam fummam finitis terminis expreffam recipiat &c. Ab ipfo enim exordio Cardani methodus, in quam aliæ omnes confimiles refolvuntur, erronea, & falfa eft, neque in æquatione illa terminorum feptem ii tres termini, ac deinde alii quatuor fingillatim deftruuntur, & quæ ea ex hypothefi eruetur radicis expreffio, five finitis, five infinitis terminis exprimatur, five realem, five imaginariam formam habeat, nunquam vera radicis quæfitæ expreffio effe poterit. Ita igitur eo in loco indicavi nihil adhuc ad hanc Algebræ partem promovendam, duorum fæculorum ftudia, & tot clariffimorum Algebriftarum lucubrationes profeciffe. Modo ut de quantitatibus omnibus maximis, minimis, ifoperimetricis fufius differamus, a problematis Geometricis exordiendum erit.

PARS PRIOR.

De Geometria

Quantitatum Maximarum, & Minimarum.

Problema I.

Ex omnibus triangulis datæ bafi AC infiftentibus Tab. III. fig. 1., & verticem habentibus in recta DBE, quæ pariter datæ fit pofitionis, invenire illud, in quo fumma $m.$ BA+BC fit minima.

Vertice B tranflato in locum F, centrifque A, C, ac radiis AF, CB defcriptis arcubus circularibus FH, BG, erit FG incrementum lateris BC, & $m.$ BH decrementum producti $m.$ BA. Exæquatis igitur variationibus fiet in loco minimi $m:1=$ FG : BH $=$ fin. FBG : fin. BFH $=$ cof. CBE : cof. ABD : & fi ductis ad DE perpendicularibus aliis CE, AD fiat CE $=a$, AD$=b$, ED$=c$, BE$=x$, erit $\frac{x}{\sqrt{(a^2+x^2)}} : \frac{c-x}{\sqrt{(b^2+(c-x)^2)}}$ $=m:1$, atque inde eruetur æquatio $x^4-2cx^3+\left(c^2-\frac{b^2+m^2a^2}{m^2-1}\right)x^2$ $-\frac{m^2a^2}{m^2-1}(2cx-c^2)=0$.

 Co-

Corollarium I.

Æquatio hujusmodi cum ea convenit, ad quam Riccatus bina hæc problemata deduxerat Cap. XIII. Lib. II. Tom. I., & Cap. V. Lib. II. Tom. II. Sed generatim etiam si punctum B esset in curva aliqua ad axem AC concava, vel convexa, problema inveniendæ maximæ, vel minimæ summæ unius lateris BC, & lateris alterius BA ducti in datam quantitatem m, ad problema aliud Geometricum reduceretur, ducendi tangentem, quæ cum binis lateribus in puncto contactus, binos relinquat angulos, quorum cosinus sint inter se ut $m : 1$.

Corollarium II.

Si fiat $m = 1$ æquales erunt anguli, quos rectæ BA, BC cum tangente intercipient in puncto B: & si punctum idem B in peripheria alicuis circuli accipiatur, æquales etiam erunt anguli, quos rectæ eædem cum radio per B ducto intercipient. Quod si vero punctum B accipiatur in recta aliqua DE ad AC parallela Tab. III. fig. 2., & data sit basis trianguli ABC, & altitudo BL; minima duorum laterum BA, BC summa habebitur cum fient æquales anguli BCA, BAC. Vicissim data basi alicujus trianguli, & data summa reliquorum laterum, in triangulo isoscele altitudo maxima habebitur, & area pariter fiet maxima.

Corollarium III.

Inter omnia triangula, quæ basim, & altitudinem æqualem habent, triangulum æquilaterum habebit minimam summam laterum. Nam si inæqualia essent duo latera, tertio latere pro basi accepto, eademque data altitudine, & area totius trianguli, minor summa duorum laterum habebitur iisdem inter se æquatis: atque ab uno quocumque latere ad duo alia procedendo, semper minor summa assignabitur ipsis duobus lateribus exæquatis, quousque tria simul latera æquentur. Vicissim data trianguli alicujus perimetro, si triangulum sit æquilaterum, maximam aream complectetur: quod Pappi theorema est Lib. V. Collect. Mathem.

Co-

COROLLARIUM IV.

Omnium figurarum eumdem numerum laterum, & eamdem perimetrum habentium, maxima eſt æquilatera. Nam ſi in poligono quolibet duo tantum latera BA, BC, (fig. 1.,) ſint inæqualia, ducta ſubtenſa AC, & data trianguli ABC, & poligoni totius area, in triangulo iſoſcele ABC habebitur minor ſumma duorum laterum: & data poligoni totius perimetro, major fiet area trianguli ABC: eodemque modo per latera omnia excurrendo, maxima totius poligoni area non obtinebitur niſi cum poligonum fiet æquilaterum: quæ prior pars erat alterius Pappi theorematis de poligonis æquilateris, & æquiangulis.

COROLLARIUM V.

Si fuerint quotcumque triangula iſoſcelia, æqualia, & ſimilia, perimeter erit minima triangulorum æqualium, & non iſoſcelium, quæ ſupra eaſdem baſes conſtitui poſſunt. Nam ſi ſint duo triangula, iſoſcele ABC, Tab. III. fig. 3. & non iſoſcele *abc*, quæ baſibus æqualibus AC, *ac* inſiſtant, conjunctiſque baſibus, & obverſis verticibus B, *b* fiat quadrilaterum ABC*b*; data baſi B*b*, & altitudine, minor ſumma duorum laterum BC, *b*C habebitur cum fient latera inter ſe æqualia. Atque ita ſemper procedendo in triangulis omnibus ejuſdem baſeos, & quæ ſimul eamdem aerearum ſummam conficiant, minor ſemper laterum ſumma aſſignari poterit, quouſque triangula fient iſoſcelia, æqualia, & ſimilia. Viciſſim data perimetro, area triangulorum iſoſcelium, æqualium, & ſimilium erit maxima præ aliis totidem triangulis, quæ ſupra eaſdem baſes inæqualiter conſtituantur: quod XIX. Cl. Tommaſini theorema eſt, in priori parte Speciminis Geometrici de maximis, & minimis.

COROLLARIUM VI.

Si ex angulis omnibus poligoni cujuslibet regularis ad centrum circuli ducantur totidem radii, ſumma radiorum omnium minor erit ſumma rectarum totidem, quæ ex iiſdem angulis ad punctum aliud extra centrum ducantur. In utroque enim caſu poligoni circulo inſcripti area in eumdem triangulorum numerum dividetur æqualibus baſibus inſiſtentium: & data duorum triangulorum area, ſemper minor ſumma laterum aſſignabitur

qua-

quousque triangula fient isoscelia, & æqualia: quod theorema a Viviano traditum est, in appendice ad librum de maximis & minimis.

PROBLEMA II.

Ex binis triangulis ABL, *abl*, fig. 4., Tab. III. quæ datis basibus AL, *al* insistant, ac sint æquiangula in L, *l*, quæque simul accepta eamdem aream conficiant, invenire illa, in quibus summa $m. AB + ab$ sit minima.

Accipiantur puncta K, *k* ultra, & citra vertices B, *b*, centrisque A, *a* describantur circulares arcus BH, *kg*. Erit in loco minimi $m.\ KH = bg$: & cum data insuper sit summa arearum AKL, *akl*, & sint æquales anguli L, *l*, erit $BK.\ AL = bk.\ al$, eodemque in loco erit $\frac{m.\ KH}{BK.\ AL} = \frac{bg}{bk.\ al}$, sive erit $AL : m.\ al = \frac{KH}{BK} : \frac{bg}{bk} =$ cos. ABL : cos. *abl*. Scilicet si in BL, & *bl* productas, ex A, & *a* ducantur perpendiculares AD, *ad*, accipiaturque $AL = a$, $LB = x$, $al = b$, & cosinus anguli L, aut *l* vocetur n, erit $LD = na$, $ld = nb$, & si data arearum summa per altitudinem *ad* divisa, vocetur c, erit $bl = c - \frac{AD.\ x}{ad} = c - \frac{ax}{b}$, & quarti gradus æquatio, quæ problemati satisfaciet eruetur ex analogia $a : mb = \frac{na + x}{\sqrt{(a^2 + x^2 - 2nax)}}$:

$$\frac{nb + c - \frac{ax}{b}}{\sqrt{\left(b^2 + 2nb\left(c - \frac{ax}{b}\right) + \left(c - \frac{ax}{b}\right)^2\right)}}.$$

COROLLARIUM I.

Si anguli L, *l* recti sint, & fiat $m = 1$, datis basibus, & data duarum arearum summa, hypothenusæ utriusque summa erit minima, & vicissim data summa utriusque hypothenusæ maxima erit summa duarum arearum cum bases AL, *al* proportionales erunt sinubus angulorum BAL, *bal* basibus adjacentium. In casu etiam triangulorum rectangulorum erit proble-

blematis æquatio $\frac{b^2x^2}{a^2}\left(b^2+\left(c-\frac{ax}{b}\right)^2\right)=\left(a^2+x^2\left(c-\frac{ax}{b}\right)^2\right.$

COROLLARIUM II.

Si duplicentur triangula rectangula ABL, *abl*, Tab. III. fig. 5. duo simul triangula Isoscelia ABC, *abc* præ aliis omnibus, quæ insistant basibus AC, *ac*, quæque habeant eamdem summam laterum 2AB + 2*ab*, maximam arearum summam comprehendent, si sinus angulorum ad bases fuerint basibus ipsis proportionales. Triangula autem hujusmodi non erunt inter se similia, nisi etiam fuerit AB = *ab*, quo in casu triangula erunt etiam æqualia. Id autem non advertisse videbitur Pappus Alexandrinus in Prop. VII. Lib. V. suarum Collectionum.

COROLLARIUM III.

Si puncta K, *k* in adversas utriusque verticis partes accipiantur, fig. 4., & recti sint anguli L, *l*, ac fiat HK = *bg* = BG = *bk*, utraque autem variatio sit inferioris ordinis, erit area trianguli AKB $= \text{AL}.\frac{\text{AB}.\text{HK}}{2\text{LB}}$, & area trianguli *akb* $= al.\frac{ab\ \text{HK}}{2lb}$: unde si in triangulis similibus fiat $\frac{\text{AB}}{\text{LB}}=\frac{ab}{lb}$; & sit AL majus quam *al*, prius etiam triangulum, quo area ABL augetur, vel imminuitur, majus erit posteriore, quo area *abl* e contra imminuitur, vel augetur. Summa igitur triangulorum similium ABL + *abl* major erit summa triangulorum dissimilium AKL, *akl*, quorum majus habeat minorem angulum adjacentem majori lateri: summa autem similium eorumdem triangulorum minor erit summa triangulorum dissimilium iisdem basibus insistentium, quorum majus habeat majorem angulum AKL adjacentem majori lateri AL, ut recte adnotavit Riccatus Cap. V. Lib. II. Tom. II. Institutionum.

COROLLARIUM IV.

Inde etiam colligitur maximam omnium figurarum quæ dato numero laterum, & data totius perimetri longitudine comprehendi possunt, non solum æquilateram, ut antea dictum est, verum etiam æquiangulam esse oportere. Nam si in poligono quovis æqualium laterum bini tantum inæquales anguli supersint

A ma-

A major & C minor, Tab. III. fig. 6., positis æqualibus lateribus BC, CD, Dd, dA, Ab, bB, si sit bAd major quam BCD, ductis normalibus al, CL, acceptoque sinu anguli abl ad sinum anguli cBL ut bd : BD, duo simul triangula bad, BcD sub data perimetro majorem arearum summam comprehendent, quam duo simul triangula bAd, BCD: atque ita semper procedendo, major arearum summa assignari poterit quousque dato laterum numero poligonum fiat simul æquilaterum, & æquiangulum.

Problema III.

Si detur angulus ABC, fig. 7. Tab. III & detur pariter altitudo trianguli BL, invenire quo in loco summa m. BA + BC fiat omnium minima.

Triangulo ABC in locum proximum aBc translato, atque ex centro B ductis arcubus circularibus AM, CN, erit $Ma = \frac{AL \cdot AM}{BL}$, $Nc = \frac{LC \cdot CN}{BL}$, $CN = \frac{BC \cdot AM}{AB}$, & fiet in loco minimi m. AL . AB = LC . BC. Hoc autem dato problema, quod Lib. II. Cap. V. Tom. II. Institutionum non facile judicaverat Riccatus, sic facile ad analysim reducetur. Fiat BL $= a$, AL $= x$, LC $=$ y, ac sit propterea $mx \surd (a^2 + x^2) = y \surd (a^2 + y^2)$. Cum insuper sit $\frac{x}{a}$ tangens anguli ABL; si tangens totius anguli ABC vocetur n, erit tangens differentiæ LBC $= \frac{y}{a} = \frac{n - \frac{x}{a}}{1 + \frac{nx}{a}}$, ac fiet

$$y \surd (a^2 + y^2) = a \frac{(an - x)}{(a + nx)^2} \cdot \surd (a^2 . \overline{1 + n^2} \;.\; \overline{a^2 + n^2}),$$

atque inde eruetur eadem æquatio cubica, quam Riccatus longiore calculo invenerat $mx (a + nx)^2 = a^2 \surd (1 + n^2) (an - x)$.

Corollarium I.

Si angulus B sit rectus, & sit propterea LC $= \frac{BL^2}{AL}$, & $\frac{BC}{AB} = \frac{BL}{AL}$, erit prior æquatio $m AL^3 = BL^3$, & AL $= \frac{BL}{\sqrt[3]{m}}$: ut etiam ex posteriore æquatione eruetur, si fiat n infinita, quo in casu evanescet quantitas a præ nx, 1 præ n^2, & x præ nx; unde

eo

co reducetur problema ut inveniantur duæ mediæ proportionales inter 1, & m, accipiaturque unitas ad primam ex his mediis ut altitudo trianguli AL ad quartam quantitatem BL.

Corollarium II.

Si ſit $m = 1$, & dato angulo ſuperiori, & altitudine alicujus trianguli, ſumma duorum laterum eidem angulo adjacentium debeat eſſe minima, fiet AL: LC = BC: BA, quod non niſi in triangulo iſoſcele eſſe poteſt. In triangulo etiam iſoſcele minimum erit latus eidem angulo oppoſitum: moto enim triangulo, ſi ſit Bc major quam BC, & Ba minor quam BA erit etiam Cc major quam Aa, ac major quam AC, atque ita in triangulo iſoſcele minima erit baſis, &, data altitudine, trianguli area erit minima.

Corollarium III.

Si baſis data ſit, & fiat AC $= ac$, Aa = Cc, & data pariter ſit altitudo, & area totius trianguli, inquiraturque quo in loco minima ſit ſumma laterum BA, BC dato angulo ABC adjacentium, ob $Ma = \frac{AL \cdot Aa}{AB}$, & $Nc = \frac{LC \cdot Cc}{BC}$, in caſu minimæ ſummæ duorum laterum, fiet $\frac{AL}{AB} = \frac{LC}{BC}$, æquales fient anguli ABL, CBL, & triangulum rurſus erit iſoſcele. Si ſumma m. BA + BC debeat eſſe minima, fiet $\frac{m \cdot AL}{AB} = \frac{LC}{BC}$: ac poſitis iiſdem denominationibus fiet $max \sqrt{\left(1 + \left(\frac{an - x}{a + nx}\right)^2\right)} = a\left(\frac{an + x}{a + nx}\right)\sqrt{(a^2 + x^2)}$: atque inde eruetur $x = \frac{an}{1 + m\sqrt{(1 + n^2)}}$

Corollarium IV.

Si data altitudine BL, & dato angulo B, ſumma m. AL + BC debeat eſſe minima, ob Aa $= \frac{BA \cdot AM}{BL}$ & Cc $= \frac{BC \cdot CN}{BL} = \frac{BC^2 \cdot AM}{BL \cdot BA}$, fiet $m \cdot BA^2 = BC^2$, ſive $m(a^2 + x^2) = a^2\left(1 + \left(\frac{an - x}{a + nx}\right)^2\right)$, & ſi ſit $m = 1$, erit BA = BC, unde in triangu-

R lo

lo isoscele basis minima habebitur. Generatim vero ex æquatione illa eruetur $x = \frac{a\sqrt{(1+n^2)}}{n\sqrt{m}} - \frac{a}{n}$.

Problema IV.

Si angulus B, & longitudo basis AC, Tab. III. fig. 8., in triangulo ABC data sit, invenire qua basis inclinatione ad duo latera BA, BC, summa m. BA + BC fiat maxima.

Ducatur proxima HE, quæ sit basi propositæ AC æqualis, quæque ipsam intersecet in puncto F, & centro F describantur circulares arcus AG, ED, atque ex B in AC ducatur perpendiculum BL. Ob. HG = DC, & $AH = \frac{BA.HG}{AL}$, & $EC = \frac{BC.DC}{LC}$, fiet in loco maximi $\frac{m\,LC}{BC} = \frac{AL}{BA}$. Unde si sinus anguli ABC vocetur n, & z sinus anguli ABL, erit sinus anguli CBL $= n\sqrt{(1-z^2)} - z\sqrt{(1-n^2)} = \frac{LC}{BC} = \frac{z}{m}$, atque inde eruetur $z = \frac{mn}{\sqrt{(1+2m\sqrt{(1-n^2)}+m^2)}}$, datoque angulo ABL, problema eo reducetur ut ducta MN normali ad abscissam quamlibet BK, accipiatur BL quarta proportionalis ad MN, BK, & basim propositam AC, ac deinde in L ad BL ducatur perpendicularis ALC.

Corollarium I.

Si sit $m = 1$, fiet $z = \frac{n}{\sqrt{(2+2\sqrt{(1-n^2)})}}$, & fient æquales anguli ABL, CBL, scilicet in triangulo isoscele summa duorum laterum erit major quam quæ data basi, & dato superiori angulo lateribus inæqualibus subtendi posset. Pariter si sit BA = BC, & AL = LC, ducta alia qualibet HG, quæ sit propositæ AC æqualis, erit FE major quam FH, & perpendicularis BI minor quam BL: atque ita in triangulo isoscele summa laterum simul, & altitudo, atque area erit maxima, quæ data basi, & dato superiori angulo subtendi possit.

Corollarium II.

Si data sit summa laterum BA, BC, inquiraturque qua basi

basi AC maxima habeatur area ABC, erit AH = EC, & ob æquales areas FAG, FED, & angulos pariter circa F æquales, erit FA = FE = FC. Tum etiam fiet DC = HG: atque ita dato angulo verticali, & data summa duorum laterum, triangulum isoscele habebit maximam aream, minimam basim, & maximam altitudinem. Vicissim si area data sit, & quæratur minima basis AC, erit primo DE = AG, & deinde DC = HG, ac fiet propterea AH = EC, & rursus habebitur in triangulo isoscele basis, & perimeter minima, & altitudo maxima, quæ dato superiori angulo, & area haberi potest.

Corollarium III.

Si angulus B sit rectus, & data sit basis AC, eadem etiam manebit summa quadratorum $BA^2 + BC^2$: cumque juxta Coroll. 1. summa BA + BC sit maxima cum fit BA = BC, cumque perimeter quadrati sit quadrupla unius lateris; patet ex omnibus quadratis, quæ simul eandem aream conficiant, duo ea quadrata maximam perimetrum habere, quorum latera sint æqualia: quod est XXII. Cl. Tommasini theorema. Idem valet de poligonis omnibus similibus cum perimetri sint in ratione simplici, & areæ in duplicata ratione laterum. Inde etiam facile colligetur quod si plura sint poligona similia, quæ simul eamdem aream conficiant, ea summam perimetrorum omnium habebunt maximam cum fient inter se æqualia. Nam si duo poligona sint inæqualia, ea manente quantitate areæ, & exæquatis tantum lateribus, majorem perimetrum habere poterunt. Vicissim poligona similia æqualium laterum præ poligonis totidem laterum inæqualium, & isoperimetrorum minimam arearum summam conficient.

Problema V.

Dato puncto F, Tab. III. fig. 9. ducere rectam AFC, quæ omnium intra rectas BA, BC, datum angulum ABC continentes ductarum sit minima.

Ducatur proxima HFE, & centro F describantur circulares arcus AG, ED; atque ex B in AFC ducatur perpendiculum BL. Erit $ED = \frac{BL \cdot CD}{LC}$, & $AG = \frac{BL \cdot HG}{AL}$, atque ob CD = HG, erit in loco minimi ED : AG = FD : FA = FC : FA = AL : LC, adeoque AC : FA = AC : LC, & FA = LC. Hoc

 autem

autem posito, si sit FP parallela, & FN perpendicularis rectæ BC, FQ vero parallela rectæ BA, ac fiat $BP = a$, $BQ = b$, $QN = c$, $QC = x$, erit $FC^2 = (x-c)^2 + a^2 - c^2$. Insuper erit $LC = \frac{NC.\ BC}{FC} = \frac{(x+b)(x-c)}{FC} = AF = \frac{FC.PF}{QC} = FC.\frac{b}{x}$: atque inde eruetur æquatio eadem $x^3 - cx^2 + bcx - ba^2 = 0$; quam exhibuit Simpsonius in exemplo XI. sect. II. de Fluxionibus; & si angulus B sit rectus, æquatio evadet $x = \sqrt[3]{ba^2}$.

Corollarium.

Si dato angulo B, & dato puncto F, per quod recta aliqua AFC transire debeat, quæratur minima summa laterum BA, BC usque ad AFC productorum; erit $EC = AH$: unde cum sit $ED = \frac{BL.EC}{BC}$, & $AG = \frac{BL.AH}{BA}$, erit $ED : AG = FC : FA = BA : BC$, ductisque ut antea FQ, PQ, cum sit $FC : FA = QC : BQ$, & $BA : BC = FQ : QC$, erit QC media proportionalis inter FQ, & BQ: qua ratione problemati satisfecit Simpsonius in exemplo X. Si $BA^m + BC^m$ esse debeat quantitas minima, fiet $m.\ BA^{m-1}\ AH = m.\ BC^{m-1}\ EC$, atque inde eruetur $FC : FA = ED : AG = BA^m : BC^m$.

Problema VI.

Datis quatuor lateribus AB, BC, CD, DA, Tab. III. fig. 10, invenire maximum quadrilaterum ABCD. Ex A in BC, & ex C in DA ducantur perpendicula AF, CE, & fiat $AB = a$, $BC = b$, $CD = m$, $DA = n$, $AF = v$, $FB = u$, $CE = x$, $DE = z$. Erit quadrilateri area $\frac{1}{2}(bv + nx)$: quæ cum maxima esse debeat binis differentialibus se se invicem compensantibus, fiet $\frac{dx}{dv} = -\frac{b}{n}$. Sed est $AC^2 = a^2 + b^2 + 2bu = m^2 + n^2 - 2nz$, adeoque est etiam $bdu = -ndz$. Itaque ob $\frac{dx}{dv} = \frac{dz}{du}$ fiet $\frac{x}{v} = \frac{z}{u}$ æqualesque erunt tangentes angulorum CDE, ABF, atque iis angulis exæquatis, bini simul anguli CDE, ABC binos angulos rectos efficient, & quadrilaterum erit circulo inscriptibile.

Co-

COROLLARIUM

Ad breviſſimam hanc ſolutionem reduci poteſt quæ a Cramero in Actis Berolinenſibus anni 1752. & a Simpſonio ſect. 11. de Fluxionibus fuerat tradita. Ea vero ſufficit ut pateat maximum poligonum, quod ex lateribus quotcumque & quibuſcumque poteſt confici, eſſe circulo inſcriptibile. Nam ſi punctis aliis A, D, F &c., Tab. III. fig. 11., per circuli peripheriam tranſeuntibus extra caderet punctum B, ducta AD, & manente area AGFED, quadrilaterum ABCD fiet maximum cum erit circulo inſcriptibile: atque ita major ſemper area aſſignari poterit quouſque omnia ſimul puncta ſint in peripheria alicujus circuli. Alias problematis tam ſimplicis ſolutiones ex generalibus analyſeos formulis derivatas vide tom. II. Academiæ Taurinenſis, & cap VI. §. LVII. Cl. Couſin de calculo Differentiali, & Integrali.

PROBLEMA VII.

Si ſit data altitudo coni truncati AC, Tab. III. fig. 12. & detur radius baſis CD, invenire minorem radium AH, quo convexa ſuperficies coni fiat maxima.

Si altitudo AC biſecetur in puncto B, erigaturque perpendicularis BG, convexa coni ſuperficies proportionalis erit rectangulo BG. DH, ut ex Geometriæ elementis notum eſt. Ducatur ipſi DH proxima DF, productaque BG in E, ex E in DH ducatur perpendicularis EL. Erit in caſu maximæ ſuperficiei $DG.BG = BE.DE = \overline{BG+GE}\ \overline{GD-GL}$, ac fiet $GE.GD = BG.GL$, atque ob $GL = \overline{DC-BG}\ \frac{GE}{DG}$, fiet etiam $GD^2 = \overline{DC-BG}\ BG$. Quare ſi ſit $DC = a$, $BC = c$, $BG = x$, erit $c^2 + (a-x)^2 = ax - xx$, atque inde eructur $x = \frac{3}{4}a \pm \frac{1}{4}\sqrt{(a^2-8c^2)}$, & ſi fiat $AH = y$, & $x = \frac{1}{2}(a+y)$, eruetur denique $y = \frac{1}{2}a \pm \frac{1}{2}\sqrt{(a^2-8c^2)}$.

COROLLARIUM

Ita illico habetur formula, quam tradiderat Mac-Laurinus § 862 de Fluxionibus. Ex ea vero patet ſolutioni problematis amplius non eſſe locus cum ſit $a^2 < 8c^2$; & tunc aucta ſemper AH majorem fieri conicam ſuperficiem quin unquam evadat maxima. Patet etiam quod ſi ſit $DC^2 = 2AC^2$, unicus maximæ ſuper-

perficiei casus habebitur cum minor coni truncati radius majoris radii dimidius erit. Si sit $DC^2 > 2AC^2$, bini erunt casus hujusmodi, qui binis posterioris termini signis respondebunt.

Problema VIII.

Data soliditate coni invenire illum, in quo convexa superficies sit minima.

Sit AEB, Tab. III. fig. 13. triangulum rectangulum, cujus circa axem AB revolutione gignatur conus, atque, ob datam soliditatem, data sit quantitas $BE^2 . BA$, eaque in locum proximum translata, ductaque DG parallela axi ABC, sit $BE^2 . BA = (BE-EG)^2 . (BA+BC)$, ac sit propterea $BE^2 . BC = 2BA . BE . EG$. Quoniam superficies convexa proportionalis est rectangulo BE . AE, si ea debeat esse minima, translato in locum proximum rectangulo, ductisque EF, GH perpendicularibus ad AD, erit $BE . AE = (BE-EG)(AE+FD)$, atque inde eruetur $BE . FD = AE . GE$. Cum itaque ob triangulorum similitudinem sit $DH = \frac{AB . BC}{AE} = \frac{2AB^2 . EG}{AE . BE}$, & $FH = \frac{BE\ EG}{AE}$; erit $\frac{FH}{EG} = \frac{DH-FD}{EG} = \frac{BE}{AE} = \frac{2AB^2}{AE . BE} - \frac{AE}{BE}$: atque inde eruetur $AE^2 + BE^2 = AB^2 + 2BE^2 = 2AB^2$, sive $AB^2 = 2BE^2$, adeoque ex omnibus conis rectis ejusdem soliditatis, ille superficiem convexam habebit miniam, in quo altitudinis quadratum æquabitur duplo quadrato radii.

Corollarium I.

Vicissim ex omnibus conis rectis æqualem habentibus convexam superficiem, ille soliditatem habebit maximam, in quo altitudo ad radium baseos erit in ratione subduplicata binarii ad unitatem. Cumque soliditates, ac superficies pyramidum similium, ac regularium, quæ conis rectis similiter inscriptæ, aut circumscriptæ sint, proportionales sint conorum soliditatibus, ac superficiebus; bina hæc theoremata ad pyramides etiam extendi poterunt. Si summa altitudinis, & radii baseos in conis omnibus æqualis sit, ac fiat BC=EG; pro casu maximæ soliditatis ex priori æquatione eruetur BE=2BA.

Co-

COROLLARIUM II.

Simili modo si rectanguli ABEL, Tab. III. fig. 14, circa axem AB revolutione gignatur cylindrus rectus, atque in ipso soliditas, ac propterea quantitas $BE^2 . BA$ debeat esse maxima, erit $BE^2 . GD = 2AB . BE . EG$, ac posito $GD = 2EG$, fiet $BE = AB$: scilicet ex omnibus cylindris rectis, æqualem habentibus summam altitudinis, & diametri baseos, ille soliditatem habebit maximam, in quo dupla altitudo æquabitur diametro, & viceversa exæquatis soliditatibus, summa altitudinis, & diametri fiet minima cum altitudo æquabitur radio baseos.

COROLLARIUM III.

Si data soliditate cylindri recti superficies minima esse debeat, cum tota cylindri superficies sit ut $BE^2 + BE . AB = (BE - EG)^2 + (BE - EG)(AB + BC)$, fiet $2BE . EG + BA . EG = BE . BC$, atque ob $BC = DG = \frac{2AB . EG}{BE}$, fiet $2BE = AB$, & altitudo æquabitur diametro: quod idem de prismatis regularibus, ac similibus similiter inscriptis, aut circumscriptis habebit locum.

PROBLEMA IX.

Invenire conum maximæ superficiei, qui sphæræ propositæ inscribi possit.

Si sphæræ centrum sit L, Tab. III. fig. 15., & sit BF diametro AD perpendicularis, ut coni superficies, & rectangulum $AB . BF$ habeat valorem maximum, eo in locum proximum translato, ductisque CG, BH ad BF, AC perpendicularibus, junctaque BD fiet $AB . BF = (AB + HC)(BF - BG)$, eritque $BF . HC = AB . BG$., atque ob $BG = \frac{LF . BC}{LB}$, & $HC = \frac{BD . BC}{AD}$, erit in loco maximæ superficiei $BF . BD = 2LF . AB$, sive $\frac{2LF}{BF} = \frac{BD}{AB} = \frac{FD}{BF}$, & $FD = 2LF = \frac{2}{3}LD = \frac{1}{3} AD$: scilicet ex omnibus conis rectis sphæræ inscriptis, ille superficiem convexam habebit maximam, cujus altitudo abscindet duas tertias partes diametri.

Co-

COROLLARIUM I.

Si conus maximæ soliditatis esse debeat, maximum fiet productum $BF^2 . AF = \frac{AB^2 . BF^2}{AD}$, adeoque etiam rectangulum AB. BF, atque ita qui maximam superficiem habebit conus habebit etiam maximam soliditatem. Si coni vertex sit in centro sphæræ L, & coni solilitas maxima esse debeat, erit $LF. BF^2 = (LF+FE)(BF^2 - 2BF.BG)$ adeoque $BF^2 . FE = 2BF . LF . BE = 2LF^2 . FE$, ac propterea $LB^2 = 3LF^2$.

COROLLARIUM II.

Cum etiam soliditas cylindri sit ut productum basis & altitudinis, ex omnibus cylindris aut hemisphærio, aut sphæræ inscriptis, ille soliditatem habebit maximam in quo altitudo ad radium baseos se habebit in ratione subduplicata unitatis ad binarium in primo casu, & binarii ad unitatem in casu altero: & cum cylindri superficies sit ut productum radii, & altitudinis, maxima superficies habebitur cum altitudo æquabitur baseos diametro. Eodem modo coni, & cylindri sibi invicem inscripti, & circumscripti, aut circumscripti sphæræ comparari poterunt inter se. Ut pateat sphæram esse maximum solidum, quod data superficie, & circulum esse planum maximum, quod data perimetro contineri possit, satis erit animadvertere in poligono regulari, quod circulo sit æquale, perpendiculum ex centro in latera ductum minus esse circuli radio: quod idem valet de sphæra ad poliedrum relata.

PROBLEMA X.

Invenire maximam parabolam, quæ in dato cono secari possit.

Sint coni latera KA, KD, Tab.III. fig.16., & sit axis parabolæ FM, dimidia basis FB, & area sit ut rectangulum FM. FB, sive ut $\frac{AK}{AD}$. FD. FB. Inquirendum erit quo in loco maximum sit rectangulum FB.FD, sive etiam quod maximum sit triangulum circulo ABD, qui basis coni est, inscriptum. Erit igitur $FB. FD = (FB - BG)(FD + FE)$, atque inde illico cruetur

tur FA = FL: & si majus coni latus sit AK, radio LA bisecto in F, ductoque per FB plano parallelo ad AK, habebitur maxima parabola, quæ in dato cono secari possit. Si minus coni latus sit KD, & perpendiculum ex K in basim ductam extra basim ipsam non cadat, simili modo patebit radio LD bisecto maximam aliam parabolam haberi.

Scholion

Ut pateat quod Vivianus in postrema de maximis, & minimis divinatione adjecerat postremo loco, in cono obliquo, cum perpendiculum KN, Tab. III. fig. 17., extra basim cadit in N, maximarum parabolarum minimam haberi ex N ad basim ducta tangente NO, & radio LO bisecto, binis aliis theorematis, quæ ad sectiones conicas pertinent, opus est: parabolas æqualium basium, in cono eodem sectas proportionales esse altitudinibus: & altitudines proportionales esse perpendiculis ex coni vertice in tangentem puncti illius ductis, per quod coni latus ad parabolas singulas pertinens traducitur. Quæ Vivianus tradiderat de maximis conicis sectionibus sectioni alicui propositæ inscriptis, aut circumscriptis, faciliora etiam reddi possent agnita post Hugenium natura, & conditionibus curvarum se se invicem osculantium. Quæ vero hactenus ex præcipuis Authoribus excerpsimus problemata, quæque eo translationis principio breviter soluta exibuimus, præcipua sunt quæ maximarum, minimarumque quantitatum Geometriam respiciunt, & Geometricæ Institutionis loco hacce in re debent sufficere. Modo ad analysim isoperimetricorum problematum transeamus.

DE ALGEBRA, ET ANALYSI

Problematum Isoperimetricorum

Problema I.

Data æquatione, quæ relationem semiordinatarum, abscissarumque curvæ alicujus determinant, invenire relationem cujuslibet semiordinatæ ad semiordinatas alias ordine antecedentes, & subsequentes.

Sit in fig. 18. BF $= y$, AB $= x$, BC $= dx =$ CD &c., BC $= -dx$. Si valor semiordinatæ exprimi possit functione ali-

qua abſciſſæ, & conſtantium quantitatum, fiet ſemper $y = ax^m$ &c. denotante ax^m quemcumque ſeriei terminum, in quo occurrat quantitas conſtans, & abſciſſa x ad poteſtatem quamlibet m evecta; ſumptis igitur in unoquoque ſeriei termino differentialibus erit $dy = amx^{m-1}\,dx$ &c., $ddy = am\,\overline{m-1}\,.\,x^{m-2}\,dx^2$ &c., atque ita porro $dddy = am.\,\overline{m-1}\,.\,\overline{m-2}\,.\,x^{m-3}\,dx^3$ &c. Jam vero ſi in priori æquatione loco x ſubſtituamus abſciſſas ordine ſubſequentes $x+dx$, $x+2dx$ &c., aut univerſim $x+ndx$, fiet $(x+ndx)^m$ $= x^m + nmx^{m-1}\,dx + n\,.\,m\left(\frac{m-1}{1.\,2}\right).\,x^{m-2}\,dx^2 + n^3\,m$ $\left(\frac{m-1}{1.\,2}\right)\left(\frac{m-2}{3}\right)x^{m-3}\,dx^3$ &c. Itaque abſciſſe $x \pm dx$ reſpondebit ſemiordinata $y \pm dy + \frac{d^2y}{1.2} \pm \frac{d^3y}{1.2.3} + \frac{d^4y}{1.2.3.4} \pm$ &c., atque univerſim abſciſſæ $x \pm ndx$ reſpondebit ſemiordinata $y \pm ndy + \frac{n^2\,d^2y}{1.\,2} \pm \frac{n^3\,d^3y}{1.2.3} + \frac{n^4\,d^4y}{1.2.3.4} \pm$ &c.

COROLLARIUM I.

Ita igitur ex generali æquatione colligitur breviſſime theorema a Tayloro oilm traditum in Propoſ. VII. de Methodo Incrementorum, atque a Mac-Laurino in Propoſ. XX. Lib. I., & §. 751. Lib. II. de Fluxionibus. Si æquatio ſit $y + ax \pm b$, & curva in lineam rectam degeneret, poſita dx conſtante evaneſcent differentiæ inferioris ordinis, & fiet ſemiordinata quælibet $y \pm ndy$. Hoc autem poſito, ducta tangente KFk ad punctum F, erit dy differentia omnis GK, quæ ad tangentem uſque protendetur & $dy : dx$ exprimet rationem ſemiordinatæ ad ſubtangentem, & & ſubnormalis ad ſemiordinatam: atque inde colligetur ſubtangentis expreſſio $\frac{y\,dx}{dy}$, & ſubnormalis $\frac{y\,dy}{dx}$.

COROLLARIUM II.

Iiſdem etiam poſitis denominationibus erit intercepta tangentem inter, & curvam GK $= -\frac{1}{2}d^2y - \frac{1}{6}d^3y$, & $gk = -\frac{1}{2}d^2y + \frac{1}{6}d^3y$, &c ſi curva verſus axem ſit concava, & ſi curva convexa ſit erit prior intercepta $\frac{1}{2}d^2y + \frac{1}{6}d^3y$ &c., & intercepta alia $\frac{1}{2}d^2y - \frac{1}{6}d^3y$ &c: atque ita facile cognoſcetur ſi curva axem verſus ſit concava, vel convexa ex quo ſecunda ſemiordinatæ differentia negativum, vel poſitivum valorem habeat. Et cum intercepta.

pta omnis censeri possit $\frac{1}{2}d^2y$, & quadratum tangentis FK^2 sive $dx^2 + dy^2$ æquetur producto ex intercepta KG in rectam omnem, quæ ex K, & G ducitur usque ad peripheriam circuli transeuntis per puncta G, & F, sit autem recta omnis hujusmodi ad diametrum circuli ut FL: FK, inde etiam eruetur radius circuli eamdem curvaturam habentis in F, & G $= \left(\frac{dx^2 + dy^2}{-dxddy}\right)^{\frac{3}{2}}$.

COROLLARIUM III.

Cum posito $n = 1$ fiat $CG = y + dy + \frac{1}{2}d^2y + \frac{1}{6}d^3y$ &c, & posito $n = 2$ sit $DI = y + 2dy + 2d^2y + \frac{8}{6}d^3y$ &c. erit $HE = dy + \frac{3}{2}d^2y + \frac{7}{6}d^3y$ &c., & neglectis differentiis aliis inferioris ordinis censeri poterit $HE = dy + \frac{3d^2}{2}y = LG + d.\,LG$. Hoc autem dato si loco dy accipiatur non quæ ad tangentem usque, sed quæ ad curvam tantum protenditur, & fiat $LG = dy$, erit $HE = dy + ddy$ & posita $FG = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ds$, erit $GH = \sqrt{(dx^2 + \overline{dy + ddy}^2)} = ds + dds$. Sumptis etiam differentiis ex priori æquatione $ds^2 = dx^2 + dy^2$ eruetur $dsdds = dyddy$, posita dx constante, ac fiet $dds = \frac{dyddy}{ds}$, & $ddy = \frac{dsdds}{dy}$, atque ita formulæ quæ secundas arcus, vel semiordinatæ differentias involvunt aliæ in alias converti poterunt.

COROLLARIUM IV.

Juxta hanc aliam scribendi rationem si fiat $LG = dy$, $CG = y + dy$, $DI = y + dy + d(y + dy)$, $= y + 2dy + ddy$, ad semiordinatam quamlibet præcedentem adjiciendo suam ipsius differentiam, quarta semiordinata, quæ scilicet respondebit abscissæ $x + 3dx$ erit $y + 3dy + 3ddy + d^3y$, atque abscissæ $x + 4dx$ respondebit semiordinata $y + 4dy + 6ddy + 4d^3y + d^4y$. Ita igitur cum terminorum singulorum coefficientes in unaquaque semiordinata iidem sint qui in binomio ad potestatem illam evecto, cujus exponens æquetur ordini semiordinatæ post priorem supputatæ; universim abscissæ $x + ndx$ respondebit semiordinata $y + ndy + n\left(\frac{n-1}{1.2}\right)ddy - n.\left(\frac{n-1}{1.2}\right)\left(\frac{n-2}{3}\right)dddy$ &c.

Corollarium V.

Hæc alia Euleri seriez ad præcedentes semiordinatas transferri poterit si loco n accipiatur $-n$. Quod alia etiam ratione ex jam dictis colligitur. Nam si fiat $CG = y + dy = y'$, ut sit $dy' = dy + ddy$, $ddy' = ddy + d^3 y$ &c., erit semiordinata BF jam ad CG præcedens $= y = y' - dy = y' - dy' + ddy = y' - dy' + ddy - d^3 y$ &c.. His ergo positis denominationibus semiordinata quævis præcedens æqualis erit subsequenti semiordinatæ demptis semiordinatæ ipsius differentiis, quæ sunt imparis ordinis, additisque differentiis aliis ordinis paris. Ita igitur si semiordinata, quæ respondet abscissæ $x - dx$, referatur ad semiordinatam BF, erit $cg = y - dy + d^2 y - d_3 y +$ &c., & differentiis omnibus simul junctis, quæ respondebit abscissæ $x - 2dx$, semiordinata erit $y - 2dy + 3d^2 y - 4d^3 y + 5d^4 y$ &c.

Problema II.

Iisdem positis invenire locum semiordinatæ alicujus maximæ vel minimæ.

Cum juxta priorem denominandi rationem semiordinata ad semiordinatam y proxime subsequens sit $y + dy + \frac{1}{2} d^2 y + \frac{1}{6} d^3 y + \frac{1}{24} d^4 y$ &c., proxime autem præcedens $y - dy + \frac{1}{2} d^2 y - \frac{1}{6} d^3 y + \frac{1}{24} d^4 y -$ &c. manifestum est semiordinatam intermediam y utraque simul semiordinata subsequente, ac præcedente majorem, vel minorem esse non posse, nisi eo in loco evanescat numerus aliquis impar differentiarum dy, ddy, $dddy$ &c. Manifestum est insuper semiordinatam y eo in loco valorem maximum habere si differentia ordinis paris post evanescentes omnes superstes, negativum valorem habeat, valoremque semiordinatæ esse minimum si differentiæ superstitis valor sit positivus.

Quod si autem valor differentiæ prioris dy exprimatur alicubi fractione, cujus numerator quidem sit data quantitas, denominator vero sit $= 0$, sive si dy præ dx aliquo in loco infinitum valorem habeat; fiet semiordinata proxime subsequens $y + \frac{1}{0} + \frac{1}{2} ddy$ &c., proxime præcedens $y - \frac{1}{0} + ddy$ &c.: unde si semiordinatæ omnes definiantur eadem omnino æquatione, iisdem scilicet & terminis, & signis, posita dy infinita, semiordinatæ interme-

mediæ, valor nec maximus erit nec minimus: valor autem maximus aut minimus esse poterit, si semiordinatæ utrimque adjacentes in diversis curvæ ramis sint positæ, & diversis utrimque signis differentiæ dy exprimantur.

Corollarium I.

Si proponatur æquatio ad parabolam cubicam $y^3 - 3a^2y - ax^2 + 3a^2y + 3a^2x - 2a^3 = 0$, sive $y = a + a^{\frac{1}{3}}(\pm a \mp x)^{\frac{2}{3}}$, superioribus signis ad priorem ramum, inferioribus ad ramum alterum spectantibus, qui utrimque adjacent semiordinatæ $y = a = x$, erit in priori ramo semiordinata proxime antecedens $a + a^{\frac{1}{3}}(a - x + dx)^{\frac{2}{3}} = y + dy$ &c. & semiordinata subsequens in ramo altero $a + a^{\frac{1}{3}}(-a + x + dx)^{\frac{2}{3}} = y + dy - \frac{1}{2}ddy$ &c.: atque ita in loco intermedio, ubi valor differentiæ dy fractione exprimitur, cujus nominator præ denominatore infinitum valorem habet, valor semiordinatæ erit minimus. Mac-Laurinus post traditam priorem partem theorematis; quæ semiordinatam maximam, aut minimam evanescentibus quibusdam differentiis determinat, hanc aliam valoris maximi, aut minimi conditionem pro casu alio differentiæ majoris quacumque data, non attigerat §. 865. de Fluxionibus.

Corollarium II.

Cum quantitates omnes variabiles semiordinatis alicujus curvæ exprimi possint, si inquiratur, num quantitas aliqua utcumque ex aliis conflata habeat maximum aliquem vel minimum valorem, satis non erit primam ipsius differentiam nihilo æqualem ponere, nisi etiam dignoscatur num subsequens differentia positivum aliquem, vel negativum valorem habeat. E contra vero si quantitas aliqua ad certum usque terminum crescat, ac deinde decrescere incipiat, aut vice versa, & alicubi fiat maxima, vel minima, prima ipsius differentia eo in loco fiet nulla, aut major quacumque data: quod satis erit ad ipsum maximi, aut minimi valoris casum determinandum. Ita si ex cylindris omnibus, qui cono recto inscribi possunt quæratur ille cujus soliditas sit maxima, & in fig. 13. fiat AB $= a$, BE $= b$, MB $= x$ MN $= y$, cum soliditas co-

coni ſit proportionalis quantitati y^2x, ſive $y^2\left(a-\frac{ay}{b}\right)$, evaneſcente differentia eruetur $y=\frac{2b}{3}$, & $x=\frac{1}{3}a$.

Corollarium III.

Si curva aliquo in loco ex convexa fiat concava aut vice verſa, juxta Coroll. II. Prob. I. differentia ſecunda ddy primum poſitiva, ac deinde negativa erit, aut vice verſa, & in ipſo flexus contrarii puncto aut evaneſcet, aut præ dx fiet infinita, hoc eſt prior ipſa differentia dy eo in loco fiet maxima, vel minima. Itaque ad ſecundam jam differentiam traducendo quæ de priori tantum in Problemate antecedente dicta ſunt, ſi numerus differentiarum ordine evaneſcentium ſit par, curva habebit flexum contrarium, & evaneſcente dy, tangens eo in loco fiet *axi* parallela: & ſi dy ſit infinita, tangens in ipſo flexus contrarii puncto fiet *axi* perpendicularis. Evaneſcet enim ſubnormalis in primo caſu, & ſubtangens curvæ in caſu altero. In curvæ regreſſibus abſciſſæ valor fiet maximus, vel minimus, atque ita iiſdem regulis caſus omnes hujuſmodi diſtingui poterunt.

Problema III.

Si ſemiordinata quævis CG. Tab. III. fig. 19., augeatur quantitate quavis exigua $GO=\varphi$, & elementum curvæ FGH abeat in FOH, invenire variationes differentiarum dy, ds, ddy.

In primis ſi ſit ut antea $BF=y$, $LG=dy$, $EH=dy+ddy$, & ex O in EH ducatur perpendiculum Oo, erit prior duarum ſemiordinatarum CO, BF differentia $LO=dy+\varphi$, & duarum DH, CO differentia $Ho=dy+ddy-\varphi$: differentiæ autem conſimiles aliarum ſemiordinatarum præcedentium, & ſubſequentium ex ea unius ſemiordinatæ CG variatione, variationem nullam ſubibunt.

Deinde erit elementum arcus $FO=\sqrt{(dx^2+\overline{dy+\varphi}^2)}=\sqrt{(dx^2+dy^2)}-\frac{\varphi dy}{\sqrt{(dx^2+dy^2)}}=ds\frac{\varphi dy}{ds}$, & ſimili modo erit elementum ſubſequens $OH=ds+dds-\varphi\left(\frac{dy+ddy}{ds+dds}\right)$: & manentibus aliis omnibus curvæ punctis, elementa arcuum HI, Fg hinc inde adjacentia manebunt eadem quæ antea.

De-

Denique cum neglectis inferiorum ordinum differentiis, juxta Coroll. II. Probl. I., intercepta inter curvam, & tangentem GK, quæ deflexionem curvæ a tangente determinat, sit $-\frac{1}{2}ddy$, semiordinatæ CG addita quantitate exigua $GO = \varphi$, fiet nova deflexio $OK = -\frac{1}{2}ddy + \varphi$: adeoque secunda semiordinatæ differentia ddy in loco G ex ea semiordinatæ variatione fiet $ddy - 2\varphi$. Patet autem elementis FG, GH abeuntibus in FO, OH, & manentibus aliis Fg, HI curvitatem duplo magis augeri in O, quam in F, & H imminuatur. Ob eam igitur semiordinatæ CG variationem φ, in binis semiordinatis BF, DH utrimque adjacentibus loco ddy scribere oportebit $ddy + \varphi$.

Corollarium I.

Si proponatur quantitas Zdy, & sit Z functio aliqua coordinatarum x, y, eam bis accipiendo, ut sit Zdy quantitas, quæ semiordinatæ CG, respondet, & $Z'.\overline{dy+ddy}$, quæ pertinet ad semiordinatam DH, cum semiordinata $y + dy$ fiet $y + dy + \varphi$, variatione quantitatis propositæ inde ortæ erunt $Z.\varphi - Z.\varphi$. At functio, quæ ad semiordinatam aliquam pertinet, dempta ea quæ pertinet ad semiordinatam aliam proxime subsequentem, est ipsa prioris functionis differentia negativo signo accepta. Itaque erit variatio omnis $-\varphi\, dZ$. ei in quantitate proposita occurreret semiordinatæ differentia dy ad potestatem quamlibet indicis r elevata, ad locum primæ semiordinatæ pro dy^r iscribendo $(dy+\varphi)^r$, sive $dy^r + \varphi r do^{r-1}$, ad locum vero semiordinatæ alterius $(dy+ddy)^r - \varphi r\,(dy+ddy)^{r-1}$ pro $(dy+ddy)^{r-1}$. cum sit $Z.\,dy^{r-1} - Z'.\,(dy+ddy)^{r-1} = -d\left(Z\,dy^{r-1}\right)$, fieret propositæ quantitatis variatio $-\varphi\, r.d\left(Z.\ dy^{r-1}\right)$.

Corollarium II.

Si functio Z per elementum arcus ds multiplicetur, ac proponatur quantitas $Z.ds$, eam pariter bis excribendo, atque ad prioris semiordinatæ locum statuendo $ds + \frac{\varphi dy}{ds}$ pro ds, & ad locum

locum semiordinatæ proxime subsequentis $ds + dds - \varphi\left(\frac{dy+ddy}{ds+dds}\right)$ pro $ds+dds$, cum sit $-d\left(\frac{dy}{ds}\right)=\frac{dy}{ds}-\left(\frac{dy+ddy}{ds+dds}\right)$, quæ variationi eidem φ respondebit quantitatis totius propositæ, variatio erit $-\varphi d\left(\frac{Z.d\text{▪}}{ds}\right)$, & si proponatur quantitas $Z.ds^n$, & semiordinata aliqua subeat variationem exiguam φ, erit variatio omnis inde orta $-\varphi n.d\left(Z.ds^{n-2}\, d\text{▪}\right)$

Corollarium III.

Si proponatur quantitas $Z.ddy$, ad locum primæ semiordinatæ pro ddy scribendo $ddy-2\varphi$, atque ad locum proxime subsequentis $ddy-dddy+\varphi$ pro $ddy-dddy$, & Z'' pro Z, excerptisque terminis per φ ductis supererit $-\varphi Z+\varphi Z'+\varphi Z''$, sive $\varphi,(Z'-Z)-\varphi(Z-Z'')$: & quia differentia functionum quarumlibet ad semiordinatas DH, CG pertinentium, dempta differentia functionum, quæ pertinent ad semiordinatas CG, BF, est differentia differentiæ ipsius functionis; erit quæsita omni variatio $\varphi.ddZ$. Si ddy evehatur ad potestatem exponentis m, reductione terminorum facta ut in priori corollario, erit variatio $\varphi m.dd(Z.ddy^{m-1}.)$

Corollarium IV.

Si proponatur quantitas, quæ plures simul differentias hujusmodi involvat, quæque ex variabilibus x, y, dy, ds, ddy utcumque inter mixtis, & ad potestatem quamlibet elevatis coalescat, inquiranturque variationes omnes, quæ puncto G semiordinatæ alicujus CG in D abeunte haberi possunt; functione per partes singulas translata ad semiordinatas subsequentes, aut etiam antecedentes, simul omnes eædem formulæ componendæ erunt. Quod si igitur sit Ydy differentia quantitatis propositæ ita accepta ut semiordinata dumtaxat y spectetur tamquam variabilis, ac deinde ad confusionem vitandam in quantitate proposita vocetur $\frac{Z}{dy^r}$, coefficiens elementi semiordinatæ dy^r, & $\frac{Z}{ds}$ coefficiens elementi arcus $ds^\bullet$, atque ita pariter sit $\frac{Z}{ddy^m}$ coefficiens,

ficiens, qui in quantitate propofita multiplicatur per fecundam femiordinatæ differentiam ddy ad poteftatem m elevata, erunt quæfitæ variationes φ $\left(Y - r.\, d\left(\frac{Z}{dy}\right) - n.\, d\left(\frac{Zdy}{ds^2}\right) + m.\, dd\left(\frac{Z}{ddy}\right)\right.$

Problema IV.

Si quantitas Z componatur ex variabilibus x, y, dy, ds, ddy quomodocumque inter fe mixtis, & ad poteftates quaflibet elevatis, invenire quibus in cafibus fumma omnium Zdx effe poffit maxima, vel minima.

Manifeftum eft primo quod quæ maximi, aut minimi proprietas toti curvæ cuilibet gFI convenit, fig. 19. eadem cuilibet etiam portioni FGH convenire debet: fecus fi inter extrema F, H ductis aliis curvæ portionibus, maximi, aut minimi proprietas magis arcui FOH, quam FGH conveniret, curva omnis compofita ex gF, HI, & arcu intermedio FOH ea effet, quæ propofitam haberet maximi, aut minimi proprietatem. In arcu autem FGH, & in area BFHD habetur aliqua maximi, aut minimi proprietas, fi proprietate ipfa tranflata in locum proximum, quantitatum pofitivarum incrementum æquetur decremento negativarum, & fimul variationes omnes fe deftruant. Propofita igitur quantitas SZdx, primo ad folum elementum Zdx deduci debet, deinde ftatuendum eft femiordinatam aliquam elemento eodem refpondentem, variari quantitate aliqua exigua φ: ac deinde nihilo exæquandi funt termini, qui variationes inde ortas exprimunt. Retentis fcilicet iifdem pofterioris corollarii denominationibus, pro cafu maximi aut minimi valoris fiet

$$Y - r.\, d\left(\frac{Z}{dy}\right) - n.\, d\left(\frac{Zdy}{ds^2}\right) + m.\, dd\left(\frac{Z}{ddy}\right) = 0.$$

Corollarium I.

Formula hujufmodi, quæ adeo facile ex generalibus curvarum affectionibus colligitur, refolvendis iis omnibus problematis fufficiet, quæ integrales quantitates non involvunt, quæque Eulerus duobus prioribus capitibus eximii operis Ifoperimetrici propofuerat, poftremo problemate excepto, quod tertias femiordinatæ differentias involvit, & quo quæritur curva, cujus evoluta, cum fui ipfius evoluta, intra radios evolutæ maximum,

vel minimum ſpatium comprehendat. In hoc autem problemate correcta etiam Euleri æquatione, adeo implexus eſt calculus, ut nulla reductionis appareat ratio. Cum enim Eulerus pag. 81. ſcripſiſſet $6\left(\frac{1+p^2}{q^2}\right).\, r$ loco $6\left(\frac{1+p^2}{q^2}\right).\, r\, p$, correctis terminis omnibus qui inde pendent, fit æquatio propoſiti problematis $ady - bdx + \frac{2ds^4}{dx^3 ddy}\left(4dy^2 + 3ds^2 + \frac{10dyddddy.ds^2}{ddy^2} + \frac{3dddy^2.ds^4}{ddy^4} - \frac{ddddy.ds^4}{ddy^3}\right) = 0$.

Corollarium II.

Si requiratur curva, in qua maxima vel minima ſit quantitas S $(x^2+y^2)^n.\, ds$, & inveſtigatio hujuſmodi transferatur ad elementum $(x^2+y^2)^n\, ds$, eo ad præcedentes formulas relato, fiet $Y = 2n(x^2+y^2)^{n-1} yds$, eritque $(x^2+y^2)^n$ coefficiens elementi arcus ds, adeoque pro caſu maximi, aut minimi valoris, fiet $2n\,(x^2+y^2)^{n-1} yds - d\,(\overline{x^2+y^2}^n.\, \frac{dy}{ds}) = 0$. Eſt autem poſterior terminus $-2n\,(x^2+y^2)^{n-1}(xdx+ydy\,\frac{dy}{ds} - (x^2+y^2)^n\left(\frac{ddy}{ds} - \frac{dydds}{ds^2}\right)$, atque eſt inſuper $dds = \frac{dyddy}{ds}$. Quare pro caſu maximi, aut minimi valoris, fiet $2n\,(xdx+ydy)\frac{dy}{ds} + (x^2+y^2)\frac{dx^2ddy}{ds^3} = 2nyds$, atque inde eruetur $2n\left(\frac{ydx-xdy}{x^2-y^2}\right) = \frac{dxddy}{ds}$: quæ æquatio, poſito $dy = pdx$, & $ds = \sqrt{(dx^2+dy^2)} = dx\sqrt{(1+p^2)}$, reducetur ad eamdem æquationem $2n\left(\frac{ydx-xdy}{x^2+y^2}\right) = \frac{dp}{1+p^2}$, quam Eulerus ex ſuis formulis collegerat in exemplo VII. Propoſ. III. Cap. II.

Corollarium III.

Si in formula propoſita fiat $n=0$, & requiratur curva, in qua ſumma omnium ds ſit minima, atque in priori formula problematis fiat coefficiens elementi arcus $\frac{Z}{ds} = 1$, erit $d\left(\frac{Zdy}{ds^2}\right)$

$= d$

$= d\left(\frac{dy}{ds}\right) = 0$, ac fiet $dy = ads$, atque ob datam rationem elementi cujuslibet & arcus, & semiordinatæ, puncta arcus omnia jacebunt in una, eademque linea recta. Si quantitas proposita esset dumtaxat $Sx^n ds$, & differentia dx esset constans, solus coefficiens x^n elementi arcus ds spectandus esset, atque ex eadem formula erueretur $d\left(\frac{Zdy}{ds^2}\right) = d\left(\frac{x^n dy}{ds}\right) = 0$: & si etiam proponetur quantitas $x^n ds^m$, juxta Coroll. II. Probl. III., pro casu maximi aut minimi valoris deberet esse $m. d(x^n ds^{m-2} dy) = 0$. Posito autem $d\left(\frac{x^n dy}{ds}\right) = 0$, fieret $x^n\, dy = a^n\, ds$, atque ob $ds = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$ esset curvæ quæsitæ æquatio $y = S\left(\frac{a^n\, dx}{\sqrt{(x^{2n} - a^{2n})}}\right)$; ac posito $n = -\frac{1}{2}$, prodiret eadem cycloidis æquatio $y = S\, dx \sqrt{\left(\frac{x}{a-x}\right)}$.

Corollarium IV.

Si quantitas $Sxyds$ esse debeat maxima, vel minima, comparatis formulæ generalis terminis fiet $Y = xds$, eritque xy coefficiens elementi arcus ds, adeoque pro eodem maximi, aut minimi valoris casu fiet $xds - d\left(\frac{xydy}{ds}\right) = 0$. Est autem $-d\left(\frac{xydy}{ds}\right) = -\frac{xdy^2}{ds} - \frac{ydxdy}{ds} - \frac{xyddy}{ds} + \frac{xydydds}{ds^2}$, atque est insuper $\frac{xydydds}{ds^2} = \frac{xydy^2ddy}{ds^3}$. Quare erit Problematis æquatio $xds - \frac{xdy^2}{ds^2} - \frac{ydxdy}{ds} = \frac{xydx^2ddy}{ds^3}$, eaque ducta in $\frac{ds}{dx}$ recidet in æquationem aliam $xdx - ydx = \frac{xydxddy}{ds^2}$, quam Eulerus in exemplo VI. Probl. III. invenerat.

Problema V.

Si sit $dZ = Mdx + Ndy + \frac{Pddy}{dx} + \frac{Qdddy}{dx^2}$ &c. invenire quibus in casibus quantitas $SZ.\,dx$ esse possit maxima vel minima.

Si ita comparata sit functio Z ut sumptis differentialibus terminus Mdx prodeat, habita dumtaxat abscissa x pro variabili, & terminus Ndy prodeat, habita pro variabili dumtaxat semiordinata y,

ta y, patet idipſum eſſe N, quod in formulis præcedentibus aſſumpſimus loco Y. Pariter ſi terminus $\frac{Pddy}{dx}$ prodeat, habita pro variabili differentia dy, & $\frac{Qdddy}{dx^2}$ ſimili modo ex variabili ddy eruatur; erit in iiſdem formulis $P = \frac{Z}{dy}$, $Q = \frac{Z}{ddy}$. Eædem igitur formulæ pro caſu maximi, aut minimi valoris abibunt in hanc aliam $N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx} = 0$. Simili etiam ratione oſtendi poſſet poſtremæ huic formulæ adiiciendum eſſe terminum $- \frac{dddR}{dx^3}$ ſi in differentiali æquatione haberetur inſuper terminus $\frac{Rd^4y}{dx}$: atque ita poſito $dy = pdx$, $dp = qdx$, $dq = rdx$ &c. ex generali æquatione $dZ = Mdx + Ndy + Pdp + Qdq$ &c., pro caſu maximi aut minimi eadem haberetur formula, quam Eulerus invenerat in propoſ. V. Cap. XI. de Iſoperimetris, $N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} - \frac{dddR}{dx^3}$ &c. $= 0$.

Corollarium I.

Poſteriorem hanc formulam cum alia comparando, quæ in Problemate ſuperiori ex conſideratione quantitatis propoſitæ Zdx directe colligebatur, manifeſtum erit formulam ipſam $Y - d\left(\frac{Z}{dy}\right) - d\left(\frac{Zdy}{ds^2}\right) + dd\left(\frac{Z}{ddy}\right) = 0$ directe etiam applicari cuicumque caſui, in quo differentiæ dy, ds, ddy, utcumque inter ſe mixtæ, multiplicatæ, aut diviſæ ſint: formulam vero aliam, quæ ex differentiali æquatione $dZ = Mdx + Ndy + Pdp$, &c colligitur directe applicari non poſſe, niſi conditione illa adiecta, quam Eulerus non indicaverat, quod ſcilicet differentiali accepto, quantitates M, N, P, Q &c. ſint coefficientes terminorum, qui exſurgunt ordine quantitatibus x, y, dy, dp, dq &c. habitis pro variabilibus, ut binis exemplis caſuum, in quibus differentiæ dy, ddy in eodem termino ſimul permixtæ ſint, demonſtrabimus.

Corollarium II.

Peculiares autem caſus Eulerianæ formulæ conſiderando, manifeſtum erit quod ſi in functione Z non inveniatur abſciſſa

x &c

x, & quantitate Mdx ſublata fiat $dZ = Ndy + \frac{Pddy}{dx}$, cum pro maximi, aut minimi valoris caſu eſſe debeat $Ndx - dP = 0$, fiet etiam $Ndy = \frac{dy.dP}{dx}$, & $dZ = \frac{dy.dP + Pddy}{dx}$, atque inde eruetur $Z.+C = \frac{Pdy}{dx}$. Quod ſi etiam dy deficeret in differentiali æquatione, atque eſſet $dZ = \frac{Pddy}{dx}$, poſito $-\frac{dP}{dx} = 0$; fieret $P = C$ & $Z = S\frac{Pddy}{dx} = \frac{Cdy}{dx}, + D$. Pariter ſi in differentiali æquatione eſſet $M = 0$: $N = 0$, & $dZ = \frac{Pddy}{dx} + \frac{Qdddy}{dx^2}$, pro caſu valoris maximi, aut minimi prodiret $-\frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} = 0$, & $C - P + \frac{dQ}{dx} = 0$: quos caſus diſtincte expoſuit Eulerus in Corollariis Prop. III. & IV Cap. II. Operis jam memorati.

Corollarium III.

Si ſit $dZ = Ndy + \frac{Pddy}{dx}$, & quantitas $SZdx$ eſſe debeat maxima vel minima, ac juxta priorem illam quantitatum maximarum, & minimarum regulam elementum etiam Zdx eſſe debeat maximum, vel minimum, ſumptis differentialibus, fiet $dZ = Ndy + \frac{Pddy}{dx} = 0$, ac fiet propterea $N + \frac{Pddy}{dxdy} = N - \frac{dP}{dx} = 0$, & $Pddy = -dP.dy$. Eulerus in Scholio III. Prop. III. Cap. II. dixit deſiderari adhuc methodum a reſolutione Geometrica, & lineari liberam, qua pareat in caſu quantitatis alicujus maximæ, vel minimæ loco $Pddy$ aſſumi poſſe $-dP.dy$. Methodum hujuſmodi tradidit Clariſs la Grange To. II. Academiæ Taurinenſis, inventoque variationum calculo maxime generales quantitatum iſoperimetricarum formulas exhibuit. Novum variationum calculum ad eadem differentialis calculi ſimbola breviter revocabimus, poſtquam aliquot exemplis formularum præcedentium uſus innoteſcet.

Pro-

PROBLEMA VI.

Invenire curvam, in qua sit maxima vel minima quantitas $\frac{Sydydx^2}{ddy}$.

Cum maximum haberi pateat in linea recta, in qua est $ddy = 0$, ut minimum habetur, quantite $\frac{ydydx^2}{ddy}$ ad formulam quarti problematis relata, erit $\frac{dydx^2}{ddy}$ terminus per y ductus, & $\frac{ydx^2}{ddy}$ qui per dy multiplicabitur, & $ydydx^2$ qui dividetur per ddy: adeoque in Coroll. III. Probl. III. posito $m = -1$ fiet $mdd\ (Zddy^{m-1}) = -dd\left(\frac{ydy}{ddy^2}\right)$. Erit ergo problematis æquatio $dx^2\left(\frac{dy}{ddy} - d\left(\frac{y}{ddy}\right) - dd\left(\frac{ydy}{ddy^2}\right)\right) = 0$.

Pariter si juxta formulas alias Probl. V. fieret $Z = \frac{ydydx^2}{ddy}$, & differentiis acceptis, esset $dZ = \frac{dydx^2.dy}{ddy} + \frac{ydx^2.ddy}{ddy} - \frac{ydydx^2.dddy}{ddy^2}$, spectando $\frac{dydx^2}{ddy}$, $\frac{ydx^2}{ddy}$, $-\frac{ydydx^2}{ddy^2}$ veluti coefficientes differentiarum, quæ prodeunt ordine quantitatibus y, dy, ddy habitis pro variabilibus, posito $M = 0$, $N = \frac{dydx^2}{ddy}$, $\frac{P}{dx} = \frac{ydx^2}{ddy}$, $\frac{Q}{dx^2} = -\frac{ydydx^2}{ddy^2}$, eadem adhuc æquatio haberetur $N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} = \frac{dydx^2}{ddy} - d\left(\frac{ydx^2}{ddy}\right) - dd\left(\frac{ydydx^2}{ddy^2}\right) = 0$.

Ea vero æquatio fiet $dx^2\left(\frac{ydddy}{ddy^2} - dd\left(\frac{ydy}{ddy^2}\right)\right) = 0$, & deinde per $\frac{dy}{dx}$ ducta, ac resoluto termino $-dydd\left(\frac{ydy}{ddy^2}\right)$, deducetur ad æquationem aliam $d\left(\frac{ydydx}{ddy} - d\left(dydx\,.\,d\left(\frac{ydy}{ddy^2}\right)\right)\right) = 0$, atque ad aliam rursus $\frac{ydydx}{ddy} - dydx\,.\,d\left(\frac{ydy}{ddy^2}\right) = C$, quam exhibuit Eulerus in exemplo quarto Propos. IV. Cap. II.

Co-

COROLLARIUM I.

Patet vero quod ſi in hoc altero differentialis formulæ exemplo, omiſſa indicatione differentiarum, quæ prodeunt ordine quantitatibus y, dy, ddy habitis pro variabilibus, proponeretur æquatio $dZ = ydx^2 + \frac{dydx^2 . dy}{ddy} - \frac{ydydx^2 . dddy}{ddy^2}$, ac ſi deleta quantitate ddy, quæ in denominatore ſimul, atque in numeratore ſecundi termini ſeriei prioris occurrebat, terminus ille evadat primus; terminis ſingulis ad formulam quinti problematis relatis, eſſet $M = ydx^2$, $N = \frac{dydx^2}{ddy}$, $P = 0$, $Q = -\frac{ydydx^2}{ddy^2}$, atque ita eſſet formulæ uſus erroneus.

COROLLARIUM II.

Pariter ſi maxima vel minima eſſe deberet quantitas $\frac{Sxdydx^2}{yddy}$, in formulis Probl. V. ſpectando Y tanquam variabilem, prodiret loco Y quantitas $-\frac{xdx^2dy}{y^2ddy}$: & pro variabili accipiendo differentiam dy loco $-d\left(\frac{Z}{dy}\right)$, prodiret $-dx^2 . d\left(\frac{x}{yddy}\right)$: ac rurſus in termino alio poſita $m = -1$, fieret quæſita æquatio $dx^2 . \left(\frac{xdy}{y^2ddy} + d\left(\frac{x}{yddy}\right) + dd\left(\frac{xdy}{yddy^2}\right)\right) = 0$. Eadem formula erueretur ſi poſito $Z = \frac{xdydx^2}{yddy}$, & ſumptis ordine differentialibus fieret $M = \frac{dydx^2}{yddy}$, $N = -\frac{xdydx^2}{y^2ddy}$, $\frac{P}{dx} = \frac{xdx^2}{yddy}$, $\frac{Q}{dx^2} = -\frac{xdydx^2}{yddy^2}$.

COROLLARIUM III.

At ſi adhuc non pateat qui ſint coefficientes variabilium x, y, dy, ddy ſingillatim ſumptarum, & æquatio differentialis, $dZ = \frac{dydx^3}{yddy} - \frac{xdydx^2 . dy}{y^2ddy} + \frac{xdx^2 . ddy}{yddy} - \frac{xdydx^2 . dddy}{yddy^2}$,

quam

quam Eulerus proposuit in exemplo sexto, hoc alio ordine disponatur $dZ = \frac{xdx^2}{y} - \left(\frac{xdydx^2}{y^2ddy} - \frac{dx^3}{yddy}\right)dy - \frac{xdydx^2}{yddy^2} \cdot dddy$, ac fiat $M = \frac{xdx}{y}$, $N = \left(dx - \frac{xdy}{y}\right)\frac{dx^2}{yddy}$, $P = 0$, aut si alius quispiam statuatur ordo æquationis, erroneæ aliæ reductionum formulæ exsurgerent. Similis esset casus formulæ $\frac{Sy^n ddy}{x^m dy}$, quam Eulerus proposuit in priori exemplo Propos. IV.

PROBLEMA VII.

Invenire æquationem curvæ, in qua ad datam abscissam fiat maxima, vel minima quantitas $SydxSds$.

Eadem semper ratione quantitatem propositam a curva omni ad elementum $ydxSds$ transferendo, eamque bis exscribendo ut binis semiordinatis, & binis elementis arcuum sibi proxime succedentibus respondeat, maxima vel minima esse debebit quantitas $ydx.\overline{Sds + \frac{\varphi dy}{ds}} + (y+dy+\varphi)dx.\overline{Sds + dds - \varphi\left(\frac{dy+ddy}{ds+dds}\right)}$. Nihilo igitur exequando terminos per variationem illam exiguam φ ductos, pro casu maximi aut minimi valoris fiet, $\varphi ydx S\frac{dy}{ds} - (y+dy).\varphi dx.S\left(\frac{dy+ddy}{ds+dds}\right) + \varphi dx. S(ds+dds) = 0$. Omissis igitur inferioris ordinis terminis $dydx.S\left(\frac{dy+ddy}{ds+dds}\right)$, & $dx.Sdds$, cum sit $\frac{dy+ddy}{ds+dds} - \frac{dy}{ds} = d\left(\frac{dy}{ds}\right)$, fiet curvæ quæsitæ æquatio $dxSds - ydxS.d\left(\frac{dy}{ds}\right) = dxSds - \frac{ydxdy}{ds} = 0$.

COROLLARIUM I.

Æquatio hujusmodi signo differt ab ea, quam Eulerus exhibuit in exemplo secundo Prop. III. Cap. III. de Isoperimetris. Eo au

autem in loco observandum est ex priori Euleri æquatione $\frac{1}{dx} \cdot d\left(\frac{H - Sydx}{\sqrt{(1+p^2)}}\right) \cdot p + \Pi = 0$, non provenire æquationem $\Pi dx = d\left(\frac{H - Sydx}{\sqrt{(1+p^2)}}\right) \cdot p$, sed $\Pi dx = -d\left(\frac{H - Sydx}{\sqrt{(1+p^2)}}\right) \cdot p$: unde iisdem clarissimi Authoris denominationibus erueretur $\Pi dx = dxSds = \frac{ydxdy}{ds}$.

Corollarium II.

Simili modo si in tertio exemplo subsequenti quæratur maximum, vel minimum quantitatis $S\frac{dx^2}{dy} \cdot Sydx$, adeoque etiam quantitas $\frac{dx^2}{dy} Sydx$ maxima, vel minima esse debeat, quantitatem bis exscribendo ut semiordinatæ y differentia $dy + \varphi$, & semiordinatæ $y + dy + \varphi$, differentia $dy + ddy - \varphi$ respondeat, evanescentibus quantitatibus, quæ ex variato elemento φ pendent, eruetur æquatio $\overline{x-a} \cdot dy^2 + ydxdy - 2ddy \cdot Sydx = 0$. Cumque hic non vacet alia exempla ordine exponere, satis erit uno vel altero exemplo indicasse quanam ratione quæstiones maximi, aut minimi, cum indeterminatas quantitates involvunt, ad principia antecedentia facile revocentur.

Problema VIII.

Si curva aliqua definiatur æquatione differentiali $dZ = Mdx + Ndy + \frac{Pddy}{dx} + \frac{Qdddy}{dx^2}$ &c, & differentia dy varietur quantitate quavis exigua φ, definire variationes omnes inde ortas quantitatis totius $SZdx$.

Si differentia semiordinatæ y non sit tantum dy, sed $dy + \varphi$, loco ddy scribere oportebit $ddy + d\varphi$, atque ita $d^3y + d^2\varphi$, loco d^3y &c.: adeoque si his habitis variationibus quantitas Zdx fiat $\varphi . (Zdx)$, excerptis terminis omnibus per φ ductis, erit $S\varphi . (Zdx) = Sdx \left(N\varphi + \frac{Pd\varphi}{dx} + \frac{Qdd\varphi}{dx^2} + \frac{Rddd\varphi}{dx^3} \&c. \right)$. At vero quantitatibus C, C', C'' &c. habitis pro constantibus est etiam

$$S P d\varphi = P\varphi - S\varphi dP + C$$
$$S Q dd\varphi = Q d\varphi - S d\varphi dP + C' = Q d\varphi - \varphi dQ + S\varphi ddQ + C'$$
$$S R ddd\varphi = R dd\varphi - dR . d\varphi + \varphi ddR - S\varphi dddR + C'' \text{ \&c.}$$

Quantitates autem constantes C, C', C'' &c. in singulis integralibus $SPd\varphi$, $SQdd\varphi$, $SRddd\varphi$ &c. sic debent accipi, ut quantitates omnes $P\varphi$, $Qd\varphi$, $Rdd\varphi$ &c. ad primæ semiordinatæ locum, ubi variatio omnis incipit, evanescant. Itaque si variationes omnes sint primum φ', P', Q', &c., & ad ultimæ semiordinatæ locum, ubi variatio desinit, fiant φ'', P'', Q'' &c. acceptis summis, atque ordinatis terminis, erit variatio omnis quantitatis propositæ $SZdx =$

$$S\varphi dx \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} - \frac{dddR}{dx^3} \text{ \&c.} \right)$$
$$+ \varphi'' \left(P'' - \frac{dQ''}{dx} + \frac{ddR''}{dx^2} \text{ \&c.} \right) - \varphi' \left(P' - \frac{dQ'}{dx} + \frac{ddR'}{dx^2} \text{ \&c.} \right)$$
$$+ \frac{d\varphi''}{dx} \left(Q'' - \frac{dR''}{dx} \text{ \&c.} \right) - \frac{d\varphi'}{dx} \left(Q' - \frac{dR'}{dx} \text{ \&c.} \right)$$
$$+ \frac{dd\varphi''}{dx^2} \left(R'' \text{ \&c.} \right) - \frac{dd\varphi'}{dx^2} \left(R' \text{ \&c.} \right) + \text{ \&c.}$$

COROLLARIUM I.

Elegans hujusmodi formula, quam Clariss. la Grange primo invenerat, variationes omnes triplici partium genere compositas exhibet: partibus absolutis, ac determinatis $-\varphi' \left(P' - \frac{dQ'}{dx} \text{ \&c.} \right) - \frac{d\varphi'}{dx} \left(Q' \text{ \&c.} \right)$, in quibus indeterminatæ omnes φ', P', Q', &c. referuntur ad primam semiordinatam, ubi incipit variatio: partibus aliis absolutis $\varphi'' \left(P'' - \frac{dQ''}{dx} \text{ \&c.} \right) + \frac{d\varphi''}{dx} \left(Q'' \text{ \&c.} \right)$, in quibus indeterminatæ referuntur ad ultimam semiordinatam ubi variatio desinit: & integrali indefinito $S\varphi dx \left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} \text{ \&c} \right)$, quod ad interceptum omnem curvæ tractum extenditur, quodque si incipiat ubi fit $x = a$, & desinat ubi fit $x = b$, continebit variationes omnes, quæ respondent abscissis $x + dx$, $x + 2dx$ &c., atque ita debebit accipi ut posito $x = a$, integrale omne evanescat.

Co-

Corollarium II.

Si aliquo in casu quantitas $SZdx$ esse debeat maxima, vel minima, & quæ ad primam, & ultimam semiordinatam pertinent variationes tanquam constantes spectari possint, etiam quantitas $S\varphi dx\left(N - \frac{dP}{dx}\ \&c.\right)$ erit constans; & differentiis sumptis pro casu maximi, aut minimi valoris, fiet $N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} - \&c. = 0$. Quod si extrema variationis totius puncta minime data sint, inquiraturque quibus constantibus initio, atque ad finem indeterminati alicujus curvæ tractus additis, vel subductis quantitas aut maximarum maxima, aut minimarum minima haberi possit, tunc ipsæ etiam constantes tanquam indeterminatæ, ac variabiles spectandæ erunt, eademque methodo in prima, & ultima semiordinata exequatis inter se variationibus positivis, ac negativis, prodibunt æquationes aliæ

$$\varphi'\left(P' - \frac{dQ'}{dx} + \frac{ddR'}{dx^2}\ \&c.\right) + \frac{d\varphi'}{dx}\left(Q' - \frac{dR'}{dx}\ \&c.\right) + \frac{dd\varphi'}{dx^2}\left(R'\ \&c.\right) = 0.$$

$$\varphi''\left(P'' - \frac{dQ''}{dx} + \frac{ddR''}{dx^2}\ \&c.\right) + \frac{d\varphi''}{dx}\left(Q'' - \frac{dR''}{dx}\ \&c\right) + \frac{dd\varphi''}{dx^2}\left(R''\ \&c.\right) = 0.$$

Corollarium III.

Simili modo si quantitas $SZdx$ integrales alias quantitates in differentiali æquatione, aut integralium integrales involveret, non geminata characteristica, & quæ differentialia, & quæ variationes quantitatis unius exprimit, formulæ aliæ calculi variationum ad easdem differentialis calculi formulas reduci possent. Et si functio Z ex tribus variabilibus x, y, z ita exsurgat, ut sit

$$dZ = Mdx + Ndy + \frac{Pddy}{dx}\ \&c. + ndz + \frac{pddz}{dx} + \frac{qdddz}{dx^2}\ \&c.$$

variabilem aliam z, & variationem ipsius ω, eodem modo considerando, si ω', & ω'' sint primæ, & ultimæ variationes, pro casu maximi, aut minimi valoris aliæ tres æquationes haberi poterunt

$$\varphi\left(N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} \&c.\right) + \omega\left(n - \frac{dp}{dx} + \frac{ddp}{dx^2} \&c.\right) = 0$$

$$\varphi'\left(P' - \frac{dQ'}{dx} \&c.\right) + d\varphi'\left(Q' \&c.\right) + \&c. + \omega'\left(p' - \frac{dq'}{dx} \&c.\right) + d\omega'\left(q' \&c.\right) = 0.$$

$$\varphi''\left(P'' - \frac{dQ''}{dx} \&c.\right) + d\varphi''\left(Q'' \&c.\right) + \omega''\left(p'' - \frac{dq''}{dx} \&c.\right) + d\omega''\left(q'' \&c.\right) = 0.$$

Corollarium IV.

Et cum variationes φ, & ω a se invicem non pendeant, prior æquatio dividetur in binas alias $N - \frac{dP}{dx} + \frac{ddQ}{dx^2} \&c. = 0$, & $n - \frac{dp}{dx} + \frac{ddq}{dx^2} \&c. = 0$. Ad indicandum formularum usum inquiri posset qua in curva BG, fig. 20.; corpus a curva AB ad curvam HG brevissimo tempore descendat. At solius etiam Geometriæ subsidio demostrari potest, quod in formulis Coroll. III. Probl. IV. indicatum est, datis duobus punctis B, & G, breviorem descensum ab uno ad alterum in cycloidali aliquo arcu fieri. Nam si altitudo lapsus sit x, & velocitas $\sqrt{x}$, ut totum tempus descensus $S\left(\frac{ds}{\sqrt{x}}\right)$ minimum evadat, debet esse $y = S dx \sqrt{\left(\frac{x}{a-x}\right)}$. Manifestum est insuper, quod Johannes Bernoullius Corollarii loco jam ab anno 1697. solutioni problematis adiecerat, brevissimum descensum a dato puncto ad curvam quamlibet propositam in cycloide illa fieri, quæ curvæ occurrit ad rectos angulos: nam si acutus esset angulus FGT, data velocitate in F, per breviorem aliam lineam FT ex F ad HT brevior descensus haberetur. Manifestum est denique quod si acutus sit angulus EBC, ducta CD ad CE perpendiculari, æqualia erunt tempora descensum ex D, & ex C in E, & tempus descensus ex B in E erit longius: cumque eadem descensus brevissimi proprietas, & toti curvæ BEG, & elemento cuilibet BE convenire debeat, quocumque etiam in casu, quod binis curvis AB, HG propius admotis, punctum G abeat in E; patet arcum quemcumque BE priori curvæ AB obliquum, ad quæsitam curvam BG pertinere non posse.

Pro-

PROBLEMA IX.

Si summa omnium $x^m dy$ in curva aliqua sit constans, invenire quibus conditionibus omnium $x^r \frac{(dy^2 \pm dx^2)^n}{dx^{2n-1}}$ esse possit maxima vel minima.

Cum eadem maximi, vel minimi proprietas elemento cuilibet $x^r \frac{(dy^2 \pm dx^2)^n}{dx^{2n-1}}$ convenire debeat, eo ad bina elementa proxima translato, & loco dy scribendo primum $dy + \varphi$, ac deinde $dy + ddy - \varphi$, atque in elementis binis nihilo exæquando terminos per φ ductos, prodibit $4n\varphi x^r dy \frac{(dy^2 \pm dx^2)^{n-1}}{dx^{2n-1}}$ —

$$4n\varphi\ (x+dx)^r\ (dy+ddy)\ \frac{(\overline{dy+ddy}^2 \pm dx^2)^{n-1}}{dx^{2n-1}} = -4n\varphi\,.$$

$$d\left(x\,dy\ \frac{(dy^2 \pm dx^2)^{n-1}}{dx^{2n-1}}\right) = 0,$$ atque inde eruetur

$\varphi x^r dy \frac{(dy^2 \pm dx^2)^{n-1}}{dx^{2n-1}} = a$. At cum quantitas $Sx^m dy$ constans, ac data esse debeat, iisdem factis substitutionibus, prodibit $-\varphi.d.x^m = 0$, sive etiam $\varphi x^m = b$. In æquatione igitur antecedente scribendo $\frac{b}{x^m}$ loco φ, pro casu quantitatis $Sx^m dy$ constantis, & quantitatis alterius $Sx^r \frac{(dy^2 \pm dx^2)^n}{dx^{2n-1}}$ maximæ, vel minimæ debebit esse $x^{r-m} dy \frac{(dy^2 \pm dx^2)^{n-1}}{dx^{2n-1}} = C$.

COROLLARIUM.

Hoc elegans theorema est, quod Simpsonius aliis rationibus demonstraverat in Sect. X. Par. II. de doctrina, & usu Fluxionum, & quo in resolvendis problematis compositis maximorum, minimorum, & isoperimetricorum late usus est. Ut aliquod exemplum demus, quæratur solidum rotundum, quod ex omnibus datæ altitudinis, juxta axis directionem, motum in fluido aliquo, patiatur minimam resistentiam. Si abscissæ x accipiantur in recta aliqua ad axem perpendiculari, quantitas fluidi impingentis in annulum rotundum, revolutione elementi ds genitum, proportionalis erit rectangulo $x.dx$, & vis omnis a flui-

fluido in solidum parallele ad axem exercita, erit $x dx . \frac{dx^2}{ds^2}$. Quod si igitur quantitas $\frac{x dx^3}{ds^2}$ minima esse debeat, atque ob datam altitudinem data sit quantitas $S dy$, comparatis formulis, fiet $r = 1$, $m = 0$, $n = -1$, eritque $x dy dx^3 = a ds^4$: in quam æquationem, si quantitas constans a determinetur, resolvitur elegans analogia a Nevvtono primum exposita in Scholio Propos. XXXIV. Lib. II. Princip. Cum autem in hoc specimine non vacet plura hujus generis exempla recensere, coronidis loco addemus exemplum solidi maximæ attractionis.

PROBLEMA X.

Invenire curvam, quæ per puncta H,O transeat, Tab.III.fig.21., & quæ circa axem AP conversa generet solidum, quod præ aliis omnibus æqualibus majore attractione polleat in punctum quodcumque Q, axis producti APQ.

Inquisitione omni a tota curva ad elementum NGFO translata, atque ad curvam quamcumque aliam NgfO iisdem terminis O, N comprehensam, fiat QC $= x$, CB $=$ BA $= dx$, CG $= y$, BF $= y + dy$. Ob datam soliditatem, si CG augeatur quantitate quavis exigua Gg $= \varphi$, & BF minuatur quantitate alia Ff $= \omega$, erit $y^2 . dx + (y + dy)^2 . dx = (y + \varphi)^2 . dx + (y + dy - \omega)^2 . dx$, atque inde eruetur $\varphi = \omega \left(1 + \frac{dy}{y}\right)$. Elementa vero attractionis solidi rotundi, juxta Propos. XC. Lib. I. Princip. Nevvtoni, erunt $\left(1 - \frac{x}{\sqrt{(x^2 + y^2)}}\right) . dx + \left(1 - \frac{(x + dx)}{\sqrt{(\overline{x + dx}^2 + \overline{y + dy}^2)}}\right) . dx$, eaque in casu attractionis maximæ erunt $= \left(1 - \frac{x}{\sqrt{(x^2 + \overline{y + \varphi}^2)}}\right) . dx$ $+ \left(1 - \frac{(x + dx)}{\sqrt{(\overline{x + dx}^2 + \overline{y + dy - \omega}^2)}}\right) . dx$. Quare evolutis terminis, atque exæquatis iis, qui per variationes illas exiguas φ, ω ducuntur, ut simul omnes oppositione signi se destruant, pro casu eodem maximæ attractionis, fiet $\frac{\varphi y x dx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\omega y x dx + \omega x dy dx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$ $=$

$= \frac{(x+dx)(y+dy)\omega dx}{(\overline{x+dx}^2 + \overline{y+dy}^2)^{\frac{3}{2}}}$: cumque ſubductis a ſe invicem quantitatibus $\frac{xy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$, & $\frac{(x+dx)(y+dy)}{(\overline{x+dx}^2 + \overline{y+dy}^2)^{\frac{3}{2}}}$ habeatur ipſa prioris quantitatis differentia, erit pro ſolido attractionis maximæ

$$\frac{xdy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = d\left(\frac{xy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}\right) = \frac{xdy+ydx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{3xy(xdx+ydy)}{(x^2+y^2)^{\frac{5}{2}}},$$

vel denique $dy = \left(\frac{y}{3x} - \frac{2x}{3y}\right) dx$.

Corollarium.

Qui ſolutionem hujus Problematis cum alia conferet, quam Cl. Saint Jacques de Silvabelle expoſuit tomo primo, Diſſertationum Phyſico-Mathematicarum Pariſienſi Academiæ oblatarum, facile intelliget formularum diverſitatem inde oriri, quod variationes ſemiordinatarum, dum abeunt in curvam aliam, author idem aſſumpſerit pro differentialibus earum ſemiordinatarum, quæ ad curvam propoſitam referuntur, ſcilicet ſi eſſet $\varphi = dy$, & $\omega = d(y+dy)$, & ſi ob datam ſoliditatem quantitas ydy, vel $(y+dy).\,d(y+dy)$ in omnibus curvæ elementis data eſſet, atque inſuper ſi ob datam abſciſſam x, poſito $x^2+y^2=z^2$, ubique eſſet $ydy=zdz$, & $(y+dy).\,d(y+dy)=(z+dz).\,d(z+dz)$; pro caſu maximæ attractionis fieret $d\left(\frac{xdz}{z^2}\right)=d\left(\frac{xydy}{z^3}\right)=0$, & quantitas $\frac{xydy}{z^3}$, adeoque etiam $\frac{x}{z^3}$ maneret conſtans, atque eſſet quæſiti ſolidi æquatio $a^2x=z^3$. Plura alia hic poſſem addere. Quæ vero jam expoſui præcipua maximorum, minimorum, & iſoperimetricorum problemata in Specimine Geometrico, & Analitico ſufficiunt.

GREGORII FONTANA

ORD. SCHOL. PIAR.

IN REGIA TICINENSI ACADEMIA PUBLICI MATHESEOS
SUBLIMIORIS PROFESSORIS.

SCHEDIASMATA MATHEMATICA

SCHEDIASMA I.

De Sanguinis Restitutione, hujusque Problematis affinitate & analogia cum Problemate anticipationis, *seu pecuniæ in antecessum numeratæ.*

I. ILlustris Iatromathematicus Jacobus Keillius in *Tentaminibus Medico-Physicis*, Tentamine I. *de sanguinis quantitate* determinaturus sanguinis redintegrationem, quæ ex quotidiano victu continentem partium interitum reparante proficiscitur, calculum inædificat fundamento undique labanti, & ruinoso: comparat scilicet Problema hoc cum altero Algebræ Scriptoribus usitato, quo quæritur vini quantitas post aliquem dierum numerum in dolio superstes, si certa vini mensura quotidie exhauriatur, ac tantundem aquæ semper infundatur. *Sit itaque victus, inquit citato loco Keillus, quem ad sustinendas vires, & ad quotidianos partium interitus compensandos recipimus, librarum quatuor. Hic cibus cum sanguine commixtus, & quasi in unum concoctus, cum eo insimul in glandulis secernetur: ita ut novus, vetusque uno eodemque tempore amandentur: & primo secernantur in ratione quantitatibus proportionali: quæritur jam, quantum veteris sanguinis post datum temporis spatium in corpore relinquetur. Hæc quæstio eadem est, ac si vas aliquod 200. congiis vini repletum esse ponamus, & inde quatuor quotidie exhaustos, totidemque aquæ infusos, ut vas plenum semper relinquatur. Quæritur jam quantum vini post aliquem dierum numerum in vase remanebit.* Hoc porro instabili, ac lubrico nixus principio Keillius calculum ponit a veritate longe aberrantem, sed eleganti quadam veri specie, & quasi fuco minus attentis & sagacibus imponentem.

tem. Itaque quum de quæſtione agatur inter Phyſiologiæ ſcriptores celeberrima ac nobiliſſima, de ſanguinis nempe reparatione, ac mutatione, operæ pretium judico rem ex integro aggredi, & Keilliano convulſo everſoque fundamento, novum ponere calculum minus quidem, quam Keillianus, facilem & expeditum, ſed nec minus elegantem, & veritati rerumque naturæ magis conformem.

II. Jam in primis penes Phyſiologorum commendatiſſimos in confeſſo eſt, animalis corporis ſanguinem intra diei ſpatium inſenſibili perſpiratione avolantem, ſingulis momentis de corpore decedere, ſingulisque momentis ſanguinem novum ex alimentis elaboratum accedere veteri, & jacturas momentaneas reparare. Abſurda igitur eſt comparatio ex vaſe vinario petita, ex quo non jugiter, & continenter, ſed ſimul & ſemel in die certa vini quantitas exhauritur, & aquæ infunditur: ut æqua eſſet & numeris omnibus perfecta comparatio neceſſe foret dolium imaginari, ex cujus oſtiolo, ſeu foramine vinum continenter efflueret, & per foramen alterum æquale aqua perennis eodem impetu ſimul influeret. Tunc vero poſtulare quantum vini poſt datum temporis intervallum in dolio futurum ſit, & contra quanto tempore vinum ad datam menſuram decreſcet, idem prorſus eſt, ſi cætera paria accipiantur, ac petere quantum veteris ſanguinis poſt aliquem dierum numerum in humano corpore reliquum ſit, vel contra quot diebus ſanguis vetus ad datam uſque particulam redigetur.

III. In hoc itaque ſolvendo Problemate calculus informandus erit in hunc modum: *

Sit

* Evidens eſt, ſubſequentem calculum eodem modo rite procedere etiamſi reparatio ſanguinis non toto diei tempore, ſed paucis intra diem horis abſolvatur, eo ſcilicet, intervallo, quo chyloſis & hæmatoſis perficitur; ſi quidem in hac hypotheſi hæmatoſis diurnæ tempus dividitur in momentorum numerum n, omniaque fiunt quemadmodum in prima hypotheſi. Cæterum de hac continenti ac perpetua ſanguinis jactura & reparatione perbelle diſſerit facultatis Medicæ Pariſienſis Moderator *Robertus* in recentiſſimo Opuſculo *De Senectute*; *La Nature* (inquit ille) *y pompe* (ſcilicet in Athmoſpæra) *et en attire l' eſpece d' humidité dont elle a beſoin pour renouveller cette fumèe aqueuſe qui s' èvapore de toute la ſurface du corps par forme de tranſpiration. Cette action de pomper et d' attirer l' humiditè, eſt une facultè de la peau, qu' on ne peut pas revoquer en doute ; l' exemple des Bouchers, des Chaircuitiers, des Cuiſiniers, donne toutes les preuves que l' on pourroit deſirer à cet ègard. Ils ont la plupart ainſi que leurs femmes la peau blanche, le teint frais et fleuri, et en gènèral beaucoup d' embonpoint: en un mot ils ſe nourriſſent par la peau. Mais ſi la nature pompe dans l' athmoſphère un ſuc alimentaire, l' on peut bien croire auſſi qu' elle y puiſe l' eau dont elle a beſoin pour s' humecter et ſe rafraichir.*

Sit animalis sanguinis quantitas . . . . $= a$
Pars ejus infinitesima singulis momentis evolans . . $= p$
Numerus momentorum in die naturali . . . . . . $= n$
Quantitas *mixti* sanguinis intra diem decedens . . . $= b = np$
Ergo sanguis vetus in fine primi momenti . . . $= a - p$

Quum autem secundo momento iterum decidat pars minima p sanguinis mixti ex vetere $a - p$, & ex novo advenientе, ac prioris jacturam reparante; ut inveniatur sanguis vetus residuus in fine secundi momenti, fiat $a : p :: a - p : \frac{p(a-p)}{a}$, eritque $\frac{p(a-p)}{a}$ pars veteris sanguinis in fine secundi momenti amissa. Quare sanguis vetus in fine secundi momenti residuus invenitur $= a - p - \frac{p(a-p)}{a} = \frac{(a-p)^2}{a}$. Rursus detegitur sanguis vetus in fine tertii momenti superstes, si ex analogia $a : p :: \frac{(a-p)^2}{a} : \frac{p(a-p)^2}{a^2}$ eliciatur pars $\frac{p(a-p)^2}{a^2}$ veteris sanguinis in fine tertii momenti decedens eaque dematur a sanguine veteri $\frac{(a-p)^2}{a}$, unde oritur $\frac{(a-p)^2}{a} - \frac{p(a-p)^2}{a^2} = \frac{(a-p)^3}{a^2}$. Sic porro sanguis vetus in fine quarti momenti reperitur $\frac{(a-p)^4}{a^3}$; ac denique sanguis vetus in fine momenti n, seu integræ diei superstes prodibit $= \frac{(a-p)^n}{a^{n-1}} = a - np + \frac{n(n-1)p^2}{2a} - \frac{n(n-1)(n-2)p^3}{2 \cdot 3a^2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)p^4}{2 \cdot 3 \cdot 4a^3} - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)p^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5a^4}$ + &c. Quum autem in hujusmodi expressione coefficientium actores $n(n-1)(n-2)(n-3) \ldots$ abeant in $nnnn \ldots$, quandoquidem præ valore ipsius n infinito evanescunt numeri 1, 2, 3 &c.; propterea sanguis vetus in fine unius diei superstes repræsentatur per formulam $a - np + \frac{n^2p^2}{2a} - \frac{n^3p^3}{2 \cdot 3a^2} + \frac{n^4p^4}{2 \cdot 3 \cdot 4a^3} - \frac{n^5p^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5a^4}$ + &c. $= a - b + \frac{b^2}{2a} - \frac{b^3}{2 \cdot 3a^2} + \frac{b^4}{2 \cdot 3 \cdot 4a^3} - \frac{b^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5a^4}$ + &c. Atque hinc liquet, quam parum veritati consonum sit illud Keillianæ hypothesis consectarium, quo sanguis vetus in fine primæ diei residuus ponitur $= a - b$. Ut modo inveniatur, quot diebus perficiatur sanguinis instauratio, ita ut nimirum sanguis vetus in cor-

po-

pore residuus quantitatem valde parvam ω adæquet, voco x numerum dierum quæsitum, ac protinus nanciscor $\frac{(a-p)^{nx}}{a^{nx-1}}=\omega$, seu $\left(\frac{a-p}{a}\right)^{nx}=\frac{\omega}{a}$; hinc habeo x log $\left(\frac{a-p}{a}\right)^{n}=$ log. $\omega-$ log. a, sive x log. $\left(1-\frac{b}{a}+\frac{b^2}{2a^2}-\frac{b^3}{6a^3}+\frac{b^4}{24a^4}-\frac{b^5}{120a^5}+\&c.\right)=$ log. $\omega-$ log. a; & consequenter $x=\frac{\log.\omega-\log.a}{\log.\left(1-\frac{b}{a}+\frac{b^2}{2a^2}-\frac{b^3}{6a^3}+\frac{b^4}{24a^4}-\&c.\right)}$.

Sit igitur juxta assumpta Keilliana $a=20$ libr., $b=4$ libr., $\omega=0,0247$. libr., eritque log $\omega-$ log. $a=-1,6073030-1,3010300=-2,9083330$, & log. $\left(1-\frac{b}{a}+\&c.\right)=\left(1-\frac{1}{5}+\frac{1}{50}-\frac{1}{750}+\frac{1}{15000}\right)$ satis proxime, seu $=$ log. $\frac{12281}{15000}=-0,0868576$. Quamobrem reperitur $x=\frac{-2,9083330}{-0,0868576}=\frac{29083330}{868576}=33\frac{1}{2}$ diebus circiter, seu tribus diebus cum dimidio plus quam a Keillio proponitur. Idem invenitur brevius hoc pacto: constat, logarithmum hyperbolicum quantitatis $1-\frac{b}{a}+\frac{b^2}{2a^2}-\frac{b^3}{6a^3}+\frac{b^4}{24a^4}-\&c.$ esse $-\frac{b}{a}$, & logarithum tabularem, seu Briggianum æquari hyperbolico diviso per $2,302585$; hinc prodibit log. $\left(1-\frac{b}{a}+\frac{b^2}{2a^2}-\&c.\right)=-\frac{b}{2,302585a}=-\frac{1}{11,512925}=-0,08685$; atque ideo $x=33\frac{1}{2}$ diebus.

IV. Ponatur præterea cum Keillio totum corpus libras 160. ponderare, & quæratur quantum veteris corporis exacto demum anno relinquatur, si quotidianus partium fluidarum solidarumque interitus quatuor librarum assumatur. Ex superiori formula deducitur illico log. $\omega=x$ log. $\left(1-\frac{b}{a}+\frac{b^2}{2a^2}-\&c.\right)$ $+$ log. a, & capto $x=365$ diebus, $a=160$ libr., $b=4$ libr. oritur log. $\omega=-\frac{365b}{2,302585a}+2,20412=-3,9629373+2,20412=-1,7588173$, proindeque $\omega=0.01742$ libr., quod iterum differt a Keilliano,

Scho-

SCHOLION I.

V. Mira prorsus est hujus Problematis cognatio & affinitas cum Problemate *anticipationis*, seu pecuniæ in antecessum numeratæ: quæritur ibi quantum datæ summæ vel sortis a post annum elapsum relinquatur, si assumpto annuo ipsius foenore b detrahatur a sorte singulis momentis pars foenoris proportionalis; seu quod idem est, quantum Creditori debeatur, si numerata in antecessum pecunia ipse consentiat in compensationem singulis momentis faciendam partis proportionalis annuæ usuræ b. Enim vero dispertito anno in infinitum momentorum numerum n, palam est, fore $\frac{b}{n}$ foenus primo momento respondens, & $a - \frac{b}{n}$ esse sortem elapso primo momento residuam. Porro si sors a primo momento foenus dat $\frac{b}{n}$, sors $a - \frac{b}{n}$ secundo momento foenus præbebit $\frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)\frac{b}{n}}{a}$, quod a sorte $a - \frac{b}{n}$ subtractum relinquit $a - \frac{b}{n} - \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)\frac{b}{n}}{a} = \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2}{a}$ = sorti elapso secundo momento residuæ. Instituta rursus analogia $a : \frac{b}{n} :: \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2}{a} : \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2 \frac{b}{n}}{a^2}$, quartus proportionalis $\frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2 \frac{b}{n}}{a^2}$ usuram exprimit tertio momento caducam, & $\frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2}{a} - \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^2 \frac{b}{n}}{a^2} = \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^3}{a^2}$ sortem repræsentat exacto tertio momento n, seu anno integro, invenietur sors reliqua $= \frac{\left(a - \frac{b}{n}\right)^n}{a^{n-1}}$. Evoluta hac quantitate invenitur $a - b + \frac{b^2}{2a} -$

$-\frac{b^3}{6a^2}+\frac{b^4}{24a^3}-\frac{b^5}{120a^4}+$ &c. habita scilicet ratione valoris infiniti n, præ quo in factore quolibet $n-1$, $n-2$, $n-3$, &c. evanescunt numeri -1, -2, -3 &c. Est autem hæc formula plane eadem, quam supra pro sanguinis renovatione deteximus, & formulæ valor nihil aliud est nisi factum ex quantitate a in numerum, cujus logarithmus hyperbolicus est $-\frac{b}{a}$.

VI. Haud dissimili ratiocinatione ostendi potest decantatum Problema, a *Jac.* Bernoullio in Actis Lipsiensibus propositum, & suppressa demonstratione solutum. Problema Bernoullianis verbis expressum tale est. *Quæritur si creditor aliquis pecuniam foenori exponat ea lege, ut singulis momentis pars proportionalis usuræ annuæ sorti annumeretur, quantum ipsi finito anno debeatur.* Ait Bernoullius pecuniam elapso anno creditori debitam æquari facto ex data sorte in numerum, cujus logarithmus hyperbolicus est ratio foenoris ad sortem.

VII. Ad hoc demonstrandum dicatur a sors, b usura annua, n numerus momentorum infinitus in anno: erit $\frac{b}{n}$ usura primi momenti, & $a+\frac{b}{n}$ sors in fine illius momenti. Dic jam, si sors a momento primo foenus parit $\frac{b}{n}$, sors $a+\frac{b}{n}$ gignet momento secundo usuram $\frac{\left(a+\frac{b}{n}\right)\frac{b}{n}}{a}$, quæ præcedenti sorti $a+\frac{b}{n}$ annumerata sortem dat in fine secundi momenti $\frac{\left(a+\frac{b}{n}\right)^2}{a}$. Tertio momento, propter analogiam $a:\frac{b}{n}::\frac{\left(a+\frac{b}{n}\right)^2}{a}:\frac{\left(a+\frac{b}{n}\right)^2\frac{b}{n}}{a^2}$, habetur foenus respondens $\frac{\left(a+\frac{b}{n}\right)^2\frac{b}{n}}{a^2}$, quod rursus sorti præcedenti adjunctum eandem reddit $=\frac{\left(a+\frac{b}{n}\right)^3}{a^2}$. Atque ita in-

ve-

venitur fors in fine quarti momenti $= \frac{\left(a+\frac{b}{n}\right)^4}{a^3}$, ac tandem momento n, feu anni fine $\frac{\left(a+\frac{b}{n}\right)^n}{a^{n-1}}$, nimirum $a+b+\frac{b^2}{2a}+\frac{b^3}{2.3a^2}+\frac{b^4}{2.3.4a^3}+\frac{b^5}{2.3.4.5a^4}+\frac{b^6}{2.3.4.5.6a^5}+$ &c., five $a\left(1+\frac{b}{a}+\frac{b^2}{2a^2}+\frac{b^3}{2.3a^3}+\frac{b^4}{2.3.4a^4}+\text{\&c.}\right)$. Jam vero ex hyperbolæ quadratura perfpectum eft, quantitatem $1+\frac{b}{a}+\frac{b^2}{2a^2}+\frac{b^3}{2.3a^3}+$ &c. nihil aliud effe nifi numerum, cujus logarithmus hyperbolicus eft $\frac{b}{a}$. Igitur pecunia finito anno creditori debita æquatur facto ex priftina forte a in numerum, cujus logarithmus hyperbolicus eft ratio fœnoris ad fortem.

SCHOLION II.

VIII In Bernoulliano Problemate fumitur $\frac{b}{n}$ pro primi momenti fœnore propterea quod ex Problematis præfcripto *pars tempori proportionalis ufuræ annuæ* accipienda eft: at fi in Problematibus ad compofitum fœnus, feu anatocifmum fpectantibus capienda effet momentanea fortis ufura primo inftanti refpondens, ea inveniretur $= \frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$; notum quippe eft, in Problematis hujufmodi fortem poft datum quodlibet tempus t auctam exprimi femper per formulam $\frac{(a+b)^t}{a^{t-1}}$, ac proinde fortem, primo elapfo momento $\frac{1}{n}$, evafuram $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}}$, ideoque inftantaneam primi momenti ufuram fore $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$. Explicata in feriem quantitate $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}}$ oritur infinitinomium $a+\frac{1}{n}b+\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\frac{b^2}{2a}+\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)\frac{b^3}{2.3a^2}+\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)\left(\frac{1}{n}-3\right)\frac{b^4}{2.3.4a^3}+\frac{1}{n}\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(\frac{1}{n}-2\right)\left(\frac{1}{n}-3\right)\left(\frac{1}{n}-4\right)\frac{b^5}{2.3.4.5a^4}+$ &c. Porro in hoc infinitinomio factores $\frac{1}{n}-1$, $\frac{1}{n}-2$, $\frac{1}{n}-3$, &c. ob eva

evanescentem ipsius $\frac{1}{n}$ valorem, degenerant in -1, -2, -3, $-$ &c. Igitur infinitinomium abit in $a + \frac{b}{n} - \frac{b^2}{2na} + \frac{b^3}{3na^2} - \frac{b^4}{4na^3} + \frac{b^5}{5na^4} - \&c. = a + \frac{1}{n}\left(b - \frac{b^2}{2a} + \frac{b^3}{3a^2} - \frac{b^4}{4a^3} + \frac{b^5}{5a^4} - \&c.\right)$. Hinc consequens est, instantaneum foenus $\frac{(a-b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$ nanscisci formam $\frac{1}{n}\left(b - \frac{b^2}{2a} + \frac{b^3}{3a^2} - \frac{b^4}{4a^3} + \frac{b^5}{5a^4} - \frac{b^6}{6a^5} + \&c.\right)$, sive etiam $\frac{1}{n}\, a\left(\frac{b}{a} - \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} - \frac{b^4}{4a^4} + \frac{b^5}{5a^5} - \&c.\right)$. Est autem ex logarithmorum doctrina exploratum, quantitatem $\frac{b}{a} - \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} - \frac{b^4}{4a^4} + \&c.$ esse logarithmum hyperbolicum numeri $1 + \frac{b}{a}$. Igitur accepto hic symbolo log. ad logarithmum non Briggianum, sed hyperbolicum designandum reperitur usura primo instanti respondens $= \frac{1}{n}\, a \log.\left(1 + \frac{b}{a}\right)$, vel $= adt \log.\left(1 + \frac{b}{a}\right)$, si loco $\frac{1}{n}$ substituatur temporis t differentiale.

IX. Si quis integrata expressione differentiali $a\,d\,t$ log. $\left(1 + \frac{b}{a}\right)$, inventoque integrali $at \log.\left(1 + \frac{b}{a}\right)$, contenderet integrale istud æquari usuræ, quæ respondet tempori indeterminato t, in fallaciam impingeret quo magis subtilem & latentem, eo sollertius cavendam. Et sane integrale quantitatis $a\,d\,t$ log. $\left(1 + \frac{b}{a}\right)$ nihil aliud potest exprimere nisi summam omnium $adt \log.\left(1 + \frac{b}{a}\right)$ in hypothesi, quod singulis momentis foenus instantaneum sit semper idem, nempe $adt \log.\left(1 + \frac{b}{a}\right)$, vel huic æquale $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$; in qua certe hypothesi usura tempore indeterminato t parta evadit $at \log.\left(1 + \frac{b}{a}\right)$ & posito

$t =$

$t = 1$ anno, fit illa $= a \log. \left(1 + \frac{b}{a}\right)$, quod etiam invenitur ducto foenore instantaneo constanti $\left(\frac{a + b}{a^{\frac{1}{n}} - 1}\right)^{\frac{1}{n}} - a$ in momentorum numerum n in anno contentorum, unde habetur $n \left(\frac{a + b}{a^{\frac{1}{n}} - 1}\right)^{\frac{1}{n}} - na$, hoc est $na \left(1 + \frac{b}{na} + \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n} - 1\right)\frac{b^2}{2a^2} + \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n} - 1\right)\left(\frac{1}{n} - 2\right)\frac{b^3}{2 . 3a^3} + \frac{1}{n}\left(\frac{1}{n} - 1\right)\left(\frac{1}{n} - 2\right)\left(\frac{1}{n} - 3\right)\frac{b^4}{2 . 3 . 4 . a^4} + \text{\&c.}\right) - na$, seu denique $a\left(\frac{b}{a} - \frac{b^2}{2a^2} + \frac{b^3}{3a^3} - \frac{b^4}{4a^4} + \frac{b^5}{5a^5} - \text{\&c.}\right)$, nimirum $a \log. \left(1 + \frac{b}{a}\right)$. Verum hypothesis, quod instantaneum foenus in quæstionibus ad anatocismum spectantibus constans & immutabilis sit singulis quibusque momentis, falsa est & absurda; quandoquidem singulis momentis, foenus instantaneum variat, ac primo dumtaxat instanti formam accipit $adt \log. \left(1 + \frac{b}{a}\right)$ cæteris autem omnibus aliam semper atque aliam. Propterea quantitas $adt \log. \left(1 + \frac{b}{a}\right)$ haud quaquam spectari potest veluti elementum foenoris una cum tempore t fluentis, neque proinde ejus integrale haberi potest pro foenore, quod indeterminato tempore t producatur.

X. Verum ac proprie dictum usuræ una cum tempore t fluentis elementum invenitur hoc pacto: Exploratum est, sortem a tempore t evadere $a\left(1 + \frac{b}{a}\right)^t$, & tempore $t + dt$, seu momento subsequenti fieri $a\left(1 + \frac{b}{a}\right)^{t + dt}$; igitur differentia inter sortes duas infinite propinquas, nimirum $a\left(1 + \frac{b}{a}\right)^{t + dt} - a\left(1 + \frac{b}{a}\right)^t$ ræpresentabit instantaneum foenus partum tempusculo infinitesimo dt post tempus quodvis indeterminatum t, quod equidem constituit verum ac proprie dictum foenoris elementum. Idemque reperitur ope hujus analogiæ, quemadmodum se habet

 sors

sors a ad foenus suum instantaneum momenti primi $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{dt}$ $-a$, ita se habet sors $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}$ post tempus indeterminatum t ad foenus suum instantaneum $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t+dt}-a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}$.

XI. Nunc autem suscepta integratione elementi $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t+dt}-a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}$ invenietur accurate foenus tempore quolibet indeterminato t productum. Etenim quantitas $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t+dt}-a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}$, seu $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}\left(1+\frac{b}{a}\right)^{dt}-a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}$, explicato binomio $\left(1+\frac{b}{a}\right)^{dt}$ deprehenditur $=$ $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}\left(1+\frac{bdt}{a}+dt\,(dt-1)\,\frac{b^2}{2a^2}+dt\,(dt-1)\,(dt-2)\,\frac{b^3}{2.3a^3}+dt\,(dt-1)\,(dt-2)\,(dt-3)\,\frac{b^4}{2.3.4a^4}+\&c.\right)$ $-a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}$. Porro in hac expressione factores $dt-1$, $dt-2$, $dt-3$, &c evanescente dt mutantur in -1, -2, -3, &c. & proinde ipsa expressio degenerat in $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}\left(1+\frac{dt}{a}-\frac{b^2dt}{2a^2}+\frac{b^3dt}{3a^3}-\frac{b^4dt}{4a^4}+\frac{b^5dt}{5a^5}-\&c.\right)-a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}$, hoc est in $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}dt\left(\frac{b}{a}-\frac{b^2}{2a^2}+\frac{b^3}{3a^3}-\frac{b^4}{4a^4}+\frac{b^5}{5a^5}-\frac{b^6}{6a^6}+\&c.\right)$ seu tandem in $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}dt\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)$. Constat autem ex quantitatum exponentialium integratione, esse $\int a\left(1+\frac{b}{a}\right)dt\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)=a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}+$ Const.; & quum foenus temporis initio, seu evanescente t, nullum sit, fiet Const. $=-a$; proindeque integrale completum $=a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t}-a$, quod usuram præbet tempori cuilibet indeterminato respondentem, & (posito $t=1$ anno) usuram dat b: quemadmodum oportet.

XII.

XII. Cæterum quod perſpicue demonſtrat, a formula $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$ rite repræſentari inſtantaneum foenus primo momento caducum, eſt ſequens ratiocinatio, cujus ope ab ipſo primi momenti foenore aſcendere licet gradatim uſque ad foenus annuum b. Sane ſi ſors a primo momento gignit uſuram $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$, ſors $a + \frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$, ſeu $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}}$ pariet ſecundo momento uſuram $\frac{(a+b)^{\frac{2}{n}}}{a^{\frac{2}{n}-1}} - \frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}}$, quæ addita uſuræ primi momenti oritur $\frac{(a+b)^{\frac{2}{n}}}{a^{\frac{2}{n}-1}} - a$ pro uſura duobus primis momentis producta. Rurſus ſi ſors a momento primo gignit foenus $\frac{(a+b)^{\frac{1}{n}}}{a^{\frac{1}{n}-1}} - a$, ſors $\frac{(a+b)^{\frac{2}{n}}}{a^{\frac{2}{n}-1}}$ gignet momento tertio uſuram $\frac{(a+b)^{\frac{3}{n}}}{a^{\frac{3}{n}-1}} - \frac{(a+b)^{\frac{2}{n}}}{a^{\frac{2}{n}-1}}$; hacque addita uſuræ præcedentium momentorum, prodit uſura trium priorum momentorum $\frac{(a+b)^{\frac{3}{n}}}{a^{\frac{3}{n}-1}} - a$. Atque ita invenitur quatuor priorum momentorum uſura $= \frac{(a+b)^{\frac{4}{n}}}{a^{\frac{4}{n}-1}} - a$, ac denique momentorum omnium n annum integrum conſtituentium uſura $= \frac{(a+b)^{\frac{n}{n}}}{a^{\frac{n}{n}-1}} - a = a+b-a = b$, qualem eſſe oportet.

XIII. Neque aliter ex formula altera æquipolenti $\frac{1}{n} a \log. \left(1+\frac{b}{a}\right)$ rite tractata reperitur. Et revera ſi a ſorte a provenit primo inſtanti uſura $\frac{1}{n} a \log. \left(1+\frac{b}{a}\right)$, a ſorte $a + \frac{1}{n} a \log. \left(1+\frac{b}{a}\right)$ proveniet ſecundo inſtanti foenus $\frac{1}{n} a \log. \left(1+\frac{b}{a}\right)$

$+\frac{1}{n^2}a\left(\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^2$, quod si addatur foenori primi instantis oritur foenus duorum instantium primorum $\frac{2}{n}a\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)+\frac{1}{n^2}a\left(\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^2=a\left(1+\frac{1}{n}\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^2-a$. Rursus si sors a progignit primo instanti usuram $\frac{1}{n}a\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)$, sors $a\left(1+\frac{1}{n}\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)$ duobus primis instantibus cumulata generat tertio instanti usuram $a\left(1+\frac{1}{n}\log\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^2 \times \frac{1}{n}\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)$. Hac collecta in unam summam cum usura duorum instantium præcedentium, prodit usura trium priorum instantium $=a\left(1+\frac{1}{n}\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^3-a$. Eodemque modo invenitur usura quatuor priorum instantium $=a\left(1+\frac{1}{n}\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^4-a$, ac demùm usura instantibus omnibus n progenita $=a\left(1+\frac{1}{n}\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^n-a$. Explicata porro in seriem potestate $\left(1+\frac{1}{n}\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^n$, & in termini cujusvis coefficienti contemptis numeris præ infinito n evanescentibus, oritur ipsa potestas $=1+\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)+\frac{1}{2}\left(\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^2+\frac{1}{2.3}\left(\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^3+\frac{1}{2.3.4}\left(\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^4+$ &c., quæ expressio ex logarithmorum hyperbolicorum doctrina æquatur numero cujus hyperbolicus logarithmus est ipse secundus seriei terminus $\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)$; proindeque fit series ipsa $=1+\frac{b}{a}$. Quare usura primo anno parta $a\left(1+\frac{1}{n}\log.\left(1+\frac{b}{a}\right)\right)^n-a$ invenitur $=a\left(1+\frac{b}{a}\right)-a=b$, sicuti expectabatur.

XIV. Haud inutile erit animadvertere, differentiale foenoris tempore quovis cumulati idem penitus esse, ac differentia-

tiale fortis eidem tempori refpondentis. Nam fors poft datum quodlibet tempus t fit, uti palam eft $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^t$, & poft tempus proxime fequens $t+dt$ + ea evadit $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t+dt}$: quamobrem ejus differentiale erit differentia fortis ipfius in duobus ftatibus infinite proximis confideratæ, hoc eft fiet ejus differentiale $= a\left(1+\frac{b}{a}\right)^{t+dt} - a\left(1+\frac{b}{a}\right)^t = a\left(1+\frac{b}{a}\right)^t$ $dt \log.\left(1+\frac{b}{a}\right)$, quemadmodum foenoris. Neque id mirum videri debet, quum expreffio fortis $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^t$ non difcrepet ab expreffione foenoris $a\left(1+\frac{b}{a}\right)^t - a$ nifi conftanti quantitate a, exploratumque alias fit binarum variabilium conftanti quantitate inter fe differentium eamdem effe fluxionem, feu idem elementum aut differentiale.

Ejusdem Schediasma II.

De Axibus Æquilibrii.

I. NOtum eft, vocari a Mechanicis *Axem Æquilibrii* figuræ cujuslibet planæ rectam illam, quæ per centrum gravitatis figuræ ipfius trajicitur, & *Planum Æquilibrii* figuræ folidæ cujufcumque nuncupari illud, quod per gravitatis centrum ipfius folidi tranfit: quæ fane denominatio petita eft ab æquilibrio, quod tuentur, & fervant partes omnes figurarum planarum folidarumque circa illos Æquilibrii Axes aut Plana. Nimirum ea eft Axis, vel Plani Æquilibrii proprietas, ut figuram dividat in fegmenta bina, quæ æqualibus hinc inde librantur momentis. Atque hæc momentorum æqualitas evidentiffima eft, ac nulla peculiari indiget demonftratione, quotiefcumque Axis, aut Planum Æquilibrii eam obtinet pofitionem, ut fingula figuræ elementa bifariam fecentur, fed non æque evidens ac perfpicua eft quoties ifta conditio in Axe Æquilibrii defideratur. Ut igitur (quod Mechanici paffim filentio prætereunt) id ipfum oftendatur in illis etiam cafibus, in quibus Axis, aut Planum Æquilibrii fingula figuræ elementa non fecat bifariam, duo feligam exempla, alterum trianguli, alterum coni, in quorum primo Axis, in pofitre-

stremo Planum Æquilibrii positionem habent basi parallelam, adeoque diversam a positione requisita, ostendamque in hac quoque Axis positione bina trianguli, & coni segmenta æqualibus momentis circa ipsum axem librari.

II. Sit itaque primo triangulum quodvis BAC, Tab IV. fig. 1. & per ejus gravitatis centrum E agatur recta MN basi BC parallela; ajo, bina trianguli segmenta MAN, BMNC momentis æqualibus circa æquilibrii Axem MN librari.

Ducantur enim in triangulo MAN rectæ FG, fg, & in trapezio BMNC recte PQ, pq infinite propinquæ, & axi MN parallelæ, agaturque in ipsas a trianguli vertice perpendiculum Ai; tum dic MN$=a$, AH$=b$, FG$=y$, & erit AT $=\frac{by}{a}$, T$t=\frac{bdy}{a}$, & trianguli AMN elementum FG$gf=\frac{bydy}{a}$. Hoc autem ducto in distantiam TH ab axe MN oritur illius momentum respectu ipsius Axis, hoc est $\frac{bydy}{a}$ ($b-\frac{by}{a}$), cujus integrale $\frac{b^2y^2}{2a}-\frac{b^2y^3}{3a^2}$ præbet momentum trianguli FAG respectu Axis MN. Si in hac porro expressione fiat $y=a$, prodibit $\frac{1}{2}b^2a-\frac{1}{3}b^2a=\frac{1}{6}b^2a$, quod exhibet momentum totius trianguli MAN respectu Axis MN. Id ipsum consequuti essemus ducta trianguli MAN area $\frac{1}{2}ab$ in distantiam sui centri gravitatis a latere MN, sive in $\frac{1}{3}b$.

Sit modo in trapezio BMNC recta PQ$=z$, & invenietur AI $=\frac{bz}{a}$, I$i=\frac{bdz}{a}$, elementum trapezii PQ$qp=\frac{bzdz}{a}$, cujus productum in distantiam IH, sive in $\frac{bz}{a}-b$ præbet $\frac{b^2z^2dz}{a^2}-\frac{b^2zdz}{a}=$ momento ejus elementi respectu Axis MN. Summa momentorum hujusmodi, hoc est integrale illius expressionis invenitur $=\frac{b^2z^3}{3a^2}-\frac{b^2z^2}{2a}+$ const. $=$ momento trapezii MPQN, & quoniam evanescente trapezio, seu facta $z=a$, evanescit ejus momentum, idcirco oritur const. $=\frac{1}{2}b^2a-\frac{1}{3}b^2a=\frac{1}{6}b^2a$, & ipsius trapezii momentum $=\frac{b^2z^3}{3a^2}-\frac{b^2z^2}{2a}+\frac{1}{6}b^2a$. Abeunte vero PQ in BC, sive z in $\frac{3}{2}a$; inve-

venitur totius trapezii MNCB momentum $= \frac{2}{8} b^2 a - \frac{2}{8} b^2 a + \frac{1}{6} b^2 a = \frac{1}{6} b^2 a$. Igitur trianguli MAN, & trapezii BMNC momenta refpectu Axis MN inter fe æquantur. Q. E. D.

III. Sit fecundo Conus BAC, & per centrum gravitatis E trajiciatur planum MN bafi BC parallelum: dico, momentum coni MAN refpectu plani MN æquale effe momento frufti conici BMNC refpectu plani ejufdem.

Ductis planis hinc FG, fg, inde PQ, pq infinite proximis & bafi parallelis, & Ai in eadem plana perpendiculari, fiat circuli MN diameter $= a$, circuli FG diameter $= y$ perpendiculum AH $= b$, fitque $1 : \pi$ ratio diametri ad circuli peripheriam. Erit jam AT $= \frac{by}{a}$, T$t = \frac{bdy}{a}$, circulus FG $= \frac{1}{4} \pi y^2$, coni MAN elementum FG $gf = \frac{\pi b y^2 dy}{4a}$, quod ductum in TH five $b - \frac{by}{a}$ dat ipfius momentum refpectu plani MN, nimirum $\frac{\pi b^2 y^2 dy}{4a} - \frac{\pi b^2 y^3 dy}{4a^2}$; & omnium hujufmodi momentorum fumma, hoc eft $\int \frac{\pi b^2 y^2 dy}{4a} - \int \frac{\pi b^2 y^3 dy}{4a^2} = \frac{\pi b^2 y^3}{12a} - \frac{\pi b^2 y^4}{16a^2}$ præbet momentum coni FAG refpectu plani MN. Abeunte autem FG in MN, feu y in a, oritur $\frac{1}{12} \pi b^2 a^2 - \frac{1}{16} \pi b^2 a^2 = \frac{1}{48} \pi b^2 a^2 =$ momento totius coni MAN refpectu Plani MN. Idem invenitur ducta coni MAN foliditate $\frac{1}{12} \pi b a^2$ in diftantiam fui centri gravitatis a bafi MN hoc eft in $\frac{1}{4} b$.

Rurfus in cono truncato BMNC circuli PQ diameter vocetur z, eritque AI $= \frac{bz}{a}$, I$i = \frac{bdz}{a}$, HI $= \frac{bz}{a} - b$, circulus PQ $= \frac{1}{4} \pi z$, elementum coni truncati PQ$qp = \frac{\pi b z^2 dz}{4a}$, hujus momentum refpectu Plani NN $= \frac{\pi b z^2 dz}{4a} \left(\frac{zb}{a} - b \right)$. Accepta fumma omnium momentorum hujufmodi $\int \frac{\pi b z^2 dz}{4a} \left(\frac{bz}{a} - b \right)$

de-

detegitur $\frac{\pi b^2 z^4}{16a^2} - \frac{\pi b^2 z^3}{12a}$ + Conſt. = momento coni truncati PMNQ: quum autem una cum cono truncato PMNQ evaneſcat ejus momentum, abeunte nimirum z in a, fit ideo Conſt. $= \frac{1}{12} \pi b^2 a^2 - \frac{1}{16} \pi b^2 a^2 = \frac{1}{48} \pi b^2 a^2$; ac proinde fruſti ipſius conici momentum evadit $\frac{\pi b^2 z^4}{16a^2} - \frac{\pi b^2 z^3}{12a} + \frac{1}{48} \pi b^2 a^2$. Facta porro $z = \frac{2}{3} a$, ſeu abeunte PQ in BC (eſt enim, ex proprietate centri gravitatis, baſeos BC diameter $= \frac{2}{3} a$), oritur totius fruſti conici BMNC momentum $= \frac{16}{81} \pi b^2 a^2 - \frac{16}{81} \pi b^2 a^2 + \frac{1}{48} \pi b^2 a^2 = \frac{1}{48} \pi b^2 a^2$. Igitur conus MAN, & fruſtum conicum BMNC momentis æqualibus circa planum MN librantur. Q. E. D.

IV. Hinc luculenter patet, quam abſurda, & præpoſtera ſit centri gravitatis definitio, quæ in Mechanicis Inſtitutionibus a nonnemine proponitur, eſſe nimirum in figura qualibet gravitatis centrum punctum illud, per quod traductum utcumque planum figuram dividit in partes duas æqualiter ponderantes, & conſequenter in partes binas æquales, ſi figura ex materia conſtet homogenea; cui porro definitioni multorum theorematum inædificantur demonſtrationes, prorſus mendoſæ & fallaces. Id palam fit in triangulo BAC, ubi Axis æquilibrii MN triangulum ſecat in partes binas MAN, BMNC æqualibus hinc inde libratas momentis, ſed minime æqualibus ponderibus: eſt enim triangulum MAN ad triangulum BAC, uti quadratum MN ad quadratum BC, ſive ex proprietate centri gravitatis uti 4 : 9; proinde dividendo, triangulum MAN ſe habet ad trapezium BMNC uti 4 : 5. Igitur triangulum, & trapezium inæqualia ſunt, & inæqualiter ponderantia.

V. Idem in cono quoque perſpicuum fit: nam ob conorum MAN, BAC ſimilitudinem, primus ſe habet ad ſecundum, uti cubus diametri baſeos MN ad cubum diametri baſeos BC, ſive (ex nota proprietate centri gravitatis in cono) uti cubus numeri ternarii ad cubum quaternarii, hoc eſt uti 27 : 64; itaque dividendo, erit conus MAN ad fruſtum conicum BMNC uti eſt 27 : 37. Ex quo patet, conum ipſum MAN, & fruſtum conicum BMNC æqualibus quidem hinc inde urgeri momentis, & circa planum MN æquilibrari, ſed inæqualibus maſſis, & ponderibus donari.

VI. Nemo non videt, hac eadem methodo demonſtrari poſſe momentorum æqualitatem circa Axes æquilibrii in figuris quibuslibet, quæcumque fuerit Axium poſitio.

Ejus-

Ejusdem Schediasma III.

Problemata de Curvis a centro gravitatis descriptis.

Problema I.

SI a dato circulo SEG, Tab.IV. fig.2., demantur per vices & ex eadem parte sectores minimi BCD, DCE, &c. centrum gravitatis areæ deinceps residuæ iter conficiet curvilineum CIFO, cujus initium est circuli centrum, finis punctum O in semidiametro minimi sectoris ultimo superstiti, cujus puncti distantia a circuli centro trientes duos semidiametri exæquat. Quæritur curvæ CIFO natura.

Solutio.

REferatur curva ad centrum circuli C tamquam ad focum, dicaturque y ordinata, seu radius vector CF, x circuli arcus BG ab hac ordinata CF, & a postrema CO productis interceptus, & dati circuli, radius accipiatur unitati æqualis: Ajo, naturam curvæ per hanc æquationem elegantissimam repræsentari.

$$y = \frac{2\ \text{sin.}\ x}{3x}$$

Problema II.

SI a dati circuli peripheria FMI, Tab.IV. fig.3., auferantur ordinatim & ex eadem parte arcus minimi FG, GI. &c. centrum gravitatis peripheriæ deinceps residuæ viam percurret curvilineam CARF, incipientem a centro circuli, & in extremum semidiametri desinentem. Petitur hujus semitæ indoles.

Solutio.

ACcipe, ut antea, circuli centrum C pro semitæ curvilineæ foco, & dic ordinatam CR y, abscissam, seu circularem arcum FE x, circuli radium 1. Æquationem curvæ simplicissimam hanc habebis.

$$y = \frac{\text{sin.}\ x}{x}$$

Pro-

Problema III.

Si a dato circulo QAP, Tab. IV. fig. 4., per cordas LN, LO, LP &c. abscindantur singillatim, & ex eadem semper parte segmenta minima LNM, LON, LPO &c., ita ut gravitatis centrum segmentorum circuli deinceps superstitum recedendo a centro C per curvam incedat CUFL, quousque ad semidiametri extremum L pertingat; quæritur in hac hypothesi ejusdem curvæ CAF æquatio.

Solutio.

Servatis præcedentibus denominationibus radii vectoris CF $= y$, arcus circularis LA $= x$, & semidiametri $= 1$, invenitur quæsita curvæ ad focum C relatæ æquatio, quæ sequitur.

$$y = \frac{2 \,\text{fin.}^3 x}{3x - 3 \,\text{fin.}\, x \,\text{cof.}\, x}$$

Problema IV.

Si sphæra QPA, Tab. IV. fig. 5., genita ex conversione circuli QPA circa diametrum planis secetur LN, LO, LP &c. abscindentibus per vices, & ex eadem parte segmenta minima LNM, LON, LPO, &c. quæritur via CUFL, quam tenet centrum gravitatis segmentorum spæræ deinceps residuorum, dum a Sphæræ centro C ad superficiem usque in L progreditur.

Solutio.

Posito rursus radio vectore CF $= y$, circuli maximi arcu LA $= x$, sphæræ semidiametro $= 1$, curvæ æquatio umbilicalis ita reperitur.

$$y = \frac{6 \,\text{cof.}^2 x - 3 \,\text{cof.}^4 x - 3}{12 \,\text{cof.}\, x - 4 \,\text{cof.}^3 x - 8}$$

Scho-

SCHOLION GENERALE.

I. Æquatio primi problematis $y = \frac{2\,\text{sin.}^3 x}{3x}$ evanescente arcu x mutatur in $\frac{0}{0}$: attamen tunc y est $= \frac{2}{3}$, ut constat. Sed sumpto arcu infinitesimo dx invenitur revera $y = \frac{2\,\text{sin.}dx}{3\,dx}$ $= \frac{2\,dx}{3\,dx} = \frac{2}{3}$, quum perspectum alias sit, sinum arcus infinitesimi dx non differre ab ipso arcu dx.

II. Pariter secundi problematis æquatio $y = \frac{\text{sin.}\,x}{x}$, quæ transformatur in $\frac{0}{0}$ posito $x = 0$, per eandem substitutionem evadit $y = \frac{\text{sin}\,dx}{dx} = \frac{dx}{dx} = 1$, qualem esse oportet.

III. Ad æquationem quod attinet problematis tertii, sumpto ibi, uti prius, arcu infinitesimo dx, reperitur $y = \frac{2\,\text{sin}^3\,dx}{3\,dx - 3\,\text{sin.}\,dx}$ (existente scilicet cos. $dx = 1$), vel $y = \frac{2\,dx^3}{3dx - 3dx}$ $= \frac{2\,dx^2}{0}$, quæ sane expressio suspecta, & deceptrix neutiquam præbet $y = 1$ quemadmodum opus esset. Scrupulus evellitur, si consideres æquationis numeratorem quantitatem esse infinitesimam ordinis tertii, & in fractionis denominatore arcum minimum x differre a sinu suo quantitate pariter infinitesima tertii ordinis: quare necesse erit ad functionum circularium series confugere, ut nodus solvatur. Notum est, haberi

$$\text{sin.}\,dx = dx - \frac{dx^3}{2\cdot 3} + \frac{dx^5}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} - \&c.$$

$$\text{cos.}\,dx = 1 - \frac{dx^2}{2} + \frac{dx^4}{2\,3\cdot 4} - \&c.$$

Neglectis igitur differentialibus ultra ordinem tertium, fiet $\text{sin.}^3\,dx = dx^3$ & sin. dx cos. $dx = dx - \frac{2}{3}\,dx^3$. Quapropter æquatio $y = \frac{2\,\text{sin.}^3\,dx}{3\,dx - 3\,\text{sin.}\,dx\,\text{cos.}\,dx}$ convertitur in $y = \frac{2\,dx^3}{3\,dx - 3\,dx + 2\,dx^3} = \frac{2\,dx^3}{2\,dx^3} = 1$, uti oportet.

IV. Quarta denique æquatio $y = \frac{6\,\text{cos}^2 x - 3\,\text{cos}^4 x - 3}{12\,\text{cos}\,x - 4\,\text{cos.}^3 x - 8}$, quæ, sive pro x assumatur dx, sive nihilum, abit in $\frac{0}{0}$, generali legi pariter subjicitur hoc pacto: Constat esse

$$\text{cos.}\,dx = 1 - \tfrac{1}{2}\,dx^2 + \tfrac{1}{24}\,dx^4 - \&c.$$

 Ita-

Itaque contemptis differentialibus ultra quartum gradum, fiet

$$6 \cos.^2 dx = 6 - 6\,dx^2 + 2\,dx^4$$
$$-3 \cos.^4 dx = -3 + 6\,dx^2 - 5\,dx^4$$
$$-3 = -3$$

Quare æquationis numerator evadit $-3\,dx^4$. Rursus

$$12 \cos.\ dx = 12 - 6dx^2 + \tfrac{1}{2}\,dx^4$$
$$-4 \cos.^3 dx = -4 + 6dx^2 - \tfrac{7}{2}\,dx^4$$
$$-8 = -8$$

Ergo etiam æquationis denominator reperitur $-3dx^4$. proinde evanescente arcu x oritur $y = \frac{-3dx^4}{-3dx^4} = 1$, uti res postulat.

Ejusdem Schediasma IV.

De singularibus nonnullis Centri gravitatis affectionibus in Spatio Hyperbolico-asymptotico.

I. Centri gravitatis investigatio in spatio Hyperbolico-asymptotico quædam exhibet mira prorsus ac singularia, quæ dum ingenium acuunt & exercent, imaginandi vim simul magnopere oblectant. Ea breviter attingam, plura huc spectantia vel affinia alio tempore daturus.

II. Inveniendum sit primo centrum gravitatis spatii Hyperbolico-asymptotici indeterminati BAmn, Tab.IV. fig.6., a binis ordinatis BA, mn intercepti. Ducta ordinata NM alteri nm infinite proxima, constat ex statica, distantiam centri gravitatis a recta BA inveniri, si quodlibet spatii elementum NM mn multiplicetur per distantiam suam ab ipsa recta BA, hoc est per normalem ND in eandem BA, & omnium hujusmodi productorum summa dividatur per summam elementorum. Esto itaque EB $= b$, BA $= a$, BN $= x$, NM $= y$, angulus E $= \varphi$. Hyperbolæ proprietas æquationem præbet $ab = y\,(b+x)$; elementum vero NM mn invenitur $= ydx$ fin. $\varphi = \frac{abdx \text{ fin. } \varphi}{b+x}$, hocque ductum in distantiam ND a recta BA, sive in x fin. φ, prodit $= \frac{abxdx \text{ fin.}^2 \varphi}{b+x}$. Summa omnium istiusmodi productorum, seu $\int \frac{abxdx \text{ fin.}^2 \varphi}{b+x}$ reperitur $= abx$ fin.$^2\,\varphi - ab^2$ fin.$^2\,\varphi$ log. $(b+x)$ + const.; quæ quidem

dem summa quum evanescat una cum x, oritur const. $= ab^2$ sin.$^2 \varphi$ log. b, ac proinde $\int \frac{abxdx \text{ sin.}^2 \varphi}{b+x} = abx$ sin.$^2 \varphi - ab^2$ sin.$^2 \varphi$ log. $\frac{b+x}{b}$. Est porro elementorum summa $\int ydx$ sin. $\varphi = \int \frac{abdx \text{ sin. } \varphi}{b+x} = ab$ sin. φ log. $(b+x)$ + const. $= ab$ sin. φ log. $\frac{b+x}{b}$. Si itaque summa prior dividatur per hanc, quotiens $\frac{x \text{ sin. } \varphi}{\log (b+x) - \log. b} - b$ sin. φ exprimit distantiam centri gravitatis ab ordinata BA.

III. Occurrit hic quædam antilogiæ species quando ponitur $x = o$, in qua sane hypothesi evanescente spazio AB *nm* debet etiam distantia ipsius centri gravitatis a recta BA evanescere: attamen istius distantiæ expressio $\frac{x \text{ sin. } \varphi}{\log. (b+x) - \log. b} - b$ sin φ abit tunc in $\frac{o}{o} - b$ sin. φ, quæ porro quantitas longe abesse videtur a nihilo.

IV. Ad arcendam antilogiam capio in fractione $\frac{x \text{ sin. } \varphi}{\log. (b+x) - \log. b}$ differentiale tum numeratoris, tum denominatoris, & fractio ipsa convertitur in $\frac{dx \text{ sin. } \varphi}{dx : (b+x)} = (b+x)$ sin. $\varphi = b$ sin. φ ubi fuerit $x = o$: quamobrem in hac hypothesi expressio $\frac{x \text{ sin. } \varphi}{\log (b+x) - \log. b} - b$ sin. φ mutatur in b sin. $\varphi - b$ sin. φ; hoc est in nihilum, quemadmodum rei natura postulat.

V. Eliminatur rursus antilogia, si pro x accipiatur non nihilum absolutum, seu o, sed infinitesima magnitudo dx: tunc enim expressio $\frac{x \text{ sin. } \varphi}{\log. (b+x) - \log. b} - b$ sin. φ evadit $\frac{dx \text{ sin. } \varphi}{\log (b+dx) - \log. b} - b$ sin. φ; cumque sit log. $(b+dx) = \log. b + \frac{dx}{b} - \frac{dx^2}{2b^2} + \frac{dx^3}{3b^3} - \frac{dx^4}{4b^4}$ + &c. $= \log. b + \frac{dx}{b}$, orietur eadem expressio $= \frac{dx \text{ sin. } \varphi}{\log. b + \frac{dx}{b} - \log b} - b$ sin. $\varphi = b$ sin. $\varphi - b$ sin. $\varphi = o$ uti oportet.

VI. Quæro nunc in spatio infinito ABST distantiam centri gravitatis a recta BA. Capio igitur x infinitam in formula

mula $\frac{x \text{ fin. } \varphi}{\log.(b+x) - \log b} - b$ fin. φ, quæ iccirco abit in $\frac{x \text{ fin. } \varphi}{\log. x}$. Porro fractio hæc numeratorem habet infinitum, infinitumque pariter denominatorem, fed hunc in immenfum minorem quam illum; conftat enim, logarithmum infiniti numeri $1 + 1 + 1 + 1 +$ &c. in inf. feriem præbere numerorum naturalium reciprocam $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} +$ &c. in inf., quarum quidem ferierum pofterior hæc harmonica infinita eft, uti alias liquet, fed fimul infinities minor eft quam feries parallela unitatum, ut feriei progreffum attendenti perfpicuum fit. Quum igitur fractionis $\frac{x \text{ fin. } \varphi}{\log. x}$ numerator infinitus fit, & denominator pariter infinitus, fed hic infinities minor quam ille, prodit iccirco fractionis valor infinitus. Quamobrem centrum gravitatis fpatii hyperbolico-afymptotici infiniti BATS intervallo diftat infinito ab ejus origine BA.

VII. Pergo porro, & inveftigo diftantiam centri gravitatis fpatii BAMN ab afymptoto ES. In elemento NM mn a puncto ejus medio F, hoc eft a centro gravitatis ipfius duco normalem FG in afymptotum ES, quæ normalis invenitur $= \frac{1}{2} y$ fin. $\varphi = \frac{ab \text{ fin. } \varphi}{2b + 2x}$: elementum vero ipfum NM mn inventum eft $= \frac{abdx \text{ fin. } \varphi}{b+x}$. Quare factum ipfius elementi in diftantiam fui centri gravitatis ab afymptoto ES, nimirum in FG prodibit $= \frac{a^2b^2dx \text{ fin.}^2\varphi}{2(b+x)^2}$. Capio nunc horum factorum fummam $\int \frac{a^2b^2dx \text{ fin}^2 \varphi}{2(b+x)^2}$, & nancifcor $\frac{-a^2b^2 \text{ fin.}^2 \varphi}{2b+2x}$ + conft. Determinatur conft., pofita $x = o$, qua in hypothefi evanefcit fumma factorum, & fit conft. $= \frac{1}{2} a^2 b$ fin.$^2 \varphi$; ac proinde $\int \frac{a^2b^2dx \text{fin.}^2\varphi}{2(b+x)^2} = \frac{1}{2} a^2 b \text{ fin.}^2 \varphi - \frac{a^2b^2 \text{fin.}^2\varphi}{2b+2x}$. Divifa porro hac quantitate per elementorum fummam $\int \frac{abdx \text{ fin. } \varphi}{b+x} = ab$ fin. φ log. $(b+x)$ + conft. $= ab$ fin. φ log. $\frac{b+x}{b}$, oritur quæfita diftantia $= \frac{a \text{ fin. } \varphi}{2 \log.(b+x) - 2 \log. b} - \frac{ab \text{ fin. } \varphi}{(2b+2x)(\log. \overline{b+x} - \log. b)}$ $= \frac{ax \text{ fin. } \varphi}{(2b+2x)(\log \overline{b+x} - \log. b)}$.

VIII.

VIII. Evanefcente fpatio BAMN, feu facta $x = o$, centri gravitatis diftantia $\frac{ax \text{ fin. } \varphi}{(2b+2x)(\log. \overline{b+x} - \log b)}$ convertitur in $\frac{o}{o}$, quum tamen evidens fit, diftantiam illam tunc æquari perpendiculo, quod a puncto medio originis BA ipfius fpatii cadit in afymptotum ES, quod fane perpendiculum reperitur $= \frac{1}{2} a \text{ fin. } \varphi$.

IX. Hanc rurfus ambiguitatem amoveo ope differentiationis tum numeratoris, tum denominatoris, ex qua habetur $\frac{adx \text{ fin. } \varphi}{2dx(\log. \overline{b+x} - \log. b) + \frac{dx}{b+x}(2b+2x)} =$

$\frac{a \text{ fin. } \varphi (b+x)}{(2b+2x)(1+\log. \overline{b+x} - \log. b)}$. Hæc porro quantitas in hypotheli $x = o$, manifefto evadit $\frac{1}{2} a \text{ fin. } \varphi$, quemadmodum oportet.

X. Idem nancifcimur fumpta pro x quantitate infinitefima dx: hac enim loco x fubrogata in precedenti formula, deprehenditur $\frac{adx \text{ fin. } \varphi}{(2b+2dx)(\log. \overline{b+dx} - \log. b)} =$

$\frac{adx \text{ fin } \varphi}{2b(\log. \overline{b+dx} - \log. b)}$, quæ (ob $\log. \overline{b+dx} = \log. b + \frac{dx}{b} - \frac{dx^2}{2b^2} + \&c. = \log. b + \frac{dx}{b}$) convertitur in

$$\frac{adx \text{ fin. } \varphi}{2b(\frac{dx}{b} + \log. b - \log. b)} = \frac{1}{2} a \text{ fin. } \varphi.$$

XI. Tranfeo nunc ad diftantiam exquirendam centri gravitatis in fpatio infinito BAST ab afymptoto ES. Affumo itaque x infinitam in formula $\frac{ax \text{ fin. } \varphi}{(ab+2x)(\log. \overline{b+x} - \log b)}$, quæ evidenter degenerat in $\frac{ax \text{ fin. } \varphi}{2x \log. x} = \frac{a \text{ fin. } \varphi}{2 \log. x}$: quum vero

ro $\frac{a \text{ sin. } \varphi}{2 \log. x}$ quantitas sit manifesto infinitesima, consequens est, centrum gravitatis spatii infiniti Hyperbolico-asymptotici ABST abesse infinito intervallo ab origine BA, proindeque ab asymptoto una EQ, infinitesimo ab asymptoto altera ES.

Ejusdem Schediasma V.

De æquationibus indefinitis, deque Methodo Indeterminatarum.

I. In æquationum indefinitarum indole ac natura expendenda earumque radicibus indagandis, peculiaria quandoque se offerunt artificia, quæ Geometriæ regulis generalibus ad id præstandum idoneis destituto mirifice opitulantur, eumque præter spem ad propositam sibi metam perducunt.

II. Inquirebam nuper in indolem indefinitæ æquationis, terminorum numero utcumque magno conflatæ (A) $1+x+x^2+x^3+x^4 \ldots\ldots\ldots +x^n = 0$. Quum autem notas omnes regulas frustra tentassem succurrit tandem mihi æquationem ipsam converti posse in hanc simplicissimam $x^{n+1} - 1 = 0$. Nam æquationis (A) termini sunt continue proportionales, ut patet, eorumque summa ex progressionum doctrina obtinetur si ex facto termini postremi x^n in secundum x aufertur termini primi 1 quadratum, & residuum dividitur per primi & secundi termini differentiam; ex quo oritur $1+x+x^2+x^3 \ldots\ldots\ldots + x^n = \frac{x^n - 1}{x-1} - 1 = 0$, ac proinde

(B) $x^{n+1} - 1 = 0$.

III. Id ipsum nancifcor alia via: divido scilicet terminos (A) per x, habeoque $1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \ldots\ldots + \frac{1}{x^n} = 0$. Modo animadverto formulam $\frac{1}{x-1}$ esse $= \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \ldots\ldots\ldots +$ $\frac{1}{x^n} + \frac{1}{x^n(x-1)} = \frac{1}{x^n(x-1)} + (A) - 1$. Quum autem sit (A) $= 0$; oritur $\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x^n(x-1)} - 1$, ac denique (B) $x^{n+1} - 1 = 0$, uti prius.

IV.

IV. Considero æquationes duas (A) $1 + x + x^2 + x^3 \ldots\ldots + x^n = 0$, (B) $x^{n+1} - 1 = 0$, quarum hæc deducta est ab illa, & quæ iccirco præter radicem unicam $x = 1$, alias radices omnes communes habet cum æquatione (A). Notum porro est, in hypothesi n imparis, sive $n + 1$ paris radicem alteram æquationis (B) esse $- 1$: proindeque in hac ipsa hypothesi etiam æquatio (A) radicem realem habebit $- 1$, quod sane manifestum fit, quia singula terminorum paria evanescunt, & abeunt in $+ 1 - 1$.

V. Constat præterea binomiæ æquationis (B) radices reliquas omnes imaginarias esse, easque exprimi generaliter per $x = \cos. \frac{2b}{n+1} \pi \pm \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{2b}{n+1} \pi - 1\right)}$ denotante π semicirconferentiam circuli, cujus radius $= 1$, & $2b$ numeros omnes pares non majores quam $n + 1$. Igitur æquationis propositæ $1 + x + x^2 + x^3 \ldots\ldots + x^n = 0$, existente n numero impari, una tantum erit radix realis, cæteræque imaginariæ; nimirum.

$$x = - 1$$

$$x = \cos. \frac{2}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{2}{n+1} \pi - 1\right)}$$

$$x = \cos. \frac{2}{n+1} \pi - \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{2}{n+1} \pi - 1\right)}$$

$$x = \cos. \frac{4}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{4}{n+1} \pi - 1\right)}$$

$$x = \cos. \frac{4}{n+1} \pi - \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{4}{n+1} \pi - 1\right)}.$$

. . . .

$$x = \cos. \frac{n-1}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{n-1}{n+1} \pi - 1\right)}$$

$$x = \cos. \frac{n-1}{n+1} \pi - \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{n-1}{n+1} \pi - 1\right)}:$$

supposito autem n pari, radices omnes imaginariæ sunt, videlicet sequentes.

$$x = \cos. \frac{2}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{2}{n+1} \pi - 1\right)}$$

$$x = \cos. \frac{2}{n+1} \pi - \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{2}{n+1} \pi - 1\right)}$$

$$x = \cos. \frac{4}{n+1} \pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{4}{n+1} \pi - 1\right)}$$

$$x = \cos. \frac{4}{n+1}\pi - \sqrt{\left(\cos^2 \frac{4}{n+1}\pi - 1\right)}$$

. . . .

. . . .

. . . .

$$x = \cos. \frac{n}{n+1}\pi + \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{n}{n+1}\pi - 1\right)}$$

$$x = \cos. \frac{n}{n+1}\pi - \sqrt{\left(\cos.^2 \frac{n}{n+1}\pi - 1\right)}$$

VI. Pari ratiocinandi modo demonstrari brevissime potest Theorema, quod in Algebræ elementis (a) ostendit Eulerus methodo a Dan. Bernoullio proposita in Actis veteribus Petropolitanæ Academiæ tom. III., nimirum æquationis infinitæ (C) $x^{\infty} - x^{\infty-1} - x^{\infty-2} \ldots\ldots x^2 - x - 1 = 0$ radicem unam realem esse numerum binarium. Nam ex Progressionum doctrina summa terminorum omnium hujus æquationis præter primum est $\frac{1-x^{\infty}}{x-1}$; propterea æquatio (C) degenerat in $x^{\infty} + \frac{1-x^{\infty}}{x-1} = 0$, seu in $x^{\infty+1} - 2x^{\infty} + 1 = 0$, seu (facta divisione per x^{∞}) in $x - 2 + \frac{1}{x^{\infty}} = 0$, cui postremæ æquationi evidenter satisfacit positio $x = 2$. Idem ostendi potest divisa æquatione (C) per x^{∞}, ex quo producitur $1 - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \ldots\ldots - \frac{1}{x^{\infty}} = 0$: constat autem ex Theoria Progressionum, assumpto $x = 2$, terminos post primum omnes $-\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \ldots\ldots - \frac{1}{x^{\infty}}$ evadere $= -1$, & consequenter æquationi fieri satis.

VII. Perpendo nunc æquationem (D) $1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + 6x^5 \ldots\ldots + (n+1)x^n = 0$, videoque ipsam oriri ex divisione unitatis per binomium quadratum $(1-x)^2$, ita ut sit $\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 \ldots\ldots + (n+1)x^n + \frac{ax^{n+1} + bx^{n+2}}{(1-x)^2}$, ubi a, b per coefficientes Binomii determinantur. Fit itaque (E) $bx^{n+2} + ax^{n+1} - 1 = 0$. Qua-

(a) Vid. Leonhard. Euler *vollständige Anleitung zur Algebra*. Zweyt. Theil, Erst. Abschn. Cap. 16. §. 239. Vid. etiam versionem gallicam Jo. Bernoulli tom. I. §. 800.

Quare æquationis (D) resolutio pendet a risolutione æquationis trinomiæ (E).

VIII. Contemplor rursus æquationem aliam (F) $1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + 15x^4 + 21x^5 \ldots\ldots + \frac{(n+1)(n+2)x^n}{2} = o$, hancque produci deprehendo per divisionem unitatis factam a binomio cubico $(1-x)^3$. Inde vero sequens nanciscor resultatum $\frac{1}{(1-x)^3} = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + 15x^4 \ldots\ldots + \frac{(n+1)(n+2)x^n}{2} + \frac{ax^{n+1} + bx^{n+2} + cx^{n+3}}{(1-x)^3}$; ex quo æquationem consequor quadrinomiam (G) $cx^{n+3} + bx^{n+2} + ax^{n+1} - 1 = o$. Quapropter æquationis indefinitæ (F) resolutio ad resolutionem æquationis tantum quadrinomiæ (G) revocatur.

IX. Sit iterum indefinita æquatio (H) $1 + 4x + 10x^2 + 20x^3 + 35x^4 + 56x^5 \ldots\ldots + \frac{(n+1)(n+2)(n+3)x^n}{2.\ 3.} = o$. Oritur hæc ex divisione unitatis per binomium biquadraticum $(1-x)^4$. Divisione autem perfecta invenitur $\frac{1}{(1-x)^4} = (H) + \frac{ax^{n+1} + bx^{n+2} + cx^{n+3} + dx^{n+4}}{(1-x)^4}$; & quum sit ex hypothesi (H) $= o$; fit ideo (I) $dx^{n+4} + cx^{n+3}\, bx^{n+2}\, ax^{n+1} - 1 = o$. Quamobrem indefinita æquatio (H) in alteram dumtaxat quinquinomiam (I) promptissime contrahitur.

X. Sit demum generalius æquatio indefinita (K) $1 + nx + \frac{n(n+1)}{2} x^n + \frac{n(n+1)(n+2)}{2.\ 3.} x^3 + \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{2.\ 3.\ 4.} x^4 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)\ldots\ldots\ldots\ldots(n+m-1)}{2.\ 3.\ 4.\ 5\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots n} x^m$.

Animadverto æquationem hanc resultare ex divisione unitatis per binomium $1 - x$ ad potentiam n evectum. Divisione autem actu suscepta consequimur $\frac{1}{(1+x)^n} = (K) + \frac{ax^{m+1} + bx^{m+2} + cx^{m+3} + dx^{m+4} \ldots\ldots\ldots + ex^{m+n}}{(1-x)^n}$, & quoniam est ex hypothesi (K) $= o$, prodibit demum (L) $ex^{m+n} \ldots\ldots + dx^{m+4} + cx^{m+3} + bx^{m+2} + ax^{m+1} - 1 = o$. Propterea indefinita æquatio (K) convertibilis semper est in aliam (L) terminorum numero $n + 1$ dumtaxat constantem.

 XI.

XI. Omnibus Algebræ scriptoribus familiare est, ex æquatione (P) $a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 \ldots\ldots + rx^n = a' + b'x + c'x^2 + d'x^3 + e'x^4 \ldots\ldots + r'x^n$ sequentes deducere æqualitates.

$$
(M) \quad
\begin{array}{c}
a = a' \\
b = b' \\
c = c' \\
d = d' \\
e = e' \\
\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots \\
r = r'
\end{array}
$$

At hujusmodi illatio doctissimorum licet hominum auctoritate suffulta, fallax quandoque & captiosa est. Itaque operæ pretium erit limites constituere, conditionesque præscribere, in quibus regula aut recte pronunciat, aut fallit.

XII. Igitur converto æquationem (P) in alteram (Q) $a - a' + (b - b')x + (c - c')x^2 + (d - d')x^3 \ldots\ldots\ldots + (r - r')x^n = o$; & dico generatim, æqualitates (M) semper locum habere si quantitas x in æquatione (P) valorem habeat diversum a radice qualibet æquationis (Q), ita ut nulla sit istius radix, quæ cum magnitudine x prioris æquationis (P) conveniat: & contra, haud recte colligi, pronuncio, æqualitates (M), quotiescumque æquatio (Q) aliquam habuerit radicem realem cum valore x prioris æquationis convenientem. Nam quum æquatio (Q) nihil aliud sit quam æquatio ipsa (P) sub alia forma, nequit hæc verificari nisi ubi verificatur & illa. Illa autem (Q) verificatur semper & solum tum accepta x pro una qualibet ex ipsius radicibus, tum assumptis coefficientibus ejus singulis nihilo æqualibus. Igitur verificatur æquatio (P) non solum quando fuerit $a - a' = o$, $b - b' = o$, $c - c' = o$, &c., hoc est quando æqualitates (M) locum habent, verum etiam quoties data qualibet inter coefficientes sibi respondentes a & a', b & b', c & c', d & d', &c. inæqualitate & discrepantia fuerit x æqualis radici alicui reali æquationis (Q). Quapropter ex æquatione (P) inferri nequeunt æqualitates (M) nisi ubi certo constiterit valorem quantitatis x in æquatione ipsa (P) spectatum nequaquam reperiri inter radices reales æquationis (Q).

XIII. Hinc ignorato utcumque valore ipsius x in æquatione (P), sequens sanciri potest.

Ca-

CANON I.

Si tributis quantitati x *valoribus perpetuo diversis, numeroque pluribus quam* n, *æquationi* (P) *semper satisfit, stabunt æqualitates* (M).

NAm æquatio (Q) nequit plures quam n radices habere; proindeque valor aliquis ipsius x in æquatione (P) necessario differet a radicibus æquationis (Q).

XIV. A fortiori statui potest.

CANON II.

Stabunt æqualitates (M), *si valor ipsius* x *in æquatione* (P) *variabilis fuerit, utcumque arcti sint variationis limites.*

ETenim intra hosce limites numerus valorum ipsius x semper excedet n.

Huc spectat casus quantitatis x infinitesimæ, vel infinitæ; siquidem nulla est infinitesima, vel infinita quantitas in se determinata, & quod infinitesimum, vel infinitum dicimus nihil aliud est nisi indefinitum perpetuo decrescens, aut crescens ultra datum quemlibet limitem.

XV. Corruit summorum etiam Geometrarum ratiocinatio (*b*), qui in æquatione (P) assumpta $x = o$, inde colligunt æqualitates (M); quum tamen ex illa assupmtione una tantum deduci possit æqualitas $a = a'$, cæteræ non item. Sane utcumque inæquales sint coefficientes b & b' c & c', d & d', e & e', &c., dummodo sit $a = a'$, subsistit æquatio (P), quæ evanescentibus terminis omnibus præter primos utriusque membri mutatur in $a + o = a' + o$, *sive* $a = a'$.

XVI. Exemplum illegitimæ illationis æqualitatum (M) ex æquatione (P) extra præscriptas conditiones habetur vel in tribus tantum terminis $a + bx + cx^2 = a' + b'x + c'x^2$, ubi

$$a = 1 \qquad a' = 6$$
$$b = 4 \qquad b' = 8$$
$$c = 3 \qquad c' = 2$$
$$x = 5$$
$$x = -1$$

(*b*) Consule unum instar omnium magnum Eulerum in *Intr. ad An. Inf.* t. I. §. 114.

Ori-

Oritur enim $1 + 4x + 3x^2 = 6 + 8x + 2x^2$, & posita $x = 5$, fit $1 + 4 \times 5 + 3 \times 25 = 6 + 8 \times 5 + 2 \times 25 = 96$, atque iterum sumpto $x = -1$, invenitur $1 - 4 + 3 = 6 - 8 + 2 = 0$. Valores 5, & -1 quantitatis x eruti sunt ex æquatione $(c-c')\, x^2 + (b-b')\, x + a-a' = 0$, quæ de more tractata dat $x = \frac{b'-b}{2c-2c'} \pm \sqrt{\left(\left(\frac{b'-b}{2c-2c'}\right)^2 + \frac{a'-a}{c-c'} \right)}$.

XVII. Tertius sanciri potest Canon de coefficientium hujusmodi æqualitate, scilicet.

Canon III.

Si omnes præter unum coefficientes prioris membri æquationis (P) *æquantur coefficientibus homologis alterius membri, etiam reliquus æquatur reliquo, quicumque sit ipsius* x *valor præter nihilum.*

Sublatis enim hinc inde terminis omnibus inter se æqualibus, perseverabit æqualitas inter duos illos reliquos, qui iccirco divisi per potestatem, quam ibidem obtinet x, relinquent coefficienres æquales.

XVIII. Etiamsi utrumque æquationis (P) membrum sit nihilo æquale, non possunt tamen generaliter inferri æqualitates (M), quoties pro x accipitur radix aliqua membri alterutrius. Nam ex $a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 \ldots\ldots\ldots + rx^n = a' + b'x + c'x^2 + d'x^3 + e'x^4 \ldots\ldots\ldots + r'x^n = 0$, protinus deducitur (R) $x^n \ldots\ldots\ldots + \frac{e}{r}\, x^4 + \frac{d}{r}\, x^3 + \frac{c}{r} x^2 + \frac{b}{r}\, x + \frac{a}{r} = 0$, & (S) $x^n \ldots\ldots\ldots + \frac{e'}{r'}\, x^4 + \frac{d'}{r'}\, x^3 + \frac{c'}{r'} x^2 + \frac{b'}{r'}\, x + \frac{a'}{r'} = 0$. Quum autem ex Algebra notum sit, coefficientem secundi termini æquationis cujuscumque esse summam omnium radicum, coefficientem tertii summam productorum e binis, coefficientem quarti summam productorum e ternis, quinti e quaternis, &c., & coefficientem ultimi esse productum ex omnibus radicibus, æquales iccirco erunt æquationum (R), (S) coefficientes

$\frac{a}{r} =$

$$\frac{a}{r} = \frac{a'}{r'}$$
$$\frac{b}{r} = \frac{b'}{r'}$$
$$\frac{c}{r} = \frac{c'}{r'}$$
$$\frac{d}{r} = \frac{d'}{r'}$$
$$\frac{e}{r} = \frac{e'}{r'}$$

. . . .

. . . .

. . . .

atque hinc eliciuntur æqualitates $\frac{r}{r'} = \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = \frac{e}{e'}$ = &c., quæ tantum docent, coefficientes homologos eſſe in eadem ſemper ratione, utcumque ſint inæquales.

XIX. Id ipſum oſtenditur ducta æquatione $a + bx + cx^2 \ldots + rx^n = o$ in m, ex qua oritur $ma + mbx + mcx^2 \ldots + mrx^n = o$ quin tamen ſit $a = ma$, $b = mb$, &c.

XX. Illud tamen in hac hypotheſi verum deprehenditur, quod ſi coefficientes duo quolibet homologi inter ſe æquantur, etiam cæteri omnes æquantur; habent enim omnes eandem rationem, ſcilicet in hoc caſu rationem æqualitatis.

XXI. Hæc enim locum ſibi vindicant ubi non modo utrumque æquationis (P) membrum ponatur nihilo æquale, verum etiam ubi radices omnes ambarum æquationum inde reſultantium ſint utrimque communes. Si enim duæ æquationes ex binis illis membris nihilo æqualibus ortæ unam tantum haberent radicem communem, aut ſaltem non omnes communes, ſubrogato in utraque æquatione valore radicis communis pro x, fieret utraque $= o$, & nihilominus coefficientes utcumque inæquales eſſe poſſent, ac minime proportionales.

Satis ſint hactenus dicta ad illuſtrationem methodi per univerſam Analyſim magno emolumento uſitatæ, quæ vulgo dicitur Methodus Indeterminatarum a Carteſio primum incredibili Scientiæ incremento in Analyſim invecta.

DE FORNICUM CONSTRUCTIONE

DISSERTATIO

FRANCISCI BERNARDINI FERRARI

ARCHITECTI MEDIOLANENSIS.

De constructione fornicum, & testudinum parum, aut nihil actum ab auctoribus ego inveni; hinc evenisse credo quod comuniter fornicum constructio pauci fit, & nonnullis cæmentariorum arbitrio relinquenda videtur, existimantes omne studium verti debere in eorum conatus calculo. Non ita tamen opinantur qui rem aggrediuntur, & calculis non contenti attenta consideratione observant præteritas, ac præsentes constructiones, earumque consequentias. Et revera difficile non esset casus varios afferre ubi fornices tute sustinebantur, atque sustinentur quos quælibet supputatio repentinæ diruptioni decrevisset, vel vix constructi diruebant, quos calculator in ævum duraturos credidisset: quod, ut fert mea opinio, non aliunde repeti potest, quam a bona, aut mala constructione. Dicere ergo oportet fornicum, & testudinum constructionem rem non esse solo rudum fabrorum arbitrio relinquendam, sed omne studium solliciti Architecti requirere. Quare necesse erit ut præter materierum cognitionem sciat Architectus eas adhibere, sciat fornicis figuram accomodare, ejusque fulcimina parare, & disponere, & sciat petras figura fornici construendæ apta secare, & convenienti directione, & loco ponere. De hoc ergo nunc scribere decrevi; sed quæso nemo postulet rigorem, & diligentiam puræ geometriæ; nam hic de geometria abstracta non agitur, neque de rebus idealibus, sed de modo opera usu obvia faciendi, in quibus, li-

cet tota diligentia necessaria sit, rigorem tamen geometricum postulari nequit: Ita ex. g. mihi idem est sumere fornicem ut vere curvilineum, & ut poligonum tot laterum quot petræ componentes; loqui enim nolo de rudi illo modo petras secandi ea curvatura a proposito fornice quæsita, sciens utique quilibet hoc facile obtineri simplici ligneo typo. Sit enim fornix circularis AFBEHD (Tab.V. fig.1.) cujus crassities AD compositus petris PE, OR, NS, MT, LV, &c.; quod inveniendum est modus non est curvam AFB efformandi, cum hoc jam notum sit data arcus, & fornicis natura, sed quomodo formari debeant juncturæ PR, OS, NT, &c., & quæ longitudo, & quæ positio petris componentibus dari oporteat: quod idem est sive sumantur PB, PO, ON, &c. ut curvæ, sive ut rectæ. Sed progrediamur in rem.

Ut bene construantur fornices notum est juncturas in qualibet sua sectione ad unum dumtaxat punctum dirigi debere, potissimum in circularibus, & punctum hoc eorum esse centrum, quia aliter minus validi essent. Etenim primo certum est non posse juncturas arcuum (arcum intelligo sectionem integram fornicis) ad plura puncta dirigi quin cuneorum componentium angulus, & directio varietur: quamobrem cunei acutiores majus habebunt momentum quam obtusiores, ideoque inter ipsos æquilibrium non erit. Sit ex. gr. arcus circularis ABFCDE (Tab.V. fig.2.) in quo juncturæ PQ, EF, HI directæ sint ad centrum G, & junctura LM ad aliud punctum altius T, & rursus sit NO ad centrum inclinata, vel ad aliud punctum sub T. Evidens est cuneum LTH obtusiorem esse suis lateralibus; quare si supponatur NL = LH = HE minori vi opus erit cuneo HIFE, quam cuneo LMIH, & multo minori adhuc cuneo NOML; ideoque eorum momenta æqualia non erunt si ipsis vires æquales applicentur.

Hinc secundo multo magis cuneorum componentium æquilibrium sublatum erit, si cuneus FEPQ correspondenti suo LMIH similis non habebitur; Tunc enim momentum cunei FEPQ majus erit absolute momento cunei LMIH, non solum ob suum majus acumen, sed etiam quia cuneus LMIH gravitatem respectivam habebit, qua ad descensum nititur minorem illa cum FEPQ, cum prima ad secundam sit ut SR ad VZ, positis X, Y eorum centris gravitatis. Quare facilius intus progredi poterit cuneus EFQP, & magis alios cuneos sui lateris usque ad possem comprimet, quam cuneus LMIH,

LMIH, & ideo fornix validior erit in parte una, quam in alia.

Sed periculosior adhuc est similis constructio in fornicibus lateribus efformatis; cum enim isti parallepipedi sint non magnæ crassitiei, si in ipsis collocandis attente ad centrum non diriguntur facile accidit ut OM æqualis sit NL, & etiam major; & tunc cuneus NR descensui obicem alium non habebit quam frictum, & calcem, & non solum non adstringet fornicem propria gravitate, sed nitetur ad ipsum solvendum.

In arcubus vero ellipticis, potissimum si valde sunt depressi melius erit juncturas ad centrum non dirigere, quia cunei laterales essent mediis longe acutiores, ideoque facilius ad centrum progrederentur primi, quam secundi, & si fornix satis oneratus non esset, facile disrumpi posset, vel intro euntibus partibus lateralibus, vel efferendo partem mediam cum sit parum resistens. Qua de causa in istis arcubus, cum ellipsis, licet perfecta, in usu tam dissimilis non sit a curva tribus circuli portionibus efformata, unius scilicet circuli majoris in medio, & duarum aliarum lateralium ejusdem circuli minoris, in usu juncturæ dirigi possunt seorsim ad suum quæque centrum. Quod si aliquis eas dirigere vellet rigore geometrico hoc obtinebit si a punctis statutis A, B, C, D, &c. (Tab.V. fig.3.) ducet tangentes AF, BG, CH, DH, &c., hisque sint perpendiculares AP, BO, CN, DM, &c., quæ erunt directiones quæsitæ. Et hoc valet quæcumque sit curva fornicis.

Verum semper animadvertendum est in constructione fornicum, & testudinum in juncturis calcem paucissimæ crassitiei esse debere, sed recte extensam, & unitam ubique, & ideo esse debebit satis liquida, & fluens, & petræ componentes dum collocantur fricabuntur, & contra calcem comprimentur, ut in scabrities, & parvas cavitates ingrediatur; Nam aliter parum inserviet accurata cuneorum directio, & fornix proprio pondere relictus magis adhuc se adstringet, ac deprimet: quod ipsi figuram dumtaxat immutabit si depressio universalis, & regularis erit; si vero talis non fuerit, ut facile accidit, majores afferet perturbationes. Qua de causa in fornicibus lateribus constructis majori diligentia opus est; cum enim lateres parallepipedi sint, calx non solum ipsos unire debet, sed ut cuneos constituere cum apta sua inclinatione.

 His

His positis unusquisque videt fore difficultatem nullam in determinanda petrarum sectione pro construendo fornice simplici, & unius arcus supra basim rectangulam, &, ut inquiunt, efformata *a botte*, cum omnis cuneis truncis regularibus, & ut diximus directis compositus sit. Res tamen ita se non habet quando fornix supra basim non rectangulam decernitur, vel variis fornicibus, & arcubus compositus.

Datum sit spatium obliquum ABGF (Tab. V. fig. 4.) super quo construendus sit fornix circularis innixus duobus parietibus parallelis AD, FI, & quæratur quomodo secari debeant petræ ipsum componentes. A puncto C ducatur CM perpendicularis ad CD, IH, & producantur BA, GF, IH usque ad ipsam in E, L, & M. Diametro EM describatur semicirculus C*bb*M, qui repræsentet superficiem exteriorem fornicis, & super diametrum EL semicirculus E*aa*L, qui significet superficiem interiorem, deindeque ducantur *ab*, *ab*, *ab*, quæ sint fornicis juncturæ; Ab omnibus extremis earundem tam externis, quam internis ducantur totidem perpendiculares ad lineam CM, donec secent lineas CM, CH, DI, ut sunt lineæ *bc*, *bc*, *ad*, *ad*. Hoc facto super recta indefinita NO accipiantur N*i* = M*b*, *ii* = *bb*, *ii* = *bb*, &c., & in puncto N erigatur perpendicularis NQ = MI, in punctis *i*, *i* perpendiculares *il* = *gc*, *il* = *gc*, &c. usque ad ultimam OR = CD, & jungantur puncta Q, *l*, *l*, R. Super ipsis perpendicularibus sumantur NP = MH, *im* = *ge*, *im* = *ge* &c., & conjungantur puncta P, *m*, *m*, O. Accipiatur nunc in portione O*i* pars *nn* = E*a*, ita tamen ut sit O*n* = *ni*, eædemque sint aliæ *nn* = *aa*, usque ad ultimam retenta semper *in* = *in*, & ducantur perpendiculares *np* = EB, *nq* = *nr* = *bd*, *nq* = *nr* = *bd*, &c., usque ad ultimam æqualem ultimæ LG, & accipiantur *no* = EA, *ns* = *nt* = *hf*, *ns* = *nt* = *hf*, &c. usque ad ultimam æqualem LF. Quod si ducentur lineæ O*o*, *os*, *sm*, *lq*, *qp*, *p*R efformatum habebimus solidum O*osmlqp*R, quod repræsentabit modum secandi primam fornicis petram C*a*; Nam figura O*ml*R significat superficiem superiorem, *osqp* superficiem inferiorem, O*p*, *mq* duas facies juncturarum, & *m*O*os*, *l*R*pq* duas facies exteriores cum modo, & quantitate inclinationis ipsarum. Eadem ratione efformabitur solidum *mltq*, quod erit secunda petra *ab* fornicis; & ita deinceps habebuntur omnes aliæ petræ, quæ fornicem quæsitum componere debent.

Hic vero unusquisque videt lineas O*m*, *mm*, R*l*, *ll* non esse

esse arbitrariæ curvitatis, ut etiam lineas os, ts, pq, rq si volumus exacte construere fornices circulares, vel cujuscumque aliæ datæ curvæ, sed esse debere efformatas data curvitate: scilicet faciem superiorem $OmlR$ esse oportere convexam, secundum convexitatem arcus dati Cb, & faciem interiorem concavam, juxta concavitatem datam Ea. Sed in superficie superiore hoc raro admodum interest.

Evidens est præterea, cum sit arcus CbM circularis constructo fornice supra lineam obliquam DI, non habiturum amplius ambitum apparentem circularem, sed ellipticum. Quare si quis vellet fornicem construendum habere ambitum apparentem circularem, tunc describere debebit arcum CbM elatiorem, scilicet ellipticum latitudinis $= CM$, & altitudinis $\frac{DI}{2}$.

Animadvertendum etiam est, licet in hac figura, & in aliis crassities fornicis ubique æqualis descripta sit, & arcubus concentricis, bonam constructionem, & soliditatem jubere ut in fornicibus, & testudinibus tegentibus crassities gradatim imminuatur a poste usque ad verticem. Hoc verum operationem non mutat animadvertendo solum, tunc ad statuendas lineas nn immutabiliter accipi non debere $in = in$, sed opus esse in qualibet petra ducere rectam bb, cui sint perpendiculares bu, bu, atque a punctis a, a ducere au, au perpendiculares ad bu, deinde facere in, in æquales suis correspondentibus au, au. Et hoc etiam facere oportet quotiescumque arcus non erunt circulares.

Datum nunc si spatium ABCD (Tab. V. fig. 5.) tegendum fornice cylindrico. Ut sciamus quomodo secari debant petræ ipsum componentes supra lineam AB describatur semicirculus AbB, qui indicet superficiem exteriorem, & semicirculus Sal indicans interiorem, & notentur connexiones ab, ab, ducanturque bc, bc, ad, ad, quæ ad angulos rectos secent lineam in AB in punctis g, g, h, h, ducantur etiam nv, nv, & perpendiculares $ny\omega$, $ny\omega$, vxk, vxk. Hoc peracto in linea QR sumantur $Qi = Bb$, $ii = bb$, $ii = bb$, & ducantur perpendiculares $QE = BC$, $il = gc$, $il = gc$ accipiantur etiam $Q\lambda = An$, $i\lambda = bn$, & eleventur perpendiculares $\lambda\epsilon = y\omega$, $\lambda\epsilon = y\omega$, atque jungantur puncta R, S, l, l, &c., ita habebimus facies superiores petrarum componentium. Nunc in medio Qi, & ii accipiantur $mm = la$, $mm = aa$, & erigantur perpendiculares

mp

$mp = ld$, $mp = mp = hd$, acceptiſque $xo = xk$, $xo = xk$ jungantur puncta pop, Ep, pl, lp, &c. Verum cum etiam linea jungens puncta Ep, quæ repræſentat lineam IB incumbere debeat curvæ datæ DdC, non erit recta, ſed æqualis portioni curvæ dC: Ita lineæ lp, lp, quæ repræſentant linea conjunctionis ab, ab non erunt rectæ, ſed curvæ etiam diverſæ a data DdC, cum ipſam ſecent oblique; quare opus erit modum invenire hujuſce curvæ deſcribendæ. In medio igitur craſſitiei arcus dati deſcribatur ſemicirculus concentricus zzz, qui juncturas datas ſecet in z, z, & ducantur ze, ze, quæ perpendiculariter ſecent AB in f, f. Accipiantur $iq = ba$, $iq = ba$, & eleventur perpendiculares $it = il = gc$, $it = il = g$, & $qr = mp = hd$; $qr = mp = hd$, & in medio iq, iq perpendiculares $us = fe$, $us = fe$, & per puncta rst ducatur curva; ita enim figura $qrsti$ erit figura facierum $lmpi$. Hoc pacto modum habebimus ſecandi petras componentes fornicem datum.

Proponatur ſpatium quadratum ABCD (Tab. V. fig. 6.) tegendum teſtudine vulgo noncupata inſtar tabernaculi, ſeu *a padiglione*, quæ ſcilicet innixa quatuor lateribus aſcendit ad centrum, ubi clauditur exhibens ſubter ſinuoſitatem anguli in diagonalibus. Suorum fulciminum apparatus, ſeu armamentum efformabitur ponendo duo fulcimina ſuper lineas HF, GE, quæ facta ſint ea curva, quam teſtudo habere debet, & duo alia ſuper diagonales BD, AC efformata longitudine ipſarum diagonalium, & altitudine æquali aliis duobus. Poſt hoc ad complementum ponuntur alia fulciminum ſegmenta IM, IM, LM, LM parallela EG, & HI, quæ ſimul coaleſcant ſuper diagonalia in punctis M, M, & correſpondenti fulciminum EG, HF portioni ſint æqualia. Petræ vero, quæ teſtudinem componere debent collocantur ordinibus, qui ſint lateribus paralleli, ut ſunt POQ, POQ & ſemper optimum eſt quemlibet gyrum totum, & integrum efficere antequam ad ſequentes progrediatur; tali enim pacto fulcimina minus onerantur, & ædificium regularius, & ſecurius evadit.

Modus ſecandi petras teſtudinum hujus generis ita habetur. Accipiatur quadratum BFNE (Tab. V. fig. 7.) æquale quartæ parti quadrati dati compræhenſa ſimul craſſitie pedis teſtudinis correſpondentis, & ſupra BF deſcribatur dimidium curvæ teſtudinis Bga cum alia Dbc, quæ craſſitiem

ejus

ejus formet, & notentur petrarum componentium juncturæ *gh*, *gh*, ducanturque lineæ *gi*, *gi* perpendiculares EN, & secantes diagonalem BN in *o*, *o*, itemque lineæ D*m*, *hm*, *hm* secantes diagonalem in *r*, *r*, *r*. Super linea RS accipiantur R*l*, *ll*, *ll*, *l*S æquales B*g*, *gg*, *gg*, *ga*, ipsique perpendiculares sint RT, *lp*, *lp* æquales BE, *oi*, *oi*, atque conjungantur puncta T, *p*, *p*, S, & sumptis partibus *ss*, *ss* æqualibus D*h*, *hh* ut in antecedentibus operationibus ducantur *st*, *st* æquales *mr*, *mr*, & jungantur puncta *tt*, *tt*, & *ts*, atque puncta T*t*, *tp*, *tp*, & delineatum habebimus modum, quo secari debent petræ componentes octavam partem testudinis datæ.

Si spatium datum tegendum testudine *a padiglione* non esset quadratum, sed rectangulum non alia re esset opus, quam supponere quadratum sectum esse bifariam a linea EG, & has duas partes parallelo motu recedere, usque dum datum rectangulum compræhendant, sicuti innotescit in sequenti figura 8., ubi signatus est modus collocandi fulcimina, & petras ut in quadrato figuræ 6.

Difficultas tamen crescit si spatium datum rectangulum non sit, sed quadrilaterum aliud. Si hoc quadrilaterum habebit quatuor latera æqualia, vel inter se parum inæqualia ut ABCD (Tab.V. fig.9.) tunc suum armamentum efformabitur dividendo bifariam latera in I, L, K, M, & ducendo lineas KI, LM sese intersecantes in N, ubi erit vertex testudinis, deinde ponendo quatuor dimidia fulcimina NA, NB, NC, ND, quæ ab angulis progrediantur ad centrum N, & coeant, ibique coalescant quatuor alia dimidia fulcimina EN, FN, GN, HN perpendicularia lateri, cui incumbunt. Quo facto nihil superest aliud, quam ponere alia fulciminum segmenta, quæ super diagonalia coire debent. Collocatio petrarum eadem est, si illud caveatur, quod si testudo lateribus ædificabitur ordines non erunt numero æquales in quatuor triangulis ipsam componentibus; sed si testudo petris sectis construenda fuerit tunc ordines numero æquales fiunt in omnibus triangulis, cum ad hoc satis sit proportionaliter distribuere æqualem divisionum numerum super fulcimina EN, FN, GN, HN, & ita delineare modum secandi petras, quod eadem methodo agitur ac in quadrato.

Si vero præter inæqualia latera spatii dati longitudo sit ejus latitudine longe major, veluti quadrilaterum ABCD (Tab.V. fig.10.) tunc ut testudinis armamentum fiat, secentur

tur latera minora AD, BC, bifariam in H, F, & ducatur linea HF, super qua sumantur $HM = AH$, & $FN = BF$, ductisque AM, DM, BN, CN, istæ indicabunt directionem, & longitudinem fulciminum angularium. In punctis N, M ponitur fulcimen integrum EG lineæ NM perpendiculare, & aliis similibus fulcris armatur omne spatium MN. Eidem puncto N collocatur dimidium fulcimen NL perpendiculare lateri BC, ipsisque EG, NL parallela collocantur alia fulciminum segmenta, quæ fulciminibus angularibus incumbunt, & hoc pacto totum armamentum habebitur.

Sed difficultas maxima in petrarum sectione versatur; nam cum EN, NG majores sint EM, MG; & testudo eamdem altitudinem habere debeat in M, & N; novo indigemus artifitio ad petrarum sectiones delineandas. Sit ergo AMNB (Tab.V. fig.11.) planum portionis testudinis supra AMNB figuræ 10. A punctis M, N ducantur ML, NO perpendiculares ad AB, sitque BCIG sectio testudinis in NO, & ADEF sectio in ML, ita ut sit $BR = ON$, & $AH = LM$, & RC altitudo testudinis in N, & HD altitudo in M, quæ tamen altitudines æquales esse debent. A punctis exterioribus, & interioribus juncturarum ad BR, & AH ducantur perpendiculares cy, cy, $d\omega$, $d\omega$, ak, ak, bv, bv, & partes By, By, $B\omega$, $B\omega$ transferantur in Og, Og, Oh, Oh, & partes Ak, Ak, Av, Av transferantur in Ln, Ln, Lo, Lo, & per puncta ng, ng, oh, oh ducantur lineæ le, le, mf, mf usque ad lineas AM, BN. In perpendiculari LP accipiantur partes Lp, pp æquales Aa, aa, & in perpendiculari OQ partes Oq, qq æquales Bc, cc, perque puncta pq, pq ducantur lineæ rs, rs; atque si fient $pr = nl$, $pr = nl$, & $qs = ge$, $qs = ge$, & jungantur puncta A, r, r, P, atque puncta B, s, s, Q, habebimus superficiem exteriorem omnium ordinum petrarum componentium datam testudinis portionem. Quod si accipiemus $tt = Fb$, $tt = bb$, & $uu = Gd$, $uu = dd$, ductisque per t, u, tu rectis xz, xz fient $tx = om$, $tx = om$; atque $uz = hf$, $uz = hf$, & cætera peragantur ut in figura, & ut in aliis exemplis actum est, modum habebimus secandi petras etiam pro supposita testudine irregulari.

Clarum est methodum superius traditam non solum inservire pro testudinibus super spatium quadrilaterum uti supposuimus; sed etiam in quibuscumque aliis figuris.

Præpostera testudinis *a padiglione* est testudo decussata, vulgo

vulgo *a crocera*; Ista enim lateribus non incumbit, sed angulis, & ubi illa diagonales angulorum sinuositate amplectitur, ista e contra iisdem angulorum verticem opponit; in illa fulcimina sunt perpendicularia, & ordines petrarum paralleli lateribus, in hac vero fulcimina sunt parallela, & ordines petrarum perpendiculares lateribus. Si igitur proponatur spatium quadratum ABCD (Tab.VI. fig.1.) testudine decussata tegendum, ad construendum armamentum ponentur quatuor fulcimina integra super quatuor latera, aliaque duo cancellata super diagonales; & postea ponentur alia fulciminum segmenta EF, EF, FG, FG parallela lateribus BD, DC, & æqualia respondenti portioni fulciminum integrorum supra BD, DC usque dum compleatur omne spatium datum. Ordines vero petrarum ponuntur perpendiculares fulciminibus, quibus innituntur, veluti sunt PO, PO, OQ, OQ.

Ad delineandam sectionem petrarum componentium testudinem decussatam sit triangulum ABN (Tab.VI. fig.2.) quarta pars dati quadrati ab ejus diagonalibus sejuncta. Supra AB describatur arcus A*aa*BD*bb*C, qui repræsentet testudinis sectionem in latere quadrati dati, & notentur juncturæ *ab*, *ab*. A punctis *a*, *a*, *b*, *b* ducantur lineæ *ad*, *ad*, *be*, *be* perpendiculares rectæ AB, itemque C*e*, D*e*, & NE a vertice N. In linea RR accipiantur R*g* = A*a*, *gg* = *aa*, & eriganrur perpendiculares *gi* = *cd*, *gi* = *cd*, & in medio perpendicularis LI = NE, & conjungantur puncta R, *i*, *i*, I, ita enim habebimus superficiem exteriorem quartæ partis testudinis datæ. Sumantur nunc ut supra inter R, & *g*, atque *g*, & *g* partes *mm* = C*b*, *mm* = *bb*, & in punctis *m*, *m* eriganrur perpendiculares *mn* = C*e*, *mo* = *mp* = *fe*, & jungantur puncta R*n*, *no*, *oi*, *ip*, *po*, *oi*, *ip*, *p*I, & tali pacto delineata erit forma, ad cujus normam secandæ sunt omnes petræ componentes sumptam quartam partem datæ testudinis.

Quia primæ testudinis petræ in A, & B juxta modum delineatum parvæ molis evadunt, gracilesque, & figuræ ad jungendum difficilis, ideo in usu ad majorem soliditatem testudinis pedes fieri non debent sejuncti sicuti esse deberent, si secundum sectionem dictam fierent, sed duo in quolibet angulo simul juncti in uno dumtaxat frusto fiunt usque ad æquam altitudinem.

Si datum spatium non esset quadratum, sed rectangulum eodem modo res agitur. Alias tamen difficultates habet hujus generis testudinum constructio. Quando enim testudo

decuſſata altior eſſe debet in centro, quam ſuper latera, quod fere ſemper accidit cum ſpatium datum non eſt quadratum, opus eſt methodo particulari ſecandi petras, ad quam deſcribendam tranſeo.

Si attente conſideretur forma teſtudinis decuſſatæ clare apparet ipſam conſtare quatuor ſegmentis teſtudinis cylindricæ, & quando teſtudo eſt æqualis altitudinis in medio, & in lateribus ſegmenta illa eſſe cylindri recti, quando vero eſt altior in centro eſſe cylindri obliqui. Notum quoque eſt ſi cylindrus obliquus ſecetur plano lateribus perpendiculare, ſectionem fore ellipſim habentem axem majorem æqualem diametro baſis, & axem minorem æqualem lineæ lateribus perpendiculari. Præterea cum vertex teſtudinis altior ſit lateribus, linea EN non erit amplius ut nunc ſuppoſuimus, ſed longior, ideſt æqualis hipotenuſæ trianguli rectanguli, cujus alia duo latera ſint linea ducta a centro figuræ datæ ad medium lateris, & linea repræſentans majorem elevationem teſtudinis.

Hoc poſito ſuper AB (Tab. VI. fig. 3.) unum ex lateribus figuræ datæ de more deſcribatur arcus A*a*BD*b*C cum juncturis *ab*, *ab*. Accipiatur ſeorſim linea LH æqualis altitudini EO teſtudinis in latere aſſumpto, ipſique ſit perpendicularis LM, & æqualis lineæ ductæ a centro figuræ ad medium latus, & ita ſit etiam MF perpendicularis LM, & æqualis majori elevationi, quam habere debet teſtudo in centro ſupra altitudinem arcus deſcripti EO, ducaturque LF. In media AB extollatur perpendicularis EN = LF, & completo triangulo ANB ducantur *ad*, *ad*, C*e*, D*e*, *be*, *be* &c. perpendiculares ad AB. A puncto H ducatur HG perpendicularis ad LF producta, & in perpendiculari EO ſumatur EI = HG, & duobus ſemiaxibus AE, EI deſcribatur ellipſis AIB ſecans ſignatas juncturas in *c*, *c*. Supra LH accipiantur H*i* = *ag*, Hi = *ag*, & H*h* = *bf*, H*h* = *bf*, & ducantur lineæ *mi*, *mi*, *nh*, *nh* parallelæ rectæ GF. Sumantur nunc in RR, RI = A*c*, *ll* = *cc*, & P bifariam dividet RR, extollantur perpendiculares PS = GL, *lo* = *mi*, *lo* = *mi*, & jungantur puncta R, *o*, *o*, S, *o*, *o*, R. Producantur lineæ PS, *lo*, *lo*, uſque dum ſint SQ = EN, *op* = *gd*, *op* = *gd*, & conjungantur puncta R, *p*, *p*, Q, figura enim R*p*Q*p*RS ſignificabit ſuperficiem exteriorem portionis teſtudinis relativæ uni lateri dati ſpatii. Inter R, & *o*, *o*, & *o* accipiantur debito modo partes *rr* = C*b*, *rr* = *bb*, & per puncta

cta r, r ducantur ad RR perpendiculares sq, sq, & in his secentur partes $st = nh$, $st = nh$, & conjungantur puncta st, to, ot, tt, to, &c. Post hoc in ipsis perpendicularibus accipiantur $rq = Ce$, $rq = fe$, $rq = fe$, VT = EN, & conjungantur puncta Rq, qq, qp, pq, qT, Tq, &c., & ita habebitur modus secandi omnes petras componentes testudinem decussatam ascendentem.

Verumtamen hic finem non habent difficultates, constructio enim testudinum decussatarum super figuras irregulares aliam methodum poscit omnino peculiarem, magisque etiam compositam. Sit exempli causa quadrilaterum irregulare ADBC, (Tab.VI. fig.4.) vel triangulum non æquilaterum ABC (Fig. 5.) testudine decussata tegendum. Si perpendimus fulciminum positionem, hæc difficultatem nullam habet, quia statuto centro E eodem modo quo in testudinibus instar tabernaculi, collocantur dimidia fulcimina EA, EC, EB, ED in puncto E coalescentia, & postea alia omnia collocantur semper eodem modo, ac in figuris rectangulis. Sed si petrarum componentium positionem consideremus, discrimen, & difficultatem nanciscemur; cum enim poni semper debeant secundum longitudinem testudinis, scilicet secundum longitudinem cylindri testudinem ipsam efformantis, nequeunt amplius esse ordines figuræ lateribus perpendiculares, sed evadunt obliqui. Ad statuendam hanc obliquitatem nil aliud requiritur, quam rectam ducere a vertice, seu a medio arcu laterali ad verticem, seu centrum testudinis, sicuti est recta EF, & ista statuet obliquitatem ordinum petrarum GH, GH rectæ EF parallelorum. Qua de causa sectio petrarum aliam methodum peculiarem postulabit, eo magis quod hæc species testudinum sæpe est ascendens saltem in uno latere, si arcus laterales sunt similes, & non æqualis altitudinis, ut in figuris non æquilateris.

Ut hoc decernatur considerare oportet unum triangulum talium testudinum esse segmentum cylindri dupliciter obliqui, scilicet secundum altitudinem arcus, & secundum latitudinem. Quare ad obtinendam optatam delineationem oportebit simul conjungere methodum fornicum obliquorum primo loco traditam, & methodum fornicum ascendentium nuper datam. Sit ergo AXK (Tab.VI. fig. 6.) triangulum relativum uni lateri spatii dati simili testudine tegendi. A centro X testudinis ad medium lateris sui AK ducatur XM producta quantum opus erit. A puncto A ducatur AB perpendicularis

ris ad XM, & terminata in B a KB parallela rectæ XM; Supra AB describatur arcus AOBD*b*C, qui sit sectio testudinis, seu cylindri parallela ipsi AB, & perpendicularis plano dato, notatisque juncturis *ab*, *ab*, ducantur de more *ad*, *ad*, C*e*, D*e*, *be*, *be*, &c. Sit LH altitudo arcus in M, scilicet æqualis EO, atque LF sit longitudo testudinis supra MX, angulusque FLH indicet ascensum ipsius testudinis. Super MX producta accipiatur MN = LF, & compleatur triangulum ANK, & deinde uti egimus in ultimo exemplo supra posito, describatur triangulum GHL cum lineis *mi*, *mi*, *nh*, *nh*, & curva AIB. Pariter eodem modo supra RR describatur linea R*o*S*o*R; producantur perpendiculares *lo*, PS, *lo*, RV, & in iisdem sumantur *ou* = *gz*, *o*Z = EM, *ou* = *gz*, RV = BK, & conjungantur puncta R, *u*, Z, *u*, V; deinde in ipsis lineis accipiantur *up* = *zd*, ZQ = MN, *up* = *zd*, & jungantur puncta R, *p*, Q, *p*, V, atque ita quidem figura R*p*Q*p*VZ significabit superficiem exteriorem testudinis. Ut inveniantur nunc omnes aliæ facies petrarum componentium, sit ut supra *rr* = *bb*, *rr* = *bb*, & erectis per *r*, *r*, *sq*, *sq* perpendicularibus lineæ RR fiant *st* = C*x*, *st* = *fx* + *nh*, &c., & postea *tq* = *xe*, YT = MN, *tq* = *xe*, tali enim pacto delineabimus sectionem omnium petrarum componentium testudinem decussatam irregularem, & ascendentem.

Similes testudinibus decussatis sunt lunulæ, & testudines lunulis efformatæ, vulgo *Lunette*, & *Volte a lunette*, & tota differentia consistit in eo, quod testudo decussata tegit sola totum spatium datum, & lunulæ secant instar decussatarum partem tantum alterius testudinis diversimode constructæ, ut ex. gr. esset testudinis *a botte*, vel *a padiglione*. Quare de ipsis sermonem habere prorsus inutile est.

Explicata constructione fornicum, & testudinum cylindricarum transeamus nunc ad conicas. Sit ergo spatium triangulare ACB tegendum testudine conica, facta scilicet figura coni, qui habeat basim in AB (Tab.VI. fig.8.) & verticem in C. Armamentum in hisce testudinibus nullam habet difficultatem, constans tantum nonnullis fulcris parallelis basi AB sese gradatim minuentibus versus verticem. Constructio quando solis lateribus constat fit ordinibus *ac*, *ac* parallelis lineæ CD ductæ a vertice C ad dimidium basis AB, in qua linea CD claudetur testudo. Ut vero fiat petris sectis modum dabimus eas secandi. Sit triangulum isoscele AEB (Tab.VI. fig.9.) te-

tegendum testudine, sintque ACFE, DBEF parietes fulcientes, & AC, DB eorum crassities apparens. Supra AB describantur duo semicirculi concentrici A*aa*B, C*bb*D, qui testudinis crassitiem apparentem significent, & signentur juncturæ *ab*, *ab*, &c. Accipiatur GH = AE, centroque G, radio GH describatur arcus HI, super quem sumantur H*e* = A*a*, *ee* = *aa*, *ee* = *aa*, atque a punctis *e*, *e* ad G ducantur lineæ *e*G, *e*G. A puncto F ad AE ducatur perpendicularis FT, & denuo centro G radio GL = ET describatur arcus LM; bifariam dividantur H*e*, *ee*, *ee* in *f*, *f*, *f*, ducanturque lineæ *f*G, *f*G &c. secantes arcum LM in punctis *i*, *i*. Fiat nunc centrum in punctis *i*, *i*, radiisque *il* = FC describantur arcus *gg*, *gg*, ubi sit $lg = lg = \frac{Cb}{2}$, $lg = lg = \frac{bb}{2}$, atque a punctis *g*, *g* ad respectivum punctum *i* ducantur lineæ *gi*, *gi*, &c., & jungantur puncta H*g*, *ge*, *eg*, &c. ita enim habebuntur figuræ HG*igge*, *e*G*igge*, quæ modum indicabunt secandi petras quæsitæ testudinis.

Si datum spatium non esset integrum triangulum, sed tantummodo trapetium ANOB, ubi NO est parallela AB, alio tunc opus non est, quam constructa figura, ut supra docuimus describere etiam arcum RS radio GR = EN, & arcus *oo*, *oo* centris *i*, *i*, radiisque *io* = FP, atque conjungere puncta R*o*, *or*, *ro*, &c.; ita enim habebuntur figuræ HR*ooregg*, *erooregg*, quæ dabunt modum secandi petras componentes propositam testudinem.

Verum si curva arcus dati circularis non esset, sed quælibet alia, tunc evidens est superficiem testudinis amplius non esse illam coni circularis, nec amplius describi posse modum secandi petras componentes sectoribus circularibus. Quare opus erit methodo peculiari. Sit igitur triangulum isoscele ABD (Tab.VII. fig.1.) tegendum testudine non circulari A*aa*B, cujus juncturæ sint *ab*, *ab*. A punctis *a*, *a* demittantur perpendiculares *ad*, *ad*, & a punctis *b*, *b* perpendiculares *bc*, *bc* ad lineam AB, ducanturque lineæ D*d*, D*d*, E*c*, E*c*. Super linea HI accipiantur partes H*e* = D*d*, H*e* = D*d*, elevataque perpendiculari HL, sumantur in hac partes H*m* = *ad*, H*m* = *ad*, atque a punctis *e*, *e* ad eorum correspondentia *m*, *m* ducantur lineæ *em*, *em*. Accipiantur ON = AD, & O*o* = *em*, & N*o* = A*a*, atque successive O*o* = *em*, *oo* = *aa*; ita enim figuram habebimus ON*oo*, quæ significabit superficiem externam petrarum componentium. Ad describendam

dam nunc ſuperficiem interiorem deſcribatur eodem modo figura TSC, ubi ſit TS = QE, & centro O radio OV = DZ deſcribatur arcus VX, deinde fiant triangula tit = STg, tit = gTg; &c., quorum vertices i, i correſpondentes vertici T ſint in arcu deſcripto VX, & lineæ it, it diſtent a lineis ON, Oo ſicuti docuimus in teſtudinibus cylindricis non circularibus; conjungendo enim puncta Nt, Oi, to, ot, Oi &c. habebimus ita modum ſecandi omnes petras componentes propoſitam teſtudinem.

Eodem modo ageretur ſi teſtudo poſtem non habuerit horizontalem, ſed aſcendentem; quo poſito conus non eſſet rectus, ſed obliquus, & cujus obliquitati æqualis eſſe debet angulus LHI.

Eadem hac methodo ageretur etiam ſi ſpatium tegendum non eſſet triangulum iſoſcele ut uſque nunc ſuppoſuimus, ſed ſcalenum, ſicuti eſſet ſpatium BAE (Tab. VII. fig. 2) ubi arcus apparens teſtudinis ſit BaEDbC, & juncturæ ſint ab, ab. Demiſſis enim perpendicularibus ac, ac, be, be, lineæ BE, ductiſque ad verticem F lineis eF, eF, & ad verticem A lineis cA, cA, ſupra lineam Gf accipiantur partes Gf = Ac, Gf = Ac, & elevata perpendiculari Gg, accipiantur partes Gg = ac, Gg = ac &c., atque ducantur lineæ gf, gf; Accipiatur HI = AB, & Hh = gf, & Ih = Ba, Hh = gf, hh = aa, &c. & ita habebitur ſuperficies exterior petrarum componentium; atque æqualiter agendo invenietur etiam interior.

Simili modo ac in teſtudinibus conicis reperitur modus ſecandi petras componentes teſtudines ſphericas; attamen eorum conſtructio diverſa eſt, ut noſcitur. Quando hæ perfecte ſunt ſphericæ tunc ab expertis cæmentariis conſtruuntur etiam ſine aliquo fulcimine; cum enim ipſæ efformatæ ſint ordinibus circularibus inſtar coni, cujus vertex eſt in centro ſpheræ, abſolvendo quemlibet ordinem antequam tranſeatur ad proxime ſequentem, dummodo ſint petræ apta directione poſitæ, & bene compreſſæ, nequit amplius quælibet ipſarum proprio pondere ſe movere, quin imo hoc conferet ad ipſas multo magis inter ſe adſtringendas. Quando igitur res ita ſe habet vincitur in centro ſpheræ unum, aut plura fila, quæ regula ſint ad collocandas petras debita diſtantia, & inclinatione. Si vero teſtudines non eſſent perfectæ ſphericæ, ſcilicet in plano circulari, & ſectione verticali elliptica, aut alterius curvæ, tunc liceret adhuc ipſas conſtruere ſine armamento; attamen

men præter fila centro alligata necesse esset ponere etiam unam lineam curvam, aut duas in vertice decussatas, quæ veluti typi altitudinem dirigant, atque statuant cuilibet petrarum ordini longitudinem filorum moderatorum. Verum quando hæ testudines valde depressæ sunt nimis difficile est ipsas construere, ita ut quilibet ordo licet integer sustineri valeat absque ullo fulcimine; parvus enim ascensus testudinis tantam inducit inclinationem in petris componentibus, ut quælibet minima compressio producatur a proprio pondere facilime deveniunt ad perpendiculum: quare nequeunt amplius vicissim sustineri. Hinc melius est in hujusmodi testudinibus suum efformare armamentum, quemadmodum etiam oportet in iis quæ in plano elliptico eriguntur. Hoc construitur ponendo unum fulcrum in longitudine testudinis, & aliud in latitudine sese secantia ad angulum rectum in centro, seu vertice testudinis, deinde alia dimidia fulcimina, quæ efformentur curva correspondenti eorum loco, quæque a variis baseos periferiæ punctis in centro summitatis coeant.

Ad inveniendum nunc modum secandi petras componentes testudines sphericas, sit testudo super planum circulare, cujus sectio verticalis sit arcus AaBD, bC (Tab.VII. fig. 3. n. 1.) in quo signatæ sint juncturæ ab, ab, quæ altitudinem significent, & numerum ordinum petrarum. Diametro AB describatur circulus ccc (Fig. 3. n. 2.) & diametro CD alius circulus concentricus ddd, atque ducantur lineæ cd, cd, cd, &c., quæ indicent connexiones petrarum componentium primum ordinem. In centro M extollatur perpendicularis indefinita ME, atque a puncto A per proximum a ducatur linea AE, quæ concurrat in E cum ME, eodemque modo ducatur CF per puncta C, b. Accipiatur radius ON (Tab.VII. fig. 3. n 3) = AE & describatur portio circuli OffP, super quam sumantur partes Of, ff, ff æquales partibus cc, cc, cc, &c., & ad punctum N ducantur fN, fN, &c. Radio NS = Ea describatur arcus ShhF, qui secet lineas fN, fN in punctis h, h. Nunc radio QN = EG describatur arcus QR, qui secet lineas fN, fN in punctis i, i, &c., bifariamque divisis partibus Qi, ii, ii in punctis n, n, n centris n, n radiisque ne = CF describantur arcus ee = dd, ee = dd, qui ita collocati sint ut æque distent a lineis ON, fN, fN, & fN, ducanturque lineæ en, en, &c., deinde radiis ng = Fb describantur arcus gg, gg, &c., junganturque puncta Oe, Sg, hg, fe, fe, hg, &c., figuræ enim OS$hfegge$, $fhhfegge$ signi-

ſignificabunt modum ſecandi petras componentes primum ordinem teſtudinis ſphericæ.

Ad deſcribendum modum ſecandi petras ſecundi ordinis, ſicuti & aliorum, ducantur lineæ *aa*, *bb* (Tab.VII. fig.3. n.1.) ſecantes ME in L, & I, radiiſque L*a*, I*b* deſcribantur duo circuli concentrici *lll*, *mmm* (Tab.VIII. fig.1. n.4.), ubi ductæ ſint lineæ *lm*, *lm*, quæ indicent juncturas petrarum. Per puncta *aa* ducatur linea *aa*E, & per puncta *bb* linea *bb*F, radioque VX (Tab.VII. fig.3. n.5.) = *aa*E deſcribatur circulus X*pp*Z, ſuper quem accipiantur partes X*p* = *ll*, *pp* = *ll* &c., & a punctis X, *p*, *p*, ad V ducantur XV, *p*V, *p*V. Radio VK = F*a* deſcribatur circumferentia K*oo*H, quæ ſecet lineas *p*V in *o*. Accipiatur nunc VY = GE, radioque VY deſcribatur arcus Y*tt*&, qui ſecet lineas *p*V in *t*; bifariam dividantur partes Y*t*, *tt* in *s*, *s*, atque radiis *sq* = F*b* deſcribantur arcus *qq* = *mm*, *qq* = *mm* ita poſiti ut puncta *q*, *q* æquidiſtent a punctis X, & *p*, *p*, & *p*, ducanturque *qs*, *qs*, ſumptiſque *qr* = *bb*, *qr* = *bb* centris *s* deſcribantur arcus *rr*, *rr*; junctis enim punctis X*q*, *r*K, *ro*, *pq*, *pq*, *ro*, &c. habebimus modum ſecandi petras componentes ſecundum ordinem teſtudinis, eodemque modo aliorum ordinum uſque ad ultimam petram teſtudinem claudentem, quæ habebitur deſcribendo duos circulos concentricos diametris *aa*, *bb*.

Si teſtudo non eſſet ſuper planum circulare, ſed ſuper ellipticum, tunc operatio reduceretur ad illam teſtudinum conicarum ellipticarum, animadvertendo tamen quod in talibus teſtudinibus ordines erunt utique in quolibet puncto æque alti verticaliter, non autem ſupra ſuperficies teſtudinis; cum enim diameter AB (Tab.VII. fig.4. n.1.) minor ſit diametro CD, arcus ſupra AB minor etiam erit illo ſupra CD; & cum debeat eſſe idem ordinum numerus in AB, quam in CD, clarum eſt ſupra AB futuros eſſe depreſſiores quam ſupra CD, & ita in punctis intermediis ſervata proportione. Sit igitur arcus LI*cc*NM ſectio ſupra CD, lineiſque *cd*, *cd*, (Tab.VII. fig.4. n. 2.) indicentur ordines petrarum; deſcribatur in plano alia ellipſis concentrica *eee*, quæ indicet craſſitiem teſtudinis, lineiſque *fe*, *fe* notentur juncturæ, & numerus petrarum primi ordinis, atque ducantur, ut ſupra lineæ IP, LQ, deinde methodo quam docuimus pro fornicibus conicis ellipticis, deſcribatur curva OR (Tab.VIII. fig.1. n.3.) cum lineis juncturarum OV, *g*V, *g*V, & O*g* = D*f*, *gg* = *ff*, *gg* = *ff*, &c.

Acci

Accipiatur nunc linea ST (Tab. VIII. fig. 1. n. 4.) = CD = IN, fuper quam defcripta fit curva SCT = *lcc*N cum punctis *m*, *m*, quæ refpondeant punctis *c*, *c*, & ducantur lineæ *mm*, *mm*. Bifariam dividatur ST in X, & fucceffive fumantur X*o* = *f*Z, X*o* = *f*Z, atque femiaxibus EX, X*o* defcribantur ellipfes E*nno* fecantes *mm* in *n*. Accipiantur partes O*l* = T*m*, *gl* = *on*, *gl* = *on* ufque ad ultimam, & deinde retrogrediatur ufque dum R*l* denuo fit æqualis T*m* = O*l*. Quod fi jungentur puncta *l*, *l*, *l* habebimus defcriptam fuperficiem exteriorem petrarum componentium dimidiam primi ordinis. Eodem ~~modo~~ defcribetur figura Y*bb*G*ii*, (fig. 1. n. 5.), ubi fi erit Y*b* = *ee*, *bb* = *ee* fignificabit fuperficiem interiorem earundem petrarum. Ad ponendam deinde fuperficiem interiorem fuo loco correfpondenti efternæ utitur eadem methodo ac in teftudinibus conicis ellipticis, fcilicet defcribendo radio V*q* = PZ portionem circuli *gqq* fecantem *g*V, *g*V, apteque divifis partibus *qq*, *qq* in *r*, *r*, hifce punctis *r* applicentur triangula *rss* = FY*b*, *rss* = F*bb* &c., ita ut puncta *s*, *s* fint in debita diftantia a lineis *g*V, *g*V, acceptifque deinde *st* = Y*i*, *st* = *bi*, *st* = *bi* jungantur puncta *t*, *t*, atque puncta O*s*, *sg*, *tl*, *tl*, ita enim figuræ O*llgsstt*, *gllgttss* indicabunt modum fecandi petras primi ordinis datæ teftudinis. Quod fi ducentur lineæ *cc*, *dd*, atque profequatur ficuti jam docuimus invenietur modus fecandi petras etiam in aliis ordinibus.

Teftudines fphericæ funt etiam vela, vulgo *Vele*, & *Volte a vela*, nec in ipfis aliud adeft difcrimen nifi in fectione petrarum componentium quatuor angulos ubi requiritur aliqua major operatio, ad quam explicandam pergo. Si attente confiderantur hujufmodi teftudines clare nofcitur non alias effe nifi teftudines fphericas perforatas a duobus cylindris decuffatis in centro fpheræ. Omnis ergo difficultas vertit circa modum defcribendi fectionem petrarum cujuslibet ordinis inter prædictos cylindros; aliæ enim petræ fecantur fola methodo teftudinum fphericarum. Sit quadratum ARBE (Tab. VIII. fig. 2. n. 1.) tegendum teftudine *a vela*, & ACFE, FEBG fit planum duorum fornicum, quibus inniti debet, Ducantur diagonales AB, RE fefe fecantes in centro D. Supra LH (Fig. 2. n. 2.) = AD defcribatur fectio teftudinis in AD, cujus craffities fit IL, fumatur HZ = $\frac{AE}{2}$, fcilicet æqualis radio circuli infcripti in dato quadra-

 to,

to, atque in Z excitetur perpendicularis Ze, quæ ita ſtatuet partem ſectionis teſtudinis reſpondentem angulis poſitis inter fornices ſimul ac partem correſpondentem reliquæ teſtudini, quæ integra eiſdem fornicibus incumbit, atque ſignatæ ſint juncturæ, ſeu ordines lineis ac; ac. In puncto H excitetur perpendicularis indefinita HN, atque ad eamdem ducantur linea IN per punctum a, & linea LO per punctum c, & perpendiculares ab, cf, & alia dg ducta a puncto d inter I, & a, a, & a. Ut deſcribatur nunc primus ordo, quem una dumtaxat petra conſtare ſupono, centro D, radio HI deſcribatur arcus uu, radio gd, arcus ll, radio ab arcus ii; radio ge arcus nn, & radio cf arcus mm; deinde centro P (Tab.VIII. fig.3. n.3.) radio PK = IN deſcribatur arcus $pp = nu$ ita ut bifariam dividatur in K a linea PK, & radio PM = Na, arcus TT = ii bifariam diviſus in M, & ſimiliter radio ND arcus $ss = ll$, & conjungantur puncta p, s, T convenienti curva. Accipiantur PQ = NX, atque in linea PK ſignetur punctum q ita ut ſit Qq = LO, deinde centro Q, radio Oc deſcribatur arcus $rr = mm$ bifariam diviſus a linea Qq, & radio Oe ſimiliter arcus tt, & per puncta q, t, r ducatur curva eadem conjungens. Quod ſi jungentur puncta Tr, pq, qp, rT habebimus figuram T$pqrr$Tp, quæ ſignificabit modum ſecandi petram efformantem primum ordinem angulorum teſtudinis *a vela*.

Ut deſcribatur ſecundus ordo, quem duobus petris efformatum pono. Centro D (Tab.VIII. fig.2. n.1.) radio ab (fig.2. n.2.) deſcribatur arcus uu, radio fc arcus oo, radio dg arcus ll, & ita alii ut ſuperius fecimus. Per puncta aa ducta aN, & per cc ducta cO radio Qy (fig.3. n.4.) = aN deſcribatur arcus TT, & radio Qu = aaN arcus pp, & radio Qx = dN arcus ss, acceptiſque yT $= \frac{ii}{2}$, $xs = \frac{ll}{2}$, $up = \frac{uu}{2}$ convenienti curva jungantur puncta Tsp. A puncto ω in plano ubi diagonalis RE bifariam dividit arcum ii ad punctum i ducatur recta ωi, cui ſit perpendicularis $x\omega$ Radio QS = NX deſcribatur arcus SS, ſuper quo notentur puncta zz æqui diſtantia a lineis QT, Qy, centriſque z, radio Oc deſcribantur arcus $rr = \frac{mm}{2}$ ita tamen ut puncta r interna tantum diſtent a linea Qu quantum punctum x in plano ſignatum diſtat a linea RE, atque per hæc puncta r, r ducantur rectæ rq verſus puncta

cta z; deinde centro z radio Oe describantur arcus $tt = \frac{nn}{2}$, & radio Occ arcus $qq = \frac{oo}{2}$, & per puncta r, t, q ducatur conveniens curva; ita enim si jungentur puncta Tr, ry, uq, qp delinearum habebimus modum secandi duas petras componentes secundum ordinem.

Transeamus nunc ad tertium ordinem; qui sit ultimus, & compositus quinque petris. Per puncta aa (Fig. 2. n. 2.) ducatur aN, & per puncta cc cO, & linea superior cf producatur usque in h, qua de re hc erit vertex fornicum fulcientium. Centro D radio ab minori describatur quadrans vvv (Fig. 2. n.1.), radio hf quadrans mmm, radio cf quadrans iii, radio eg arcus nn, & alio radio ab majori arcus oo, & radio cf majori arcus xx, atque signentur juncturæ lineis vi, vi. Centro Q (Fig. 2. n.5.) radio Naa describatur arcus uu, radio Nd arcus ss, radio Nb arcus &&, radio Na arcus TT. In hoc arcu sumantur partes Ty, yy æquales partibus vv; vv, & per puncta T, y, y ducantur QT, Qy, Qy secantes arcum && in punctis &, &, arcum ss in punctis s, s, & arcum uu in punctis u, u. Accipiantur nunc tot partes uu, quot sunt oo, & extremæ uu sint æquales extremis oo, itemque partes $ss = ll$, & per puncta us& apta ducatur curva; ita enim habebimus superficiem superiorem petrarum componentium ultimum ordinem. Ad delineandam nunc superficiem interiorem centro V radio Vp (Fig. 2. n 6) = Oc describatur arcus pp, radio Vt = Oe arcus tt, & radio Vϵ = Occ arcus $\epsilon\epsilon$. Accipiantur partes pp = ii, pp = ii, & per puncta pp ducantur Vp, Vp usque ad arcum $\epsilon\epsilon$: fiant arcus $\epsilon\epsilon$ = xx, & tt = nn, atque per extrema puncta ϵtp ducatur conveniens curva, & ita habebimus etiam superficiem internam. Ad collocandam nunc istam suo loco radio NX, & centro Q describatur arcus SS, in quo acceptis centris z, z, radio Vp, vel Oc describantur arcus rr = pp = ii, rr = pp = ii, eisdemque applicentur figuræ $rrqq$ = $pp\epsilon\epsilon$, rrq = $pp\epsilon$. Quare si ducemus yr, yr, Tr, r&, qu, qu delineatum habebimus modum secandi omnes petras ultimi ordinis quatuor angulorum testudinis a vela.

Simili modo ac in testudinibus sphericis, invenietur modus secandi petras in testudine, dicam, cylindrica tegente spatium circulare circa fulcimentum positum in centro, si-

cuti esset testudo, quæ tegeret spatium HZDCG (Tab. IX fig. 1. n. 1.) circa columnam CG, *cui*, & parieti circulari FHZB innititur; ducatur enim linea AB, & supponatur BD = AC æqualis crassitiei testudinis; Supra AB (Fig. 1. n. 2.) describatur sectio testudinis A*aa*BD*bb*C, lineisque *ab*, *ab* significentur connexiones, seu ordines petrarum testudinis. In puncto A excitetur perpendicularis AN, ad quam per puncta *a* ducantur B*a*N, *aa*N, & D*b*O, *bb*O. Centro I (Fig. 1. n. 3.) radio BN describatur arcus *ddd*, & radio *a*N arcus *ccc*. Supra arcum *dd* signentur longitudines petrarum componentium primum ordinem acceptæ in circumferentia FEB, & ducantur *d*I, *d*I secantes alium arcum in punctis *c*, *c*. Radio IL = NX describatur arcus LL, supra quem acceptis punctis *l*, *l* inter lineas I*d*, I*d*, centro *l*, radio OD describantur arcus *hh*, & radio O*b* arcus *ee*, & prosequatur uti superius docuimus, habebimus enim figuras *ccehddhe* indicantes modum secandi petras primi ordinis. Eodem modo nanciscemur figuram sectionis petrarum in aliis ordinibus. Ad delineandum vero ordinem in vertice, qui claudit testudinem, aliud non requiritur nisi centro P (Fig. 1. n. 4.) radiis PQ = N*a*, PQ = N*aa*, & radiis P*f* = O*b*, P*f* = O*bb* describere circulos concentricos Q*pp*Q, Q*gg*Q, *fff*, *fff*, & ducere versus P lineas juncturarum *gp*, *gp*, ita enim figuræ Q*pffg*Q, *ppffgg* indicabunt sectionem petrarum ipsum componentium.

Ut describatur nunc alius ordo, qui supra columnam descendit eadem methodus adhibetur animadvertendo solum, quod dum in alia parte testudinis superficies petrarum interior habet longitudinem, & altitudinem minorem externa, in hisce ordinibus supra columnam superficies interior evadit solum altitudinis minoris, sed longitudinis majoris. Igitur centro R (Fig. 1. n. 5.) radio R*i* = O*bb* describatur arcus *ii*, & radio R*n* = O*b* arcus *nn*, sumptisque partibus *ii*, *ii*, quæ significent longitudinem petrarum in parte superiore interna ducantur *i*R, *i*R secantes alium arcum in punctis *n*, *n*. Radio RS = OX describatur arcus SS, ubi accipiantur de more puncta *r*, *r*, & centris *r*, radiis *rm* = N*aa* describantur arcus *mm*, & radiis *ro* = N*a* arcus *oo*, & acceptis *mm* æqualibus longitudini externæ petrarum, & æqui distantibus a lineis R*i*, R*i* ducantur lineæ *mr*, *mr* secantes alios arcus in punctis *o*, *o*, conjunctisque punctis *im*, *no*, *no*, *mi* figura *noonimmi* indicabit modum secandi petras dati ordi-

ordinis, ubi lineæ *in* respondebunt lineis *bb*, & *mo* lineis *aa*. In petris vero ultimi ordinis, seu primi super columnam, quia earum crassities absolvitur in centro circuli facies quæ columnæ innititur erit triangularis, ideoque illæ petræ figuram habebunt ab aliis omnino diversam. Centro T (Fig. 1. n.6.) radio T*s* = OC*b* describatur arcus *ss*, & radio T*u* = OC arcus *uu*, sitque *ss* longitudo petrarum in *b*, & ducantur *s*T, *s*T secantes alium arcum in punctis *u*, *u*. Radio TV = OX describatur arcus VV, in quo de more accipiantur puncta *t*, *t*, ubi facto centro radiis *tx* = A*a* describantur arcus *xx*, qui æquales sint longitudini petrarum in *a*, & ita positi ut puncta *x* æquedistent a punctis *s*, *s*, & ducantur *tx*, *tx*, *tx*, *tx*, *su*, *ut*; atque ita quidem figura *utusxxs* indicabit modum quæsitæ sectionis. Si crassities columnæ esset major dupla classitie testudinis, tunc sectio petrarum ordinis immediate incumbentis eidem columnæ invenietur, ut in aliis ordinibus ejusdem partis. Si vero esset minor, tunc ob gracilitatem totus ordo fit integer unius dumtaxat frusti, ideoque difficultatem nullam secum habet.

Si methodo nunc tradita conjungetur modus, quem docuimus pro sectione petrarum in testudinibus cylindricis ascendentibus, habebitur etiam modus secandi petras testudinis cylindricæ circumeuntis, & ascendentis, vulgo *a chiocciola*. Sit arcus ARBDSC (Tab. IX. Fig. 2. n. 1.) sectio verticalis testudinis hujus generis cum juncturis *ab*, *ab* significantes ordines petrarum componentium. A punctis *a*, *a* demittantur perpendiculares *ad*, *ad* horizontali AB, & a punctis *b*, *b* perpendiculares *bc*, *bc*. Efformetur angulus HGI (Fig. 2. n. 2.) æqualis inclinationi testudinis cum horizonte, & ducta GE perpendiculari ad GI, & æquali QR, a puncto E ducatur ad HG perpendicularis EF. Accipiantur E*h* = *ad*, E*h* = *ad*, & E*l* = *bc*, E*l* = *bc*, & ducantur *hg*, *hg*, *li*, *li* parallelæ FG, accipiatur etiam E*z* = RS, & ducatur *zy* parallela IG Semi axibus AQ, & FE describatur ellipsis A*ee*B, & semi axibus CQ, F*y* alia ellipsis concentrica C*ff*D secantes juncturas *ab*, *ab* in punctis *e*, *e*, *f*, *f*. In puncto A excitetur perpendicularis AN, ad quam ducantur lineæ B*e*N, *ee*N, &c., & lineæ D*fo*, *ffo*, &c. Accipiatur linea LM (Fig. 2. n. 3.) ubi sit L*o* = A*e*, *oo* = *ee*, &c. *o*M = [illegible] *e*B, & radio NB describatur arcus MT, radio N*e* arcus *o*V, radio N*ee* arcus *o*T, &c. & accipiendo *mo* = *no* = *hg*, *mo* = *no* = *hg*, &c.. junctisque punctis M*m*, *nm*, *nm*, &c. si super circumferentias MT, *m*V, *n*T, *m*V,

mV, &c accipientur longitudines externas petrarum relativi ordinis habebimus superficiem externam earundem. Eodem modo habebimus etiam superficiem internam accipiendo L*o* = Of, *oo* = *ff*, &c. & radio OD describendo arcum MT, radio O*f* arcum *o*V, radio O*ff* arcum *o*T, &c. Hoc invento difficile non erit habere omnem modum secandi petras cujuslibet ordinis: quod ut melius elucescat exemplum afferemus in duobus primis ordinibus. Centro P (Fig. 2. n. 4.) radio P*p* = NB describatur arcus *pp*, & radio P*q* = N*e* arcus *qq*, & accepta parte *pp* æquali longitudini, quam extrinsecus habere debent petræ ducantur P*p*. Sumatur *qf* = *om* = *hg*, & ducatur *pf*. Linea NX notetur punctum *r*, & centro *r*, radio *ru* = OD describatur arcus *uu*, & tadio *rt* = O*f* arcus *tt*, & sumpta de more *uu* æquali longitudini interna petrarum ducantut *ru*, *ru*, factaque *tx* = *om* = *il* ducantur *ux*, *ux*, & junguntur puncta *pu*, *fx*, *fx*, *pu*, figura enim *upfxxfpu* indicabit modum secandi petras primi ordinis in poste DB. Pro alio ordine in A, centro P (Fig. 2. n. 5.) radio P*u* = OG describatur arcus *uu*, & radio P*t* = *o*C arcus *tt*, & sit *uu* longitudo interna petræ ducantur P*u*, P*u*, accipiantur *ux* = *om* = *il*, & ducantur *xt*, *xt*. Linea GX inveniatur punctum *r*, quo centro, & radio *rq* = A*e*, describatur arcus *qqf*, super quo accipiatur suo loco pars *qq* æqualis longitudini externæ, sumatur deinde *qf* = *om* = *gh*, & ducantur *fr*, *fr*, junganturque puncta *rt*, *rt*, *fx*, *fx*, ita enim figura *rtxffxt* significabit sectionem petrarum primi ordinis in poste A.

LET-

LETTERA

DEL SIGNOR

PIETRO TABARRANI

Pubblico Professore d' Anatomia nella Regia Università di Siena,

AL SEGRETARIO DELL' ACCADEMIA

SIG. DOMENICO BARTALONI (*)

AVendo io fatto ricercar tra'miei scritti, o Sig. Domenico Bartaloni, dal nostro abile, e studioso giovane Paolo Mascagni, non essendo io più in istato di far ciò dopo la mancanza della vista, e dei disastri sofferti in Francia (1), non vi ho trovato cosa, per quanto a me pare, che meriti di essere inserita nel nuovo tomo degli Atti dell'Accademia, che voi pensate di dar nuovamente alle stampe, se pur non lo sono certe osservazioni, che mi vennero fatte agli anni passati intorno a due mostri, l'uno dei quali si fu un feto umano, l'altro di un quadrupede, o sia di un gatto; giacchè vedo su questi ancora non aver mancato gli Anatomici, ed i Naturalisti di maggior grido di fare ogni minuta ricerca per indagarne l'origine (2).

So bene che taluno non mancherà per avventura di dire che io mai sempre ho fatte delle ricerche intorno a delle cose po-

(*) Il Sig. Tabarrani cessò di vivere il dì 5. Aprile dell'anno 1779.

(1) Giorn let. di Siena T. 1.

(2) Quanto sia utile l'ispezione de' mostri lo danno abbastanza a divedere le Storie a lungo distese, e ben ragionate, che hanno fatte di essi i due grandi Anatomici del secol nostro G. B. Morgagni, e Alb. Haller, il Du Vernoi, ed altri, su cui si affida il Van Doeveren.

poco o nulla utili per la medicina (1) giacchè non mancò chebbe a dire che ſpendeva inutilmente il tempo intrattenendo gli ſtudenti nella Notomia che chiamano ſottile, volendo inferire che per la medicina baſti ſolamente una groſſolana cognizione della fabbrica del corpo umano, coſa di cui fu eziandio incolpato il celebre Abramo Kaau Boerahave, facendo anch'eſſo l'iſtoria di un moſtro, che tanto ſe ne lagnò (2). Vi traſmetto per tanto le iſtorie di queſti due moſtri tali quali eſſe ſono ſtate ritrovate, e che io non ſo in vero ſe ſono al caſo per voi; ma quando nol ſiano, vi contenterete di darle alle fiamme, alle quali io già le aveva deſtinate inſieme con gli altri miei ſcritti, non potendo emendargli come porterebbe il biſogno, il perchè altri dopo di me non li mandi per non ſaper coſa farne a quel

..... vicum vendentem thus et odores
Et piper et quicquid Chartis amicitur ineptis

come per avventura ſi meriterebbero, dove non pochi altri di ogni ſorta vanno a terminare. Per altro vi ſo dire che tanto ſe l'uno, che l'altro di queſti due moſtri foſſe pervenuto alle mani del Ch. Anatomico Giacomo Benigno Winslovv, ei lo averebbe prodotto in prova del ſuo ſiſtema ſull' origine dei moſtri contro quello di Ludovico Lemery, parendomi che ſia ad eſſo favorevole, cioè a dire che i moſtri tali, come ſi oſſervano dopo venuti alla luce, preeſiſtano nell' uovicino (3) o nel germe come gli altri Embrioni prima di in co-

(1) La riſpoſta a ciò vien data dal nominato G. Van Doeveren Prof. d' Anat. e dell' Art. Oſtet. nell' univerſità di Groninga ſcrivendo = *Si forſan nonnullis minus videatur utilitatis habere, & celebrem illam (cui bono?) quæſtionem moveat, illis inſpicienda ſuadebo ſummorum ſcripta virorum monſtrorum hiſtoriam ſuo labore indignam nequaquam habentium; & ſolatium mihi præterea facile affert maxima delectatio quem contemplatio ſtupendæ illius fabricæ animo meo præbuit; ſed & opus plane inutile ſic enatum non eſſe ſpem mihi faciet illuſtre illud Anatomicorum hujus ſæculi par I. B Morgagni, Ap. Valliſn.* in op physic. medic. t. 2. p 295. & *Alb. Hallerus* Opuſc. Anat. p 155. n.

Anotome vero Monſtrorum licet minus veræ utilitatis habere videatur, quam ſimplex & perpetua corporis humani fabrica recte expoſita, commendat ſe tamen, novitatis gratia, & continet aliquando ſemina veri, quæ nunquam è conſueta ſtructura corporis nata fuiſſent.

(2) Iſtor 2. di un feto moſtruoſo preſa verſo il fine.

(3) Parve all' Haller coſa molto probabile, e proſſima alla dimoſtrazione contenerſi l' Embrione nell' uovo materno e la femmina per conſeguente ſomminiſtrare i primi ſtami del futuro feto Op. Min. T. 2. p. 2. c. XV. p 418.

incominciare a svilupparsi (1); lo che succede dopo la fecondazione dell'uovo contenuto dentro all'ovaja della donna, essendo il Germe come c'insegna C. Bonnet (2) composto di sole particelle elementari e le maglie ch'esse formano sono ristrette quanto è mai possibile, dove che nell'animale dipoi sviluppato le dette parti elementari sono unite ad un'infinità di altre particelle che la nutrizione vi ha associate, e che le maglie delle fibre semplici sono slargate quanto è possibile relativamente alla natura, e all'ordine dei loro principj, essendo questa la differenza che passa fra il germe e l'animale sviluppato; preesistano, replico, nel germe non già per l'unione di due o più Embrioni dopo la fecondazione, o come dicono per accidente allorchè questi sono tuttavia nello stato di trasparenza, di fluidità, di mollezza, e di muccosità come pretese il prenominato Lemery (3). Fu tale dunque la gara di questi due celebri Accademici, che terminò colla morte del secondo: bensì dopo di essi ognuno di questi due partiti ha sempre avuti i suoi seguaci, del primo si è stato il B. A. V. Haller tra gli altri ed il V. Doeveren; del secondo Abramo Kaau Boerahave ed il citato C. Bonnet, affidandosi ognuno su qualche mostro particolare venuto loro per le mani.

Il feto adunque umano mostruoso nacque nelle vicinanze di Fontebranda, e fu raccolto da una delle più accreditate levatrici di Siena chiamata Costanza, la quale mi asserì che non solo nacque vivo, ma campò più di tre ore, sempre movendosi, e guizzando le membra, o sieno l'estremità tanto superiori che inferiori, come quello ch'era ben nutrito, vegeto, e ben formato in tutto il restante del corpo fuori del capo, essendo stato giudicato di sei in sette mesi a un dipresso, e secondo che io stesso potei osservare, e come chiaramente può riscontrarsi nella Tav. X. fig. I. che lo rappresenta.

E e Per-

(1) Asserì da prima il Vallisnieri che = *i Girini e le Botticine inviluppate nell'uovo si osservano sino dentro l'ovaja, e prima che venga fecondato dal maschio* soggiunge appresso che *la stessa cosa si osserva nell'uova delle Farfalle, delle Cantarelle de' Gigli, e di altri Insetti, che contengono in se il brucolino e il vermetto prima che sieno irrorate dal maschio* Os. int. i Ran. ag. all' Istor. del Camaleonte p. m. 446

Non altrimenti addivenire nelle altre specie d'animali, ed altresì nell'umana, l'affermò dipoi il prelod. Haller. affidato alle sue osservazioni su l'uovo covato, avendogli fatto renunziare all'Epigenesi che s'aveva innanzi adottata (l. c.). Finalmente quanto scrisse il Vallisnieri, e fu affermato dall'Haller, l'hanno di nuovo confermato due gran Filosofi odierni diligentissimi, e grandi osservatori Carlo Bonnet. Consid. sur les corp organ. T. 1. c. 3. §. 36. p. 20., e Lazzaro Spallanzani Op. di fisic animal. e veget. T. 1. Part.II. c XI. p. 195. adducendo anch'essi nuove ragioni, ed osservazioni contro dell'Epigenesi.

(2) l. c

(3) Histoir. de l'Ac. Royal des Scien. an. 1740.

Pertanto la mostruosità di questo feto era solamente nel capo, o per meglio dire nella faccia; la quale a prima vista comparve priva di ambedue le mascelle, e per conseguente, senza la bocca: gli occhi si osservarono dentro alle loro orbite con sopra le palpebre, che stavano obliquamente collocate di sopra in giù, di maniera che i loro canti si potevano chiamare l'uno superiore, l'altro inferiore; i sopraccigli però erano posti trasversalmente, aventi nel loro mezzo non la glabella, ma bensì il naso, secondo che parimente fa vedere l'accennata figura.

Le auricole si estendevano alquanto per la parte inferiore sopra le parti laterali del collo. Avevano queste le loro eminenze, e le loro cavità solite quivi osservarsi, ma alla conca non era continua l'apertura, per cui si va dentro alla cavità del tamburo, essendo ricoperta tutta dagl' integumenti comuni, poichè questa rispondeva internamente nel sacco della faringe, come meglio si vedrà in appresso.

Nel naso si vedevano esteriormente le narici aperte, comparve esso però assai sfigurato, poichè la di lui estremità o sia il globo si trovava voltato all'insù. Questo è quanto comparve di mostruoso esternamente, senza avervi potuto scorger nient' altro di più, bensì il restante fu veduto e riscontrato nel cranio, dopochè furono levati via gl'integumenti, i muscoli, ogni sorta di legamenti, il periostio ec. secondo che mostrano le figure 2. e 3. Tav. X.

Dopo averlo dunque scarnificato, comparve chiaramente che mancavano di fatto tanto la mascella inferiore, che la superiore con gli ossi palatini, e per conseguente tutto il palato tanto osseo che mobile, o sia il velo palatino, come lo hanno alcuni denominato, le tonsille, la lingua con l'epiglotide, l'osso joide, e le grandi aperture nasali posteriori, e perciò anche la lamina di mezzo denominata il vomer. Mancavano inoltre le ossa jugali, o delle guancie: un osso però unico e simigliantissimo alle medesime stava collocato per disotto al naso, a cui era unito con una specie di legamento, che a quell'ora era divenuto alquanto cartilaginoso, il quale partiva da un quinto angolo, che si aveva l'osso stesso verso la parte superiore in mezzo alle due orbite, essendo questo soltanto diverso dalle jugali, che non hanno se non se quattro angoli, del resto era egli in tutto e per tutto simile alle medesime, e faceva in oltre l'offizio di ambedue, imperocchè concorreva, quantunque solo, a formare tuttadue le orbite per la parte inferiore, ed agli angoli suoi inferiori andavano parimente a congiungersi le apofisi a gli archi zigomatici, ben-

benchè assai corti e brevi di ambedue le ossa temporali; di maniera che rimanevano pure al di sotto dei medesimi le Sose temporali, ed alla radice di ognuno dei predetti processi zigomatici mancava la fossetta, e quel tubercolo trasverso, dove sogliono articolarsi i condili della mascella inferiore.

Le orbite non erano formate in questo feto da tutta sette gli ossi, dei quali sogliono esser costrutte, ma bensì dal frontale solamente per la parte superiore (ch'era tuttavia diviso in due dal prolongamento della sutura sagittale) dall'osso unico predetto simile agli zigomatici, dallo sfenoide o cuneiforme, che rimaneva nel fondo di esse orbite, e dall'etmoide con la sua lamina laterale, generalmente nominata l'osso piano. Per entro alle stesse orbite mancava quella fissura chiamata sfeno-massillane, da che non vi era la mascella superiore, nè tampoco vi era il canal nasale mancando l'osso unguis.

L'organo dell'odorato di questo feto, o sia il naso aveva i due ossetti quadrangolari uniti nella parte superiore all'osso frontale, nella parte poi sua inferiore, dove suol essere il globo, era tutto quanto osseo dove si univano un poco lateralmente gli ossi suddetti quadrangolari, con tutto il resto accennato e descritto nella spiegazione della Fig. 2. Tav. X. Per di sotto alla lamina cribrosa si vedevano le cellule costituenti il seno etmoidale. Era similmente l'accennata continuazione delle narici per la parte anteriore fatta a guisa di cono, serrata lateralmente da due laminette ossee, strette, e lunghe che rimanevano tra l'orbite dall'una e dall'altra parte, nel luogo appunto dove sogliono essere le fecciette laterali dell'anzi detto osso etmoide, le quali in antico furono appellate gli ossi piani. Or da questa esposizione si può comprendere che altra apertura non avevano quivi le narici, che quella per la parte loro esteriore od anteriore. La variazione trovata nell'osso etmoide, fu che mancavano del tutto nella parte inferiorei processi pterigoidei.

Un'altra variazione fu anche trovata negli ossi temporali al principio della cavità dell'orecchio, imperciocchè apparve quivi un'ampla apertura; per cui si andava nella cavità del tamburo, dove comparvero gli ossicini mal situati, sul margine della quale stava un piccolo mezzo cerchio od anello osseo, male anch'esso conformato senza la membrana che suol esser inserita, e quivi attaccato con i suoi estremi solamente, per la parte superiore ed inferiore. Non era in questa cavità l'apertura della tromba, come quella che mancava totalmente insieme con quel canaletto, chiamato dall'Albino *semicanale*, accosto ad essa, in cui

ſta collocato, ed ha la ſua origine il muſcolo Euſtachiano del martello. Nella parte deſtra ſi oſſervavano il canal Carotico e l'orifizio dell'acquidotto del Falloppio, i quali però non erano nella parte ſiniſtra.

Nell unione dell'apofiſi dell'oſſo occipitale con lo sfenoide ſtava attaccato per la parte anteriore il ſacco della faringe, e nella parte poſteriore attaccavaſi eſſo ſacco alla ſteſſa apofiſi in vicinanza del gran foro del detto oſſo. Da ambedue poi le parti laterali rimaneva inſerito ſempre unitamente negli oſſi temporali, come fa vedere la fig. mentovata di ſopra, di maniera che dentro ad eſſo ſacco riſpondevano lateralmente le accennate ample aperture, o margini delle cavità del tamburo, e nella parte inferiore le due aperture per l'eſofago, per la laringe, e per l'aſperarteria (1).

Eſſendo adunque attaccato per ogni intorno nella deſcritta guiſa il predetto ſacco, non poteva in verun conto penetrarvi punto di quel liquido, contenuto dentro la membrana che chiamaſi amnio; ma con tutto ciò fu ritrovata nel ſacco medeſimo una materia muccoſa, di un colore un poco roſſaſtro, e quaſi ſanguinolento, ſiccome ancora una materia ſimile fu ritrovata dentro all'eſofago, ed al ventricolo, la quale però tendeva piuttoſto un poco al giallo. Nell'inteſtino Duodeno, e negli altri

(1) Queſto è quanto fu trovato di moſtruoſo in queſto feto. Pertanto ſi appella moſtro, come dice il Bonnet ciaſcheduna produzione organizzata, in cui la conformazione, l'ordine, o il numero di alcuna delle parti, non ſegue le regole ordinarie. Quindi egli ne deduce quattro generi di moſtri, non tre come Giano Planco *Ep. ad Joſeph Puteum*, il 1. de' quali comprende quelli, che ſono tali per la conformazione ſtraordinaria di alcune delle loro parti: il 2. quelli, che hanno alcuni de' loro organi o membri, altrimenti diſtribuiti di quello che ſiano nello ſtato naturale: il 3. quelli, che danno meno parti, di quelle, che ſono date alla ſpecie; il 4. quelli, che hanno più parti di quello, che comporti lo ſtato naturale. Al 3. genere adunque ſembra che ſi poſſa riferire queſto moſtro, atteſo che mancano nella di lui faccia molte parti, come ſi è veduto; bensì per riſpetto al ſolo oſſo jugale o ſimile ad eſſi, formante le due orbite, ed a cui ſtanno unite le due arcate zigomatiche, per riſpetto pure al naſo, alle auricole che diſcendono ſu la cervice lateralmente, al ſacco della faringe, che ſta attaccato attorno all'apofiſi sfenoidale dell'oſſo dell'occipite tra il gran foro, e l'oſſo ſteſſo sfenoidale, contenente dentro di ſe le aperture della cavità del tamburo, ed il tamburo ſteſſo degli orecchi ec ſembra che poſſa dirſi appartenere eziandio a quelli del ſecondo del genero, e fors'anche del primo.

Potrebbe taluno per avventura dire, che le parti deficienti in queſto capo, intanto mancano, in quanto che non ſi ſono eſſe ſviluppate come le altre, poichè ſi poſſono immaginare (Bon. *l.* 1. *c.* 291.) molte cauſe naturali capaci di alterare nel germe diverſi organi, di opprimerne la ſoluzione, o ſia lo ſviluppo in tutto, od in parte, coſa che non ſi vuole ora eſaminare, parendo che le parti componenti queſto tutto, comunque ſiaſi, ſenza veſtigio alcuno, o porzione di veruna delle mancanti, dimoſtrino, ſtando così bene ordinate ed unite inſieme tra loro, che ſieno primordiali, o ſivvero primogenie, cioè a dire in cotal guiſa coſtrutte e diſpoſte nel germe.

altri due tenui Digiuno, ed Ileon appresso, vi era una materia simile muccosa, ma alquanto densa e melmosa per tutta la loro lunghezza. Verso l'estremità dell'Ileon, pel tratto di cinque in sei dita trasverse, comparve un poco di materia nericcia, ed alquanto simile al meconio, ma nell' intestino Colon, principiando dal cieco non vi era meconio, se non verso l'estremità in confine all'intestino retto, per la lunghezza di circa tre dita trasverse, e questo meconio era alquanto più nericante e denso di quello contenuto verso l'estremità dell'Ileon. L'intestino retto era tutto quanto ripieno, e turgido di meconio ben fosco e quasi nero, e più denso.

La lunghezza di tutti gl'intestini insieme di questo feto era di 3. braccia; e quella de' soli tenui era di braccia due meno tre dita traverse; onde sottratte queste dalle intere tre braccia, restano un braccio e tre dita traverse per gl'intestini grossi. Nell' intestino Ileon inoltre, lungi dal Cieco un poco meno di mezzo braccio fu trovata una piccola appendice o diverticolo, che chiamar si voglia della lunghezza a un dipresso di tre linee, entro cui era un certo liquore alquanto mucilaginoso, e simile a quello contenuto dentro allo stesso intestino. Questa piccola appendice trovata in questo feto par che possa dirsi originaria, secondo che è stato creduto da me stesso prima d'ora (1).

La lunghezza del feto dal sincipite sino alla pianta dei piedi era due terzi di braccio Senese appunto; misura corrispondente a un dipresso alla lunghezza ordinaria degli intestini.

La Vescica urinaria comparve un poco turgida, e così l'uraco appeso al fondo di essa, siccome ancora gli ureterj; ma tal turgidezza non veniva cagionata dall'orina, che fosse contenuta dentro la sua cavità, ma procedeva dalle pareti della medesima, le quali erano per se stesse grosse e di un colore biancastro.

Fu fatta pure qualche osservazione sull' uraco, se mai si fosse trovato cavo a foggia di canaletto, ed in oltre se la cavità sua fosse stata continua con quella della vescica, come appunto si osserva esser l' uraco degli animali, ma non fu possibile di veder ciò; anzi si vedde chiaramente la tunica interna della vescica distesa ugualmente tanto sul fondo della medesima da dove parte l' uraco, quanto in tutto il restante della cavità, ricoprendola ovunque nella stessa maniera, e solo furono veduti aprirsi in quella cavità i due ureterj, e l' uretra, conforme suole osservarsi negli altri feti. Pertanto fu concluso, che l' uraco nell' uomo naturalmente non sia un canale andante, e continuo

(1) Atti dell' Ac. di Siena T. 3. p. 99. e seg.

nuo con la cavità della veſcica, ma un ſemplice legamento finiente nell'umbilico.

Le viſcere dei Reni, ſpogliati della loro ſoſtanza cellulare, in cui trovanſi ordinariamente avvolti, non furono trovati liſci come negli adulti, ma bensì diſuguali e bernoccoluti conforme lo ſogliono eſſere negli altri feti, ne'bambini ed eziandio in alcuni animali come ſarebbe negli Orſi ec. Non è dunque da dubitare che queſto feto ſi nutriſſe per la via del cordone umbilicale, o ſia per la continuazione de' ſuoi vaſi con quelli della Matrice, come G. Noortwyk (1) B. S. Albino (2), ed anche ai di noſtri G. Hunter (3) vogliono contro il ſentimento di A. Monro il vecchio (4), de' ſuoi due figli Donald ed Aleſſandro (5), di Roederer (6), e di Sabatier (7), il quale è di parere con i ſuddetti Autori, che le diramazioni delle arterie, e della vena umbilicale vadano a sboccare nei ſeni della Matrice, dove l'eſtremità della detta vena aſſorbiſcano ſoltanto un ſacco bianco per portarlo al feto, come i vaſi lattei prendono il chilo, che è contenuto negl'inteſtini ec. dottrine tutte eſpoſte a lungo dal B. A. V. Haller (8), non eſſendoſi mai data a me l'occaſione di far ſimili ricerche in alcuna di quelle infelici, che muojono in tempo di gravidanza. Non voglio però di tralaſciar di rammentare in propoſito della nutrizione del feto, come fu tenuta anticamente opinione da Almeone Crotonenſe, autor graviſſimo, e gran Filoſofo, ed Anatomico di quel tempo, come quello che fu il primo, per teſtimonianza di Clemente Aleſſandrino, e di Calcidio, che ſcriveſſe intorno alle materie fiſiche, ed eſercitaſſe la Notomia, che il feto ſi nutriſſe per la ſuperficie del corpo di quel liquido ſenz'altro dell'amnio, in cui eſſo ſta immerſo, attratto dalle poroſitá aſſorbenti che quivi ritrovanſi come in altre parti del corpo (9). Queſta opinione l'hanno di nuovo meſſa in campo alcuni novelli Scrittori, ed ultimamente M. Sue (10) facendo menzione di un feto, che conſerva nel ſuo Gabinetto, ritrovato ſenza cordone umbilicale, e ſenza aperture alla boc-

(1) Uteri hum. gravid. hiſt. & anat. §.6.

(2) Annot. 11. c.x. Uter. Mulier. gravid. Tab.VII. di cui fu parlato nelle mie Let. ſtamp. in Lucca 1764.p.15.not.(b) ed in Siena let.2. al Sig. Ab. Felice Fontana p.60.

(3) Giorn. de' Let. di Piſa T.XXVI. § 1.

(4) Medical. Eſſays and. obſervat. by a Society in Edimb. vol.II. art.IX.

(5) Eſſais & obſervat. phiſ & lit. de la Soc. d'Edimb. T.1. art.XVII. & XVIII.

(6) Opuſc. Medic de foetu perfecto §.X.

(7) Traitè complet d'Anat. T.III. p 131. & ſuiv.

(8) Elem. Phyſiol. Tom 8. P.I Sect.III. §.XXIV. & ſeq.

(9) Clerc. Hiſtoir. de la Medec. 1. Part. liv.1. chap 5. p.95. Duglas Bibliograph. Anat. p 9.

(10) Elem. de Chirurg. 1754. libro per altro anonimo.

bocca e al naſo, il qual afferma parimente di averlo veduto F. Valli ceruſico Fiorentino (1).

M. Levret anch'ei ſi dichiara di eſſer di tale opinione (2) atteſo l'eſempio, com'ei ſi eſprime, di più feti che ſi ſono ſviluppati, ed in oltre creſciuti, quantunque non aveſſero verun altra apertura eſteriore ſe non i pori cutanei, e nè pure il cordone umbilicale, nè altro che poteſſe ſupplirvi. Di queſto medeſimo ſentimento furono parimente il Vieſſens (3), Diemerbroek (4), ed A. Kaau Boerahave (5), al quale parve molto probabile che il feto prendeſſe il nutrimento non ſolamente per l'umbilico, e per la bocca, ma ancora per tutta quanta la ſuperficie eſterna del corpo, parendogli che il colore, l'umore, la fabbrica del feto già diſpoſta, e la mollezza delle di lui parti lo facciano vedere. Una conferma di queſta opinione ſembrami che poſſa eſſere l'aſſorbimento di certe ſoſtanze, che manifeſtamente fa il corpo umano, eſſendo applicate alla ſua ſuperficie eſteriore, e dell'acqua medeſima, ed in particolare immergendoviſi, come io ſteſſo in altra occaſione mi eſpreſſi (6) Ma l'eſſer la cute del feto ſpalmata di una materia viſcoſa e cacioſa, come la chiama l'Haller, ha fatto credere impoſſibile al medeſimo che il feto poſſa trar nutrimento per quella via, o ſivvero per le poroſità dell'epidermide e della cute; concioſſiacoſachè quand'anche il detto fluido poteſſe penetrare per le dette poroſità, riſtagnerebbe, com'ei va dicendo, nel teſſuto cellulare o pannicolo adipoſo, collocato per di ſotto alla cute, tanto più che lo ſteſſo liquido è talmente viſcoſo, che gli ſembra impoſſibile che poſſa penetrare per le medeſime poroſità (7).

Queſt'umore adunque dell'amnio, come quello che continuamente ſeparaſi, perchè non ſi aumenti all'eccesſo, e non s'imputridiſca riſtagnando in pregiudizio del feto e della madre, fa d'uopo che venga rinnovato; e nel noſtro caſo non può addivenir ciò, ſe non coll'eſſer aſſorbito, non potendo paſſare in nutrimento, com'è d'avviſo il precitato Haller, dalle poroſità dell'amnio, e del corio, riportandolo all'utero della madre, da cui doveva eſſer ſortito, mentre il corio, che ſta ſopra ed unito all'amnio, per teſtimonianza di G. Hunter, è ricoperto di piccoli e delicati vaſi ondeggianti, benchè negati da Ruiſchio, che ſi per-

(1) Tat. del Parto natural. p. m. 92.
(2) L'Art. des accouch. Sect. 7. c. 6. § 417. p. m. 47.
(3) Novor. vaſor. ſyſt. p. 14.
(4) Anat. l. 1. c. 28.
(5) Perſp. Hipocr. l. de Concept. c. 28. § 1048. &c.
(6) Let. Anat. Lucca 1764. p. 5. e 6.
(7) Elem. Phiſiol. Tom. VIII. p. I. l. XXIX. Sect. III. § II. p. 205.

ſi perdono nella membrana da lui chiamata refleſſa: atteſta inoltre che la decidua, di cui è parte la detta refleſſa ſi oſſerva di una ſtruttura cribriforme o reticolata (1) nella faccia contigua all'utero e piena di vene, che paſſano in eſſa dall'utero medeſimo, e le injezioni gli hanno fatto vedere di più, che dalla matrice alla decidua vanno arterie, e vene, veggendoſi queſte in maggior numero e più ramificate delle arterie, le quali ſerpeggiano ſempre in piccoli giri. Queſto pertanto ſi è il nome, che il prenominato G. Hunter ha dato a tutte queſte membrane involventi il feto, quali membrane tutte quante ſono ſtate riconoſciute per l'innanzi dagli Anatomici, benchè alcune di eſſe ſieno ſtate chiamate diverſamente. La prima di queſte membrane, e che è più dappreſſo al feto, e che contiene il liquido, in cui ſta eſſo immerſo l'appellano generalmente amnio o ſivvero agnina, ed in generale chiamano pur placenta quella maſſa ſpongioſa, orbicolare larga, ſecondo il Needham (2) un piede, ed alta due dita, con la di cui ſuperficie eſteriore e conveſſa, fornita di groſſe eminenze particolari, appellate, atteſa la loro figura, papille, ſta coerente all'utero, e nella concava s'impianta il funicolo umbilicale. Ma all'altra che trovaſi coerente a tutto il reſto dell'utero, come la placenta, e che dall'Hunter è chiamata refleſſa, non le vien dato da tutti lo ſteſſo nome, come Niccolò Hoboken (3), Federigo Ruiſch (4), W. Noortvvyk (5) G. Needham (6) ed il B. A. V. Haller (7) con più altri l'appellano corio: altri poi, come ſarebbe B. S. Albino la nomina involucro membranaceo (8) e G. P. Roederer membrana filamentoſa (9) chiamando poi l'uno e l'altro di queſti col nome di corio, come fa l'Hunter, quella che poſa ſull'amnio, la quale dall'Hoboken (10), dal Rouhault (11), ed eziandio dall'Haller (12) vien chiamata media: Altri l'attribuiſcano all'amnio, chiamandola membrana eſterna del medeſimo, ed altri al corio, volendo che ſia la membrana eſterna dello ſteſſo come

(1) Queſta tunica reticolata non vuole il Sabatier che appartenga all'utero, ma all'eſterna delle due, nelle quali ſta ravvolto il feto, e che vada poſcia a ricoprire la ſuperficie conveſſa della placenta, non avendo avuta contezza, com'è da crederſi dell'opera egregia dell'Hunter. *Trait. compl. d'Anat. Tom.III.* p.142.

(2) G. Needham *de form. foet.* c.2. p 39.

(3) *Anat ſecund. hum. repet.* Sect.1. c.VII. art.3. §.21. p.287. & ſeq.

(4) Ep.IX. p. 9. XIII. p.10. Adv. Dec. III. ep.28. Theſ.V. n.1.

(5) l. c.

(6) l. c.

(7) l. c.

(8) *Uter. Mulieb. gravid.* T.VII. Tab.II.

(9) *Elem. de l'art. des Accouch.* ch. IV. §.68.

(10) l. c.

(11) *Oſſerv. anat. fiſic.* oſſerv.1.

(12) l. c.

me il Noortvvik (1) il quale lo attribuisce ora all' amnio, ora al corio, ed il Ruisch altresì la considera come una membrana interna del corio (2) benche dia ad esso il nome particolare di *pseudoallantoide* o sia la membrana urinaria dei quadrupedi, alla quale con tuttociò il Needham (3) dà il nome di membrana urinaria. Altri finalmente chiamano questa membrana col nome di corio, come l'Albino (4) Roederer (5), ed ultimamente il prenominato gran maestro dell'arte Ostetricia G. Hunter, conforme si legge nell'estratto della sua opera, inserito nel Giornale dei Letterati, che stampano in Pisa (6). Io parimente giudicai doverla chiamare corio, siccome l' Haller congetturò (7) per aver io scritto, che il funicolo umbilicale è ricoperto da due membrane amnio, e corio, quella esterna, questa interna, come di fatto si osserva (8), non già da quella soltanto, siccome diversi Anatomici asseriscono, quantunque questa, cioè a dire il corio si separi difficilmente dalla superficie concava della placenta, a cui essa sta tenacemente congiunta, e dai grossi tronchi arteriosi, e venosi de vasi umbilicali, quivi disseminati, non già l' amnio che facilmente separasi. Ma in passato pure sem-

(1) l c.
(2) l. c.
(3) l. c.
(4) l c.
(5) l. c.
(6) l. c.
(7) l. c. §. 5. (not.b.)
(8) *Observ. anat.* ed. 2 §. 41. p.79. Simone Rouhault dice: *che secondo il parere di alcuni Notomisti*, senza citare chi essi siano: *due sono le membrane che cuoprono* il Tralcio umbilicale, che secondo le mie osservazioni sono l' amnio, ed il corio, benchè pretenda che il solo corio, da esso chiamato coll' Hoboken. *membrana media*, sia quello solo che lo ricopra esternamente, volendo che l' amnio termini in una specie d' anello al principio del cordone prossimamente alla placenta os. 1. p. 22. os. 2. p. 26. Al contrario secondo altri l' amnio solo si è quello che ricopre il detto tralcio, come sarebbe l' Heistero il Lieutaud, e recentemente il Sabatier: ma per quanto potei osservare, vanno tanto l' una che l' altra di queste membrane a ricoprire il detto cordone o tralcio, come già dissi, dopo aver passata la placenta, sopra le quali essa posa, e da quelle in oltre ha la sua sorgente. Non so per vero dire se per entro al tralcio havvi quella sostanza speciale detta *gelatinosa* da alcuni, e dal medesimo Rouhault *corpo spongioso* o *celluloso*, parendogli senza preparazione *fibroso*, preso per tale dall' Hoboken; questa però si è una forte e densa cellulare, come quella che va ad insinuarsi in ogni parte (secondo che una volta rimirandola era portato a credere), e cellulare parimente vedo che l' ha appellata ancora il Noortvvyk, ed il Sabatier, la quale tiene separate sì, ma però insieme collegate le arterie, e la vena umbilicale, e quella sostanza legamentosa che dal fondo della vescica si estende fino al bellico, dove si attacca, stando in mezzo all' arterie, chiamata anche nella specie humana *uraco*, benchè non sia in questa cavo, nè vi passi l' orina come avviene ne' quadrupedi, essendo in quella l' uso suo per avventura di tener sospesa la vescica, il perchè non discenda con facilità del suo fondo verso il suo collo in gran pregiudizio dell' individuo, potendone addivenire l' uscita della medesima per l' anello de' muscoli obliqui dell' addome, cagionandovi un' ernia particolare, come, con tutto questo legamento, talvolta succede.

ſembra che con tal nome ſia ſtata appellata dal Falloppio (1), che ſcriſſe eſſer due ſole le membrane, nelle quali ſta involto il feto, cioè a dire l'amnio ed il corio (così pure B. Euſtachio giuſta la ſpiegazione della fig. VI. T. XIV. data dall' Albino, e dal Martini), ſopra di cui dice apertamente che vi ha una ſoſtanza carnoſa a foggia di glutine, col di cui mezzo viene ad unirſi a tutto l' utero, che può raderſi facilmente con le unghie e col coltello, e che non eſſendo tolta via leva la traſparenza al corio. Queſta membrana ſenza altro ſi è quella, ch' è ſtata chiamata da alcuni corio, dall' Albono involucro membranaceo, dal Roederer membrana filamentoſa, e dal Hunter refleſſa, o ſia tunica interna della membrana, che ricopre l' utero, da eſſo chiamata decidua, la quale pervenuta alla circonferenza della placenta ſi roveſcia in dietro, e va a ricoprire il corio, e che forma ſecondo il medeſimo la terza membrana eſterna del piccolo otre, che contiene le acque mentovate del feto, levando la traſparenza tanto a queſto che all'amnio (2). L' eſterna tunica poi di queſte membrane chiamata propriamente decidua vuole che ſeguiti a ricoprire l' utero ſino al ſuo orifizio, nelle valvule del quale s' inſinui, e termini; onde per mezzo di queſta ſtarà la placenta coerente all' utero.

Non ſolo il Falloppio chiamò corio la detta membrana, ma anche Giulio Ceſare Aranzio, il quale parimente ſcriſſe che due ſole erano le membrane che involvevano il feto (3), cioè a dire l'amnio ed il corio, ed inoltre che la ſuperficie eſterna di queſt' ultima ha ſopra di ſe eſteſa a guiſa di glutine una tenue ſoſtanza carnea, conforme appunto ſcriſſe il prelodato Falloppio, acciocchè il corio ſtia più facilmente aderente ed unito all' utero.

Giovanni Goreo dice anch' eſſo che il corio è la membrana eſteriore, che involve tutto il feto, dividendola in due, l' una interna, l' altra eſterna, quella tenuiſſima, queſta alquanto più groſſa ora più molle, ſimile alla carta ſugante inſanguinata (4), tra le quali s' inſinuano molte arterie e vene, per nutrire il feto provenienti dalle boccuccie dei vaſi congeneri all' utero.

L' Harveo parimente ſcrive che il corio poſa ſull' amnio, e che ſta a queſto in guiſa unito, che non è facil coſa il dividerlo da eſſo. Soggiunge ancora che il mentovato corio nella parte interna è liſcio, e lubrico, e nell' eſterna diſuguale, e viſcoſo, ſtando inteſſuto,

(1) *Obſerv. anat.* p. 207.
(2) l. c.
(3) *De hum. foet.* c. x. p. 28.
(4) *Def. medic.* E. Pariſ. 1622. alla parola Χοριον.

to, a detta sua, di molte vene (1). Dice di più che la sua parte superiore è grossa e molle, e l'inferiore più tenue, e membranacea.

Ma sino in antico fu fatta menzione da Rufo, da Efeso, che fiorì innanzi a Galeno sotto gl'Imperatori Nerva, e Trajano di due sole membrane involventi il feto (2), l'una più prossima ad esso, ch'è l'interiore, appellata anche da questo scrittore amnio, e l'altra esteriore, coerente all' utero, a cui ha dato il nome di *secundæ*.

Or da quanto si è narrato fin quì appare che la maggior parte degli Anatomici di maggior grido hanno dato il nome di corio a quella membrana trasparente anch'essa come l'amnio, che le sta sotto e ad essa congiunta, non già a quella, che sta collocata al di sopra, e l'unisce all'utero, come fa la placenta: benchè questa ancora alcuni dei precitati Anatomici l'hanno appellata col nome che è sembrato loro di doverla denominare, conforme di sopra si è fatto vedere senza stare a ripeterlo.

Il Gatto mostruoso di sopra mentovato si aveva un solo capo, conforme in tutto e per tutto a quello degli altri Gatti: solamente nell'osso dell'occipite osservavansi due gran fori invece di uno a cui si univano due spine, che si ritrovava aver questo mostro, per entro alle quali andavano due midolle, e posava il detto capo, ovvero cranio, articolandosi con le due prime vertebre della cervice, giusta il consueto. Le nominate spine in vicinanza dell'occipite non erano lontane l'una dall'altra più di due o tre linee, allontanandosi dipoi sempre più, di maniera che la maggior distanza si era trà l'uno e l'altr'osso sacro, e tutto questo spazio od intervallo era ripieno di cellulare. La cavità del torace era parimente una sola, quantunque vi fossero due sterni, l'uno opposto all'altro, tra le due spine, ad ognuno dei quali andavano a terminare le coste, ch'erano duplicate provegnenti dall'una, e dall'altra spina, articolandovisi con le vertebre, e così con gli sterni, con questa differenza, che quelle che terminavano in ambedue gli sterni a destra, erano quattordici, quelle poi che terminavano in essi sterni a sinistra, erano in numero di tredici, secondo l'ordinario (3). Pertanto la detta cavità stava divisa in due laterali, destra, e sinistra, dalla duplicatura

(1) *De uteri membran. & humor.* exercit. *de generat. animal.* p. 382.

(2) *De corp. hum. part. appellat* l. 1. c. 37 p. 448.

(3) Scrivono alcuni Anatomici di aver ritrovate delle costole di più in uno dei lati di un torace umano. Pertanto avverte M. Hounaut che una simile costola non può dirsi che sia di un altro feto, poichè è difficile l'immaginarsi, che due feti contenuti nel medesimo tempo nella matrice, uno si sia interamente distrutto, ad eccezione di una o due coste, conforme non tanto di rado avvien di trovarne. Histoir. de l' Ac. R. des Scien. an. 1740.

delle due pleure, formanti il Mediastino, che stava inserito nell'uno e nell'altro sterno, in mezzo a cui stavasi il cuore dentro al suo pericardio, dal sinistro ventricolo del quale, come quello ch'era solo, nascevano due arterie magne, l' una accanto all' altra, o sia destra, e sinistra, rivoltandosi in seguito ognuna verso la sua parte a guisa di arco, formavano due tronchi di arterie descendenti.

Duplicati poi furono trovati i polmoni, gli uni posti sopra gli altri: quelli ch'erano collocati verso il dorso, erano divisi in tre lobi in ambedue lati: gli altri, su i quali i predetti erano divisi, cioè a dire quelli del lato destro, in tre, quelli del sinistro in due lobi. Gli uni e gli altri di questi polmoni stavano ricoperti dalle pleure, e si avevano la loro asperarteria l' una collocata sopra l'altra.

Una sola parimente era la cavità dell' infimo ventre, separata da quella del torace, secondo il solito, dal diaframma, dentro alla quale fu trovato un solo fegato, posto in mezzo alla medesima, diviso in sei lobi, tre dei quali erano da una parte, e tre dall'altra, gli uni a destra, gli altri a sinistra, dal di cui mezzo, su la faccia convessa, nasceva un legamento, che andava ad impiantarsi nel Diaframma, verso la cartilagine mucronata, chiamato suspensivo, lateralmente al quale vi erano due altri simili legamenti, che parimente si attaccavano al Diaframma, appunto come si osserva nell' uomo. Per di sotto al mentovato legamento di mezzo vedevasi una scissura fra gli uni e gli altri lobi, dentro a cui penetrava la vena umbilicale, ch' era unica, benchè le arterie fossero quattro, e due gli urachi, vegnenti dal fondo di due vesciche urinarie, che trovavansi nella parte inferiore di questa cavità, ove dividevasi in due pelvi segregate l'una dall' altra.

Unica e sola era pur la milza nell' ipocondrio sinistro, che stava attaccata al Diaframma per mezzo di un legamento, formato da una duplicatura del peritoneo come quelli del fegato, conforme avviene nella milza umana.

Un solo ventricolo era altresì per entro a questa cavità tra la milza ed il fegato, da cui stava in buona parte ricoperto, nel quale metteva foce l' esofago dalla parte sua superiore, unico anch' esso, il quale nel collo, e nel torace stava collocato tra le due asperarterie di sopra mentovate; il qual ventricolo essendo stato gonfiato compariva di una figura quadrangolare, e quasi cubica. Dalla parte poi inferiore, quasi dirimpetto all' esofago, partiva un intestino, che per la lunghezza di un palmo e quattro dita trasverse, scorreva all' ingiù serpeggiante appunto come fanno gl' intestini umani, essendo quasi uguale in tutta la la sua lunghezza, e terminava in una cavità alquanto ampla, facente un seno a destra del Gatto, a guisa di un intestino

cieco, dalle parti laterali del quale sortivano due inteſtini che andavano l'uno a deſtra, l'altro a ſiniſtra alquanto obliquamente, i quali lungi quattro dita traverſe sboccavano in un'altra piccola cavità, da cui uſciva un appendice vermiforme ſimile a quella degl'inteſtini umani. Finalmente l'uno e l'altro di queſti inteſtini andava dentro alla ſua pelvi, e dopo traſcorſa la lunghezza di tre dita traverſe, terminava ognuno in un podice, che ſi aveva dall'una, e dall'altra parte queſto moſtro.

I reni che oſſervaronſi in queſta cavità erano quattro, due a deſtra, e due a ſiniſtra, ſiccome quattro ſi erano gli ureterj, diſcendenti da eſſi, i quali andavano a terminare per entro alle due veſciche verſo il collo, giuſta il conſueto, ſopra ciaſcuna delle quali ſtava il ſuo utero, eſſendo femminino. Due inoltre vi erano le code, perchè due, come ſi è detto erano le pelvi. L'eſtremità poſteriori erano in numero di quattro ſimili tra loro, eſſendo quattro gli acetabuli delle oſſa innominate nell'uomo. Quattro pure ſi erano l'eſtremità anteriori, ſiccome ancora quattro erano le ſcapule, nelle di cui cavità glenoidali ſi articolavano le prime oſſa delle medeſime eſtremità, conforme fanno gli omeri nelle cavità glenoidali delle ſcapule umane: ma le figure poſſono per avventura far meglio comprendere quanto ſi è fin quì narrato.

Sarebbe ſtato deſiderabile, che queſto moſtro foſſe viſſuto; ma ad onta di tutte le attenzioni uſate dal padrone, non gli fu poſſibile di farlo allattare dalla madre, la quale pareva che lo aveſſe in orrore. Queſt' orrore ſembra in certa maniera inſito dalla natura in tutti i viventi, poichè in tempi meno colti, gli uomini ſteſſi aborrivano i moſtri anche della propria ſpecie, e le leggi pure gli condannavano, come di cattivo augurio, alle tenebre (1).

Queſto moſtro ancora, avente più parti di quelle che lo ſtato naturale comporta, e tutte proprie alla ſpecie, deve collocarſi, ſecondo il Bonnet (2), tra quelli del quarto genere, ma contuttociò ſembrami che non debba appellarſi per accidente, od a caſo, poichè tutte le parti che lo compongono ſon così ben collegate inſieme che quelle, che ſi oſſervano duplicate, non debbano appartenere ad un altro individuo, ma ſieno proprie dello ſteſſo in tal guiſa formato e coſtrutto, giacchè un ſolo ſi è il capo così ben adattato, ed articolato con le due ſpine, ai di cui canali corriſpondevano que' due gran fori, che oſſervanſi nell'oſſo dell'occipite ſenza ſcorger parte alcuna, che poſſa dar indizio eſſer di un altro capo, che ſia rimaſto

(1) Kaau Boerahave Hiſt. inf. monſr. præf.
(2) Tom. II. § 350. p. 293.

sto soppresso, mentre era l'embrione molle e tenero. Un solo parimente si era il canal degli alimenti dal suo principio fino alla biforcazione, che faceva l'intestino verso il suo fine per andare a terminare nei suoi podici, come si è detto di sopra. Uno solo parimente era il cuore, da cui partivano due tronchi di arterie per portare il sangue a tutte le parti del mostro, siccome ancora un fegato unico, ed una sola milza. E se quattro si erano i reni, due dall' una, e due dall' altra parte con i suoi ureterj, ciò addiveniva dall' esser due le vesciche urinarie, non già che dir si potesse appartener due di essi ad un altro individuo, stando tutti e quattro collocati dentro alla cavità dell'Addome, ch'era sola: come altresì dentro ad una cavità del Torace stavano collocati i polmoni, bench'essi pur duplicati. Nè pure l'estremità tanto anteriori che posteriori duplicate, sembra che dimostrino essere questo bruto mostruoso per accidente od a caso, atteso che due erano le pelvi, e duplicate le parti del Torace, per ognuna delle quali facevano di bisogno due scapule con le sue estremità ad esse congiunte, tutte sì ben disposte ed unite da levare ogni dubbio di cosa accidentale ed a caso. Questo si è il mio sentimento, che forse non sarà conforme a quello che si possa aver altri, senza che io me lo abbia a male.

Mi avvedo bene, che non sarebbe stata inutile una maggiore, e più minuta ricerca nelle parti molli di ognuno di questi mostri, ma le occupazioni, nelle quali ci trovammo il Pubblico Dissettore Alessandro Felici, ed io nel far la Notomia allora quando ci capitarono questi mostri, non ce lo permessero; non avendo pensato a conservargli preparati, come si sarebbe potuto fare per meglio esaminargli dipoi, e tesserne delle memorie ben lunghe, come son quelle di I. B Winslow, e di Lemery, e scriverne eziandio dei libri intieri ad imitazione di A. Kaau Boerahave, di A. Haller, del Van Doeveren, e di altri ancora: bensì stimammo opportuno di ritenerne le ossa, avendone fatti il detto Sig. Felici gli Scheletri, le quali in fatto non meno degli organi, e delle altre parti notate e qui sopra descritte, ci hanno fatto determinare a creder questi mostri originarj, come il Winslovv col coltello alla mano (così si esprime il Bonnet) s'impegnò a sostenere, che fossero i mostri, insieme col Du Vernois contro del Lemery, il quale fu d'avviso che sieno piuttosto accidentali anzi che no, o sivvero a caso, com'è stato detto in principio.

SPIE-

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Fig. I. Tab. X.

AAA LA parte del capo coperta dai capelli.
a—a La parte glabra, o sia la faccia.
B Il termine inferiore della suddetta faccia, dove suol essere 'l mento col rimanente della mascella inferiore.
b Una parte globosa, che sporgeva alquanto in fuori per di sotto.
c Il globo (che pare possa chiamarsi) del naso, il quale era di color bianco; mentre l'altra eminenza globosa sopradetta era alquanto rossa, con tutta la parte all' intorno; in mezzo a cui comparisce un foro, nel quale essendo stato introdotto un piccolo specillo, questo non penetrò più innanzi di circa due linee del Pollice di Parigi: in oltre dalle parti laterali del detto globo erano.
CC Le cavità che si appellano le narici:
aaa Le cartilagini che stanno lateralmente, e superiormente alle nominate narici:
d Lo spazio ch'era tra la parte inferiore accennata ed il naso, dove suol essere situata la bocca con le mascelle, di cui non era quivi nè pur ombra di vestigio:
ee Le palpebre inferiori degl' occhi, le quali stavano collocate obliquamente, come appunto si vedono, e non in linea parallela all'Orizonte, come sogliono esser a un di presso.
†† Le palpebre superiori:
* Il canto interno dell'occhio destro, rimanendo quello del sinistro in questa positura occultato; e
f f I sopraccigli.
gg L'elice dell' una e dell' altr' auricula, che terminava nella parte anteriore del collo.
ii L'Antelice di ambedue l'auricule suddette, essendo tra l'una e l'altra la cavità innominata.
EE La Conca, così chiamata, dell'orecchio serrata, poichè non vi era alcun orifizio del meato auditorio, o poro acustico, come soglion chiamare.
nn Il Trago, accanto a cui sono:
FF Due orifizj ciechi, ne'quali essendo stato posto uno specillo, fu trovato che non si profondava in essi:
G Il nodo del collo dove mancava l'osso Joide.

H La

H La cavità ch'è alla fine del collo, ed al principio dello sterno detta *Jugulum*.

Il rimanente di questo feto non ha bisogno di spiegazione, essendo simigliantissimo, come si vede chiaramente, agli altri feti maschili, nati senza verun difetto.

Fig. II.

La calvaria ossia il cranio veduto per la parte esterna inferiore del feto.

AA L' osso frontale, il quale era tuttavia diviso in due mediante la sutura sagittale, che andava a terminare alla radice del naso, dov'erano i suoi due soliti officini, i quali non sono stati disegnati in questa figura, perchè veniva la loro veduta impedita, e della sutura sagittale, da

C Un'eminenza ossea che termina per la parte inferiore le narici, le quali erano divise da una tramezza o parete, proveniente dalla cresta del gallo, mancante della parte inferiore denominata 'l vomer; per entro alle quali narici vedevansi due degli ossi turbinati uno per parte. Quest' eminenza ossea era quella che formava il globo notato nella prima figura con la lettera c.

** Le orbite.

D Un osso consimile a quello della guancia, che forma con l'osso frontale il margine esteriore di ambedue le fosse, o sia l'orbite suddette, restando in mezzo l'eminenza ossea C. accennata di sopra, ed in oltre.

a Una cartilagine procedente da uno degl'angoli dell'osso predetto simile al jugale D, che termina alla radice dell'eminenza C, dov'era tuttavia una cartilagine, che divideva in due le dette orbite.

EE I due ossi parietali.

FF I due ossi temporali.

bb I processi zigomatici d'ambidue gli ossi temporali, che vanno ad unirsi lateralmente ai due angoli inferiori dell' osso jugale, appunto come fanno i detti processi zigomatici negli ossi delle guancie.

GG I processi mammillari del detto osso, i quali erano tuttavia depressi

r Il forame magno dell'osso dell' occipite avente dai lati.

HH I Condili dell'osso medesimo, con i quali si articolava la vertebra Atlante,

I L'a

I L' apofifi occipitale dell' offo fteffo, la quale andava ad unirfi all'

K Offo Sfenoide.

cc Due piccoli proceffi pofti lateralmente, equivalenti ai proceffi aliformi del medefimo offo sfenoide.

eee Il facco della faringe incifo e quivi attaccato, girando pofcia lateralmente fino al confine del nominato offo K, comprendendo tutto quefto fpazio, dov' erano

L L Due cavità laterali del timpano dell' orecchio, in cui ftavano collocati gl' officini dell' udito, benchè alquanto fuori di fito; e

f f L' Anello offeo, il quale era ricoperto da una tenue membrana, che può chiamarfi del timpano.

Fig. III.

Fa vedere la calvaria del feto moftruofo, per la parte interna inferiore.

A A L'offo frontale, cioè a dire, le due parti che formano l'orbite

aaaa La fciffura dell' offo medefimo, dentro a cui fta collocata

B B La parte fuperiore dell' offo Etmoide o fia cribrofo, in mezzo a cui vi è pofta.

bb Un' eminenza cartilaginofa, ch' è quella che divien poi offea, e forma la crefta del gallo, da cui partiva quella tramezza, o parete, che divide la cavità delle narici, effendo ancor effa cartilaginofa.

C C L' offo multiforme in confine all' offo frontale.

D D Le parti laterali dell' offo fteffo, che fogliono unirfi ai temporali, e che formano i proceffi aliformi.

E E I fori per i quali paffano i nervi ottici.

F F Due altri fori, che vanno ancor effi dentro all' orbita, e fono il terzo pajo di quelli, che offervanfi comunemente nella bafe della calvaria, nominati anche laceri.

†††† I due proceffi clinoidi, i fuperiori de' quali erano più vifibili degl' inferiori.

* La fella turchefca contenuta dentro

oo I fori rotondi, o fieno il quarto pajo pel tranfito del fecondo ramo del quinto pajo de' nervi.

pp I fori ovali od il quinto pajo de' medefimi, pel tranfito del terzo ramo del quinto pajo de' nervi fuddetti.

qq Il sesto pajo de' fori nella base del cranio, o sieno gli spinosi, per i quali passa l'arteria meningea.

r Il settimo pajo de' fori, per i quali entra nella calvaria l'arteria carotide.

G G Gli ossi temporali.

H H Le apofisi pietrose del medesimo.

c c I fori nell'apofisi stessa per li nervi acustici, o sia l'ottavo pajo de' fori nella base della calvaria.

e c I due canaletti, che servono ai seni inferiori delle apofisi pietrose.

f f I fori per i quali escono dalla calvaria i seni laterali, che formano le Jugulari interne, o sia il nono pajo di quelli nella base della calvaria.

s s Il decimo pajo de' fori, che sono nella base stessa accanto al nono pajo de' fori anzidetti, pel passaggio dell'ottavo pajo de' nervi, e degli accessori del Willisio, insieme con i seni inferiori dell' ossi pietrosi.

I I L'osso dell'occipite non bene ancor compito, ed unito insieme.

K L'Apofisi del medesimo, che andava ad unirsi all' osso multiforme mentovato di sopra.

L Il gran forame dello stesso pel transito della midolla spinale.

MM Gli ossi parietali.

NNNN Alcuni spazi turati dal periostio, essendo stata levata la dura meninge, i quali ancora non erano fatti ossei, come sarebbero divenuti col tempo.

Fig. I. Tav. XI.

*R*appresenta il gatto mostruoso ricoperto tutto quanto dalla sua pelle, veduto alquanto lateralmente per la parte sinistra.

Figura 2.

Fa vedere lo Scheletro del Gatto mostruoso.

AA L'osso della fronte per quanto vedesi in questa positura diviso in mezzo dalla

aa Sutura sagittale, lateralmente alla quale sono collocati

BB Gli ossi parietali, i quali sono divisi dall'osso frontale suddetto mediante

bb La sutura coronale.

C L'osso occipitale diviso dai parietali mediante

cc La

cc La ſutura lamdoidale ovvero ipſiloide.

DD Le vertebre della ſpina del collo, ch'erano per ogni parte in numero di ſei allontanate l'una dall'altra, poichè ſi trovarono tra loro più accoſto, non eſſendovi tramezzo ſe non una ſpecie di ſoſtanza cellulare.

EE Le vertebre del dorſo, ch'erano in numero di tredici dalla parte ſiniſtra, e quattordici dalla deſtra; eſſendo parimente 13. le coſte della parte ſiniſtra, e 14. quelle della parte deſtra.

FF Le vertebre lombari, ch'erano nell'una e nell'altra parte in numero di ſette.

dd Lo ſterno poſteriore, o dir ſi debba piuttoſto ſuperiore, atteſa la poſitura del moſtro, il quale ſi trovò diviſo in ſette parti, in cui erano inſerite le coſte di ſopra accennate di ambedue le parti, cioè a dire, la parte cartilaginea delle medeſime.

G La cartilagine Xiſoide, o mucronata dello ſterno.

HH Le gambe anteriori della parte inferiore del moſtro, eſſendo ſtate quelle della parte ſuperiore reciſe, per meglio mettere allo ſcoperto la ſpina con la caſſa del torace della parte ſuperiore.

4 Il collo della ſcapula, ſopra del quale è il ſuo capo, in cui trovaſi quella cavità glenoidale, con la quale ſi articola.

5 5 La prima parte dell'eſtremità anteriori, che corriſponde all' omero umano.

6 6 La ſeconda parte compoſta di due oſſi, come il cubito dell' uomo.

7 7 La parte che corriſponde al carpo compoſta di due ordini di quattr' oſſi l'uno, ed un oſſetto di quelli del primo corriſponde appunto al piſiforme umano.

8 Quella che corriſponde al metacarpo, compoſta di cinque oſſetti lunghi.

9 L' eſtremità che corriſponde alle falangi, le quali ſono in numero, eccettuato lo ſprone, che ne ha due come il pollice dell' uomo, dall'ultima delle quali ſortono gli artigli.

* * Gli oſſi ſacri, dentro ai quali continua il canale della ſpina.

K K Le code

X X Gli oſſi degl'ili dell'una e dell'altra pelvi.

Y Y Gli oſſi iſchi, che con quelli della pube formavano il forame tiroide ed ovale, che in queſta poſitura non poteva vederſi, ſiccome non vedevanſi gli oſſi della pube.

ZZZZ La prima parte dell'eſtremità poſteriori, che ſi articolano con

gli acetabuli degli oſſi innominati, come fa il femore con quelli dello ſcheletro umano.

†††† La ſeconda parte delle medeſime compoſta di due oſſi come la tibia umana, ſu la di cui articolazione, con l'altra parte ſuperiore ſta poſta la rotella, come quella della tibia col femore.

1 La parte che corriſponde al tarſo dell'eſtremo piede umano, a cui è ſimigliantiſſima, eſſendo compoſta degli ſteſſi oſſi, e nella pianta tra il cunei-forme interno, e l'oſſo del metatarſo che ſoſtiene, ſi direbbe nello ſcheletro umano, il primo dito dei quattro che ſi ha il Gatto o l'interno, va collocato un altro piccolo oſſo di figura anch'eſſo cuneiforme, che può dirſi l'ottavo.

2 La parte che corriſponde al metatarſo compoſta di quattro oſſi lunghi.

3 La parte che corriſponde alle dita dell'eſtremo piede in numero di quattro, compoſte di tre oſſetti o falangi, dagli ultimi dei quali ſortono gli artigli.

L Porzione dell'Eſofago, il quale era ſolo come ſi è detto.

M Il ventricolo attaccato allo ſteſſo eſofago e gonfiato, levato di ſito e portato inferiormente, da cui procedeva.

N---N Un inteſtino, il quale nel luogo

O Alquanto più ampliato del reſtante, dividevaſi in

P----P Due inteſtini, i quali nel luogo

ee Avevano

ff Due appendici ſimili alle vermiformi degli uomini.

QQ Il rimanente dei due inteſtini, che andavano a terminare nel podice dell'una e dell'altra parte.

Fig. III.

Dimoſtra la faccia eſterna della baſe del cranio del gatto.

A L'oſſo occipitale diviſo tuttavia in più parti, giuſta'l ſolito dei feti di queſta ſpecie.

BB I due fori ch'erano in detto oſſo pel paſſaggio di due midolle ſpinali.

C---C I condili con i quali ſi articolava queſt'oſſo, con le due prime vertebre cervicali.

EE L'anello all'ingreſſo della cavità del tamburo.

F L'unione dei due oſſi della maſcella inferiore.

Fi-

Figura I. Tav. XII.

Questa figura mostra l'ingresso in se stesso di tutto l'intestino Colon con il Mosocolon, e parte dell'intestino Retto, che diccsi *subingressis susceptio, intus susceptio, invaginatio, & mutuus intestinorum ingressus* conforme appunto fu ritrovato nel cadavere di un morto in questo spedale, di S. M. della Scala, portato nella scuola per uso della Notomia, senza che si potesse sapere da chi ne aveva la cura, da quali sintomi questo sitfatto ingresso veniva accompagnato, poichè non tutti i medicanti son premurosi, nè capaci d'indagar le cagioni dei mali, e di conoscerle nei corpi dei morti, come si erano appunto quelli, che il D. Ippolito Francesco Albertini cel. Medico Bolognese soleva chiamar medici da Spedale, affermandolo gli stessi medici Bolognesi, ma quelli soltànto che sanno la bella struttura, o a fabbrica del corpo umano, conforme l' appellarono i due celebri Anatomici Fiamminghi Andrea Vesalio, e Adriano Spigelio: nulla di meno si stimò bene di farlo delineare, come quello che ci parve singolare.

Si trovano descritti nelle opere degli autori simili ingressi, nell' Efemeridi della Natura dei curiosi di Germania, nel commercio letterario di Norimberga cit. dall' insigne Notomista G. B. Morgagni, volendo il Vatero, la di cui dissertazione sta inserita nelle Disser. Anat. Select. dell' Haller (1), che il detto ingresso, se non sempre, alcuna volta almeno sia piuttosto l'effetto che la causa della passione iliaca, volvolo, o mal del miserere che dir si voglia, ed il preloď. Morgagni deduce dall' anzidette osservazioni, che le cagioni, che la producono sieno il serramento, ed un gran ristringimento del canale degl' intestini, più di quello che lo sia l' infiammazione dello stesso canale, il che può eziandio addivenire per l'ingresso medesimo, quantunque non sempre, atteso che simiglianti ingressi sono stati provati, affermandolo lo stesso Vatero, nei cadaveri di quelli, che non avevano sofferta punto passione iliaca.

A L'intestino Ileon dove fu tagliato

BB Una porzione del medesimo insieme con

C L'intestino Cieco, e

D L'appendice vermiforme entranti dentro ad

EE Una porzione dell' intestino Colon prossima al Cieco, tagliata ed aperta per la parte superiore, le quali due porzioni d'in-

(1) Vol. 1. p 483.

d' inteſtini che ſtavano l' una dentro dell' altra, entravano nuovamente dentro al

F---F Rimanente dell' inteſtino Colon e Retto inſieme, aperto anche eſſo ſuperiormente

GG L' orifizio del podice tagliato ed aperto per la parte ſuperiore.

aa L' eſtremità della bocca dell' Ileon, che ſi ſcarica per entro al cieco, o ſia nel principio del Colon, dove ſuol eſſere la valvula del Bavino, la quale era in queſto caſo non ſolo alterata, ma totalmente mutata, e molto ingroſſata da ambe le parti.

Figura II.

La figura fatta delineare dal ſapientiſſimo B. Euſtachio della ſua valvula, poſta all' imboccatura della vena Cava inferiore nel ſeno ſuperiore, od auricola deſtra del cuore, eſſer differente dalla deſcrizione, ch' egli ſteſſo ne diè (1), lo confeſſano in generale gli Anatomici del noſtro tempo, ma al B. A. Haller parve anzi un enimma per averla allontanata un poco troppo, com' egli dice, dall' auricola, e fatta circolare, e ritornare in ſe ſteſſa, di maniera che rappreſenta piuttoſto il veſtigio ovale reticolato, come a lui ſteſſo è avvenuto talvolta di trovare (2). Per la qual coſa dà egli a divedere non eſſer lungi dall' aderire al Petrioli, il quale non dubitò di aſſerire nel ſuo commento alle tavole dell' Euſtachio, aver egli quivi lo ſteſſo Euſtachio rappreſentata la valvula del forame ovale: bensì biſognava, ſoggiugne l'Haller, che avvertiſſe che ei l' aveva indicata per la ſua valvula. L' Albino però vuole che ſia appunto la valvula ſteſſa ſtata deſcritta dal medeſimo, e che 'l veſtigio del forame ovale ſia quel piccolo ſeno lunato, che ſi trova in piccola diſtanza dall' imboccatura, che fa dentro al ſeno ſteſſo del cuore la vena Cava ſuperiore, contraſſegnato con la lettera V (3), e nella noſtra quì appreſſo con la lettera C; il qual piccol ſeno parve al ſopracit. Haller, che per la ſua piccolezza, ed il ſito dove ſta collocato, debba piuttoſto eſſere un orifizio venoſo anzi che no, conforme è ſempre paruto anche a me ſteſſo, come mi eſpreſſi nella lettera diretta al Sig. Ab. F. Fontana (4), avendo a queſto

(1) Opuſc anat. de *vena ſine pari* antigram.XI. p.267. Tab. VIII. fig 6. & Tab. XVI. fig.3. con la ſpiegazione dell' Albino.

(2) Op. Min T. 1. pro gram.2. Fig VIII. nota (o) p.46. fig.IX. lit.F. Fig X. lit.Z.

(3) Tab XVI. fig 3. cit

(4) Let. anat. p. 11 le t 2. Tom.III. degli Atti dell' Ac. di Siena ap. p.65. e ſeg.

ſto fine fatta delineare un altra figura ſimile a quella, che ivi feci apporre, dove appare la valvula della vena Coronaria, che ritrovai per la ſeconda volta reticolata.

A-----A L'auricola deſtra del cuore aperta diſteſa.

B La vena cava ſuperiore, aperta nella imboccatura dentro al ſeno deſtro.

C Un orifizio venoſo, che ſuol quivi oſſervarſi, accennato ancora nella figura III. tavola XVI. dell' Euſtachio, dall' Albino ſegnato con la lettera U.

D La valvula, o ſia il veſtigio del forame ovale.

a L'ymo ſu l'orlo del detto forame ovale nella parte ſuperiore, ſotto di cui ſta quell'apertura, che penetra nei feti e nei bambinelli, e talvolta ancora negli adulti dentro al ſeno ſiniſtro, ch'è chiamata propriamente il forame ovale

E La vena Cava inferiore.

f La valvula Euſtachiana, che ſta all'imboccatura dentro al ſeno predetto dell'accennata vena Cava inferiore.

ee I corni della medeſima, che terminano dentro al ſeno dell' una e dell'altra parte.

F La valvula ſopra l'orifizio della vena Coronaria molto ben reticolata, conforme a quella che ſi vede nella fig. IV. Tav. VI. delle Let. Anat. lettera E.

G L' apertura che aveva la detta valvula dentro al ſeno

H----H L'*Oſtium venoſum*, o ſia il circolo tendinoſo del deſtro ventricolo del cuore.

ISTO-

ISTORIA MEDICA

Illustrata con reflessioni, sopra un animale bipede evacuato per secesso in cardialgia verminosa

DEL DOTTORE

ANNIBALE BASTIANI

MEDICO AI BAGNI DI S. CASCIANO

INDIRIZZATA

AL SIG. ABATE BARTALONI

PUBBLICO PROFESSORE DI FISICA, E SEGRETARIO DELL' ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI SIENA

In data di S. Casscian dei Bagni del 7. *Settembre* 1776.

Mi fo un dovere ed un piacere trasmettere particolarmente a voi mio venerato Amico la Storia, e figura di un Insetto, o verme Anomalo, osservato da me nella cura fatta a questo Sig. Arciprete Olivieri, di una malattia verminosa da esso sofferta per più di cinquanta giorni con critiche circostanze di sua vita.

Forse da qualche nostro comune amico ne averete veduta altra copia contemporaneamente scrittali, acciò la manifestasse a tutti gli Eruditi, e Professori pubblici dell' Università, vostri Colleghi, ed a chi gli piacesse ancora, per esplorare le opinioni, e giudizj diversi su tal fenomeno in Clinica. Tutto ciò che ho saputo ideare, giudicare, e ragionare, lo sottopongo al purgatissimo vostro criterio, perchè riputandolo voi degno di annoverarsi fra le osservazioni degli Atti della nostra Accademia delle Scienze, lumeggiato prima da voi, e bene esaminato, lo facciate inserire, e così averà quel pregio, che la mente mia limitatissima non ha saputo darle di più. Fido tutto all'amorevole vostra amicizia verso di me, e vengo intanto a raccontarvi la storia, ed esporvi insieme le mie riflessioni.

I. Il Reverendissimo Sig. Olivieri Arciprete di questa Collegiata, di anni 50. incirca, di ben composto temperamento, che nel corso di sua vita fu soggetto a diverse putride infermità, era nella miglior sua salute, e solamente alquanti giorni avanti incomodato da leggier mordicamento di stomaco, specialmente a digiuno, allorchè fu sorpreso ai primi di Novembre del 1775. su la mattina, da forte Sincope, con prostrazione di forze.

II. Nel corso dello stesso giorno sentì reiterati, ma fugaci insulti, i quali continovarono più giorni accompagnati sempre dalla stessa molesta sensazione nello stomaco, da irregolari torpori or nelle superiori, ed or nelle inferiori membra, uniti a piccoli moti convulsivi, e rigori di freddo, senza però vera pirexia, o manifesta febbre, ma con spesso cangiamento in volto, or di rosso, or di bianco, ed or di pallescente colore, a cui sovente succedevano scarichi di cruda urina, e talvolta di copiosa saliva, con altri turbamenti dell' individuo, caratterizzanti, a mio giudizio, una vera Cardialgia verminosa, che giorno, e notte privava di quiete l'Egro languente.

III. Da bel principio di tal morboso apparato, premessa la missione di sangue dal braccio, relativa a qualche apparente pletora, feci prendere subito un valido purgante, avendo alcune contra indicanti circostanze impedito l' Emetico, che in tale urgenza ben conveniva.

IV. Il purgante fu la polvere di Allieaud, di cui animosamente era solito fare uso il detto soggetto, per la quale furono evacuate materie viscide, indigeste, e fecali con molto sollievo, il che m'indusse a reiterare per più mattine l' istessa indicazione di purgare con la medesima polvere, che produceva sempre gli stessi effetti, evacuando eziandio molta oscura bile; mentre la radunata di tali indigeste, e corruttibili materie, per antecedente abuso di alcuni indigeribili alimenti, aveva prodotto immonda patina nella lingua, stuccevole sapore, ed uno spiacente alito dello stomaco eruttante.

V. Nell'azione del decimo divisato purgante, venne fuori con facile esplosione invischiato con gli escrementi, un semivivo bianchegiante, e ben formato animale, che recò stupore a chiunque lo vidde. La fisica curiosità mi spinse poco dopo all'avvenimento, a cui non mi ritrovai, a svilupparlo tosto dalle fecce, e ben lavarlo; ripulito che fu lo distesi diligentemente su la carta, ne delineai la totale periferia, e mi comparve la forma di un verme, o insetto bipede, tale appunto che vedesi nella Tav. XII. fig. 3., avendolo eziandio misurato con il compasso in ogni dimensione.

VI. Da tal fenomeno fu assicurato il mio sentimento, sull' idea concepita da bel principio, della immaginata Cardialgia verminosa;

già

già osservata dal Sepolcreto, Hoffemanno, ed altri. E riconoscendo esser necessario di proseguire l'indicazione purgativa unita agli antelmintici, opinai non doversi più abusare della drastica polvere, arcano del Gallico ostentatore, e dall'ignaro volgo di troppo accreditato. Ragion mi persuase valermi con più sicurezza dei saponacei ammoniacali, associati con i mercuriali, i quali furono assiduamente usati per cinquanta giorni con maggior profitto, essendo bisognati talvolta i cardiaci ancora.

VII. Per la forza di tali rimedj furono evacuati interrottamente non numerati, ma moltissimi Lombrichi bianchi di massima grandezza, accompagnati sempre da viscide putrescenti materie, finalmente ben ripurgato il condotto alimentare dai frantumi, e seminj di stritolati vermi, tornò il Sacerdote dopo pericolose vicende, in salute, per opera eziandio della corrispondente dieta, e dei corroboranti stomatici, senza avere mai sofferto in così lunga malattia alcun dolore intestinale.

VIII. Dopo la comparsa del divisato fenomeno, per assicurarmi della di lui essenza, mi messi ad esaminarne prima l'esterne qualità, e ravvisai al primo aspetto un Corpo di sostanza muccillaginosa membranacea, organizzato con capo piramidale, fornito di bocca ellittica, per la quale poteva succhiare il suo alimento l'animale, come appunto fanno i vermi cucurbitini, i quali avendo un consimile forame assorbiscono con questo la sostanza alimentare. Nella divisata bocca avendo introdotto un grosso spillo spuntato, passò facilmente fino all'ano. Sopra la bocca compariva una piccola prominenza alquanto rotonda, figurante una proboscide, che formava il vertice, dalla quale si distendevano ai lati di essa testa come due alette, o pinne Cartilaginose, dentillate a sega, pungenti, e di color bianchissimo, le quali si ripiegavano al disotto, ed unendosi insieme formavano una specie di collare laciniato, che faceva confine a tutta la testa, dalla quale in giù si prolungava il corpo diviso in ventre, e dorso coperto tutto di tenuissima e lustra Epidermide, che velava la sottoposta sostanza mucillaginosa, sotto la quale distendendosi la cute assai più densa, e dura, veniva formato di queste tre sostanze membranacee il comun tegumento, di superficie piana e liscia, e più molle nel dorso colorito di un bigio chiaro fino a tutte le cosce, ed assai più duro quello che copriva tutto il ventre ch' era di superficie convessa, ed alquanto rotonda in esser pieno di mucillaggine internamente, e poi si spianò e divenne sugosa in essere vuotata per la compressione, la contenuta mucillaggine alimentare.

IX. All'estremità del dorso compariva in mezzo piccola coda vermicolare, come ultima produzione della spina, ai lati della coda

in qualche diſtanza ſi prolungavano due membra eſtreme, mobili per ogni verſo, compoſte di coſcia, e gamba, le quali in figura conica, alquanto inarcate, terminavano ambedue in acutiſſima punta, o aculeo pungente, coperte tutte di tenuiſſima epidermide.

X. Dopo l'attento eſame dell'eſterne parti di tal corpo organizzato, l'immerſi nello ſpirito di vino, per preſervarlo, il di cui flogiſtico, o ſtitico vigore deformò in riſtringere, e rimpiccolire tutto l'animale, rendendo la di cui bocca rotonda, di ellittica ch'era prima, ed accorciando le gambe, col ridurre capillacea, ed arricciata la loro punta.

XI. Sei meſi dopo aver così conſervato queſto corpo, per aſſicurarmi della di lui vera animalità organizzata, lo eſpoſi circa ai primi di Giugno 1776. alla pubblica viſta, ed oſſervazione, ſpecialmente di molti accademici, e Profeſſori pubblici dell'univerſità di Siena, ſoggiacendolo in fine alla più rigoroſa analiſi anatomica in compagnia di eſſi. Eſaminato prima attentamente il capo, non fu poſſibile trovare altro nell'interno di eſſo, che piccola cavità verſo il vertice, dalla bocca in sù, formata dagl'integumenti, e da tre produzioni oſſeo-cartilaginoſe, che ad angolo acuto unendoſi inſieme, formavano il vertice, e la figura piramidale della teſta. Procedendo pertanto all'eſame, Il Sig. Dottor Meſny Medico di Corte di S. A R. ne fece la più minuta, e circoſtanziata ſezione, dalla quale riſultò che.

XII. Aperto il ventre dalla bocca in giù, con ſezione longitudinale finò all'ano, comparve una ſola cavità a guiſa di ſacco membranaceo, vota del tutto, e priva di qualunque viſcera, la quale cavità era più anguſta verſo la teſta, e gradatamente più ampla verſo l'ano, come di figura piriforme, entro la quale comparve altra più ſottile membrana, verſo l'ano, figurante altro piccolo ſacco compoſto come di due lamine, capaci a contenere un qualche umore. Eſpoſte alla luce tali membrane erano traſparenti, e pellucide più degli altri comuni integumenti che ſi oſſervarono pure diafani.

XIII. Fatta dipoi oſſervazione ſu le parti dure, vale a dire ſu le poche oſſicelle, ſi trovò che tre ſolamente formavano la teſta, uno dei quali ſtando in mezzo a guiſa di ſpina, ſi diſtendeva fino al coccige, terminante nella deſcritta coda, ed altri due piccoli oſſi, tutti cilindrici, che dal vertice in giù formando la teſta, terminavano con eſſa.

XIV. Ai lati del predetto Coccige ſi oſſervò eſſere congiunti con ciliare legamento altri due oſſetti pure cilindrici, ſimili ai comuni oſſi del femore con capo apofiſeo nelle due eſtremità, e la loro diafiſi, lunghi ambedue più di ſette linee di piede parigino, e groſſi due

due linee, i quali offetti contornati dalle comuni membrane, e dalla fostanza muccillaginofa, foftenevano le due cofce coniche; al capo inferiore fi attaccavano con fimile legamento le due tibie, lunghe più di cinque linee, e groffe una e mezzo, che a cono terminavano nelle due punte di fopra accennate.

XV. Tutti i divifati officelli delle giunture fi offervò avere perfetta artrodia, con diartrofi trocoidale, o fia di rotazione. Si provò a rompere uno degli offi del Femore preffo al capo fuperiore, e fi trovò la fua cavità, in cui introdottovi un crine, s' infinuò nella medefima verfo la diafifi, e bene offervata la foftanza dell' offo, tentandola eziandio col taglio, fi ritrovò dura, veramente offea, con fquammarfi delle particelle folide offofe, per le quali prove fi reftò afficurati, e per la figura, per la foftanza, e per l'articolazione effere tutte le divifate parti dure, vere offa, le quali contornate dalla defcritta foftanza muccillaginofa, e coperte dai comuni integumenti, perfuafero e convinfero, che tutto il corpo era un vero animale organizzato di fua fpecie, non ovvia, e non più offervata, facendone eziandio conferma tutte le altre parti anatomizzate del medefimo.

XVI. Queft'analifi anatomica fu attentamente fatta alla prefenza dei Pubblici Profeffori dell' Univerfità Sig. Dottor Giufeppe Baldaffarri Chimico, e Naturalifta, Prefidente dell' Accademia.

Abate Domenico Bartaloni Profeffore di Fifica, e Segretario di effa Accademia.

Dottor Francefco Caluri Anatomico foftituto.

Dottore Mefny Medico di Corte di S. A. R.

Ed Abate Paolo Caftellucci Accademico.

Ed altro copiofo numero di Accademici, Medici, e Chirurghi e fcolari, e di me fteffo Dottor Annibale Baftiani, Accademico ftipendiato da S. A. R.

La figura dell' Animale fi vede nella Tav. XII. fig. 3. e 4.

XVII. Dalle quali dimoftrazioni, ed autentiche afferfioni poffono reftare altresì baftantemente fmentite, e convinte tutte le immaginarie opinioni di chi ha caratterizzato un tal corpo per qualche concrezione polipofa, o foftanza membranacea inorganica, ovvero per una mola; e di chi fpecialmente con ridicola fuppofizione, e con vanagloriofa jattanza, per fare fpiccare il fuo bell' ingegno ha voluto foftenere, e manifeftare eziandio in fogli periodici, fupponendo ironicamente che un tale animale volaffe, o faltaffe a cafo negli efcrementi, o maliziofamente vi foffe pofto, fenza riflettere alla impoffibilità di tali accidenti, che mai potevano fuccedere, e per la rarità dell' animale privo di ali per volare, e mancante di quantità e fpezie di gambe atte a faltare, il quale come già fi nar-

tò è unico, e non più veduto in natura, della cui ſpecie non vola a branchi per l'aria come le moſche, nè ſalta per le campagne come le locuſte.

XVIII. Da tutto il narrato fin quì può adunque condurſi aſſertiva conſeguenza, che l'inſetto, o verme ſia un vero fenomeno in Clinica, e che ſia un incontraſtabile corpo organizzato, reſtando bensì oſcuro, e problematico il come poſſa eſſerſi prodotto nello ſtomaco del Sacerdote, e come ſiaſi ſviluppato, e creſciuto alla delineata grandezza, e figura per eſſere onninamente diverſo da quelle ſpecie di vermi oſſervate, e deſcritte dallo Schenchio, Sennerto, Bonetto, Valiſnieri, Redi, ed altri oſſervatori.

XIX. Reſta pertanto da ſchiarirſi dai più critici penſanti ſe una tale ſpecie d'inſetto bipede ſia moſtruoſa, o poſſa eſſer derivata dal ſuo relativo uovo, o ſeminio eſiſtente nel corpo umano, come derivano gli altri ſoliti vermi; oppure ſiaſi tale animale formato per analogia delle molecole organiche di ſua ſpecie, ovvero ſiaſene introdotta la di lui ſemenza, o alcun uovo nello ſtomaco con gli alimenti mangiati da qualche tempo, o in bevanda trangugiato.

XX. La perfetta organizzazione, ed uguaglianza delle parti già oſſervata, e deſcritta ſenz'alcuna deformità, o diſuguaglianza, ſolita oſſervarſi nei corpi moſtruoſi, chiamandoſi moſtri, come autorizza il Sig. Bonnet, numero 30., tutte le produzioni organizzate, nelle quali la forma, la diſpoſizione, ed il numero di alcune parti non oſſervano le leggi ordinarie, fa coſtantemente credere che un tale animale, non ſia un informe, e caſuale accozzamento di parti organiche, e perciò niente moſtruoſo, ma un vero e perfetto corpo animale di ſua ſpecie.

XXI. La di lui rarità conduce ad aſſerire eziandio che nell'uman corpo non vi ſia alcun ſeminio, nè uovo, come eſiſte quello dei lombrichi, aſcaridi cucurbitini, e tenie, al ſentir del gran Redi, e Valiſnieri.

XXII. Troppo ſcabroſo rendeſi poi l'adattare al caſo noſtro le ipoteſi delle ſubblime menti dei Signori Buffon (1), e Neehedam (2), i quali hanno ſaputo con vaga ammirazione, rifiorire l'antico ſen-

(1) Opina queſti che le molecole organiche, o ſiano particelle diſſeminate in tutta la materia, primitive, incorruttibili, viventi, e ſempre attive, alle quali eſſo animoſamente affida la formazione dell'univerſo tutto, che per una certa giudizioſa, analogia, ed attrazzione ſi combinino tali molecole, e facciano riſultare il Corpo organizzato di ſua ſpecie. Ved. Storia Naturale: Dell'uomo; della compoſizione degli animali con i Vegetabili; e della Riproduzzione in generale T. III.

(2) Nella ſua Ipoteſi immagina una forza Vegetatrice combinata colla materia tutta, a cui eſſo deſtina la, formazione, ed il governo del mondo Organico; la qual forza mettendo in moto le particelle tutte della materia, opina che riſvegli in eſſa una Spezie di vitalità, Scevera per altro d'ogni Senſazione, e riſultante dallo accoppiamento di due altre forze, l'una detta Reſiſtente ed eſpanſiva l'altra che dalla analogia, ed unione di tal materia naſca una infinità di combinazioni, e di macchine animali, Ved. Oſſervazioni di Fiſica animale, e Vegetab. dell'Abate: Spall. Lett. 1., e 2.

ſentimento del grande Ipocrate, e del di lui ſeguace acutiſſimo Filoſofo Ariſtotele.

XXIII. Per uniformarſi adunque al comun ſenſo, ſembra poſſa crederſi con maggior fondamento, che un tal vivente ſia del genere degli Ovipari, ſecondo il ſublime penſare eziandio dei più accreditati Naturaliſti oſſervatori dei noſtri dì, Signori Bonnet (1), e Spallanzani (2), i quali richiamando con tutta ragione il rifiutato, ma più ragionato ſiſtema del gran Lewenoech, Malpighi, ed altri Oviſti, dimoſtrano nelle loro eſperienze microſcopiche in ſpecie, la preeſiſtenza dei corpi organizzati, vivipari, ed ovipari di ciaſcheduna ſpecie, che col ſolo ſvilupparſi, eſſendo moſſi e ſpinti nelle reſpettive loro matrici, ſi ingrandiſcono, e rendonſi manifeſti. Queſti celebri Scrittori con le incontraſtabili loro oſſervazioni, eruditamente confutando e rendendo vane le immaginarie opinioni dei ſuddetti Filoſofi Buffon, e Neehedam, autorizzano il mio ſentimento, che un tale Inſetto in queſtione, poſſa eſſerſi indubitatamente ſviluppato dall' uovo, o ſeminio di ſua propria, e non ovvia ſpecie, in eſſerſi introdotto nello ſtomaco del Sacerdote con gli alimenti ſpecialmente erbacci, come da me opinaſi, ovvero con qualche bevanda di acqua ſpecialmente di Fonte, e che avendo trovato matrice, o paſcolo a ſe analogo, abbia tutto contribuito al prodigioſo ſviluppo, ed accreſcimento, fuori eziandio del naturale ſuo compoſto, e lo abbia fatto ingrandire in mole più ſuperiore, ed eccedente, di quello ſoglia manifeſtarſi nelle ſoſtanze vegetabili, o acquoſe, ove egli per ordine di natura, non conoſciuto ancora, abbia forſe la relativa ſua vitalità, e propagazione.

XXIV. Si sa dall' Iſtorie naturali, che alcuni animali di piccola mole, a ſe connaturale, ſiano creſcuti, per così dire, in giganteſca proporzione, come ancor ſuccede fra gli eſſeri umani; tutte le volte che ſi trovino a ſvilupparſi, nutrirſi, e vivere in matrici a ſe analoghe, ed in materie ſovrabbondantemente alimentari, ed aumentatrici.

XXV. Mi hanno animato eziandio a ſoſtenere la mia opinione ſul bipede Inſetto, alcune mie oſſervazioni microſcopiche, fatte nelle

(1) Conſiderazioni ſopra i corpi organiz. T. 1. e 2. ove ragiona ſopra due Ipoteſi; la p. che ſuppone i germi d' ogni ſpezie gli uni dentro gli altri racchiuſi, onde ne ſegua il ſucceſſivo ſviluppo per via dei Connubj relativi ad ogni ſpecie, opinando che la generazione non ſia altro che uno ſviluppamento.

La 2 Ipoteſi ſuppone che queſti germi ſiano ſparſi da per tutto, e che giungano a ſvilupparſi allorchè rincontrando delle matrici analoghe, o dei corpi della med. ſpecie, diſpoſti a ritenerli, fomentarli, e farli creſcere, ſi ſviluppino, e ciò ſegua per una Diſſeminazione.

(2) V. Opuſcoli di Fiſica animale, e vegetabile; ed oſſervaz. microſcopiche degli animali infuſorj; nelle quali ſuppone ancora alcuni animali Infuſorj, in ſenſo più ſtretto, Ermafroditi. T. 1. e 2. e ſpecialmente T. 1. Lettera p. pag. 275.

nelle foglie dei vegetabili esculenti, in quelle del Pitorsello in specie, nelle quali avendo a caso vedute alcune piccole macchie nere come punti d'inchiostro, mi venne la bizzarria di osservarle col microscopio a aria; adoprata la lente di prima grandezza, viddi nel porta oggetti, due di quei punti comparirmi due ben grandi, e ben formati Scarabei, o Scarafaggi, come appunto sono quelli che tutto dì si vedono volanti, e di color d'oro, in tempo d'estate; Altro punto nero, o macchia mi rappresentò la figura completa, e ben grande di una Astaca, o Squilla; ed altro punto mi diede il vago aspetto di una ben compita Farfalla. Ciascheduno di detti Insetti avevano le sue relative, e bene sviluppate parti componenti, testa cioè, con le sue antenne, corpo con ale, e gambe; come appunto si fanno tutto giorno vedere.

Mi è sortito altresì osservare nelle foglie del Sedano, presso al fusto ove si mangiano, e vedere in esse a occhio nudo piccole macchie, o bruscoli, i quali avendoli messi nel porta oggetti del medesimo microscopio a aria, mi hanno dato il vago piacere di ravvisarli alcuni simili ai Lumaconi, ed altre ad animali bene organizzati, da me non più veduti, e per me istesso anonimi; onde mi sembra potere opinare che forse fra questi vi potesse essere anche la specie, non bene sviluppata dal nostro maraviglioso Insetto bipede: Tanto più che il prefato soggetto asserì in tempo della sua malattia, ed anche dopo mi ha ratificato, che molto avanti si ammalasse, aveva non solo mangiato, ma abusato dei Sedani a Pranzo e Cena.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

La fig. 3. *rappresenta la superficie superiore.*

Fig. 3.

Num. 1. Proboscide o vertice della testa.

2. Ale, o sieno Pinne di color bianchissimo, dure, cartilaginose, e pungenti.

3. Articolazione del femore assai manifesta, e pieghevole in fuori, e in dentro verso la coda.

4. Coscia incominciante dal num. 3. e che si prolunga fino al num. 5.

5. Altra articolazione a guisa di ginocchio.

6. La tibia tutta dal 5. al 7.

7. Apice, o punta acutissima e dura. Tutte le dette giunture

sono

ſono bianche, cartilaginoſe, rotonde, coniche, dure, e reſiſtenti come le pinne.

8. Coda Cartilaginoſa più molle, ma bianca ancor eſſa.

9. Sembra che rappreſenti la ſpina dal vertice fino alla coda eſtrema che ſi vede traſparire, ed alquanto prominente ſotto la membrana mucilaginoſa, che a guiſa di cute cuopre tutto il dorſo, ſotto eſſa cute ſi vedono ancora traſparenti ai lati le due produzioni cartilaginoſe, che dall'articolazione della coſcia, con ugual diametro, e cilindriche vanno a congiungerſi ad angolo acuto ſotto il vertice, o proboſcide, racchiudendo in mezzo la diviſata ſpina.

Il colore della ſuperficie ſuperiore di queſt' inſetto, era un bigio chiaro, che ſi ſtendeva ſino alla metà delle coſce, reſtando bianche, come ho detto, l'eſtremità: ſi è però ſcolorito e reſo tutto bianco con lo ſtare nell'acqua.

La fig. 4. dimoſtra la parte inferiore cioè &c.

Fig. 4.

Dimoſtra la parte inferiore, cioè il ventre e ſuperficie tutta di eſſo e dell'eſtremità. Eſſa è tutta di color bianco, alquanto rugoſa, ed increſpata per il vuotamento della cavità del corpo. La ſoſtanza di queſto integumento è membranacea, aſſai dura.

Num. 1. Indica la bocca alquanto ſotto la proboſcide, che può figurarſi come mandibula ſuperiore, e dall'apertura in giù verſo il num. 1. può figurarſi la mandibula inferiore.

La detta apertura, o bocca è di figura quaſi elittica, ma l'apertura o forame è quaſi rotondo del diametro di uno ſpecillo, nel quale introdottovi un groſſo ſpillo paſsò liberamente, e ſenza oſtacolo fino al num. 3. moſtrando la figura di un canale retto a guiſa di eſofago, e ricettacolo degli alimenti, ma imperforato, non eſſendo ſtato poſſibile trovare apertura con la punta dello ſpillo.

Num. 2. Indica alcune produzioni filamentoſe, dure, e bianche come le deſcritte Pinne, che a guiſa di collare cingono il collo al di ſotto.

Tutto il corpo dell' Inſetto è di mucilaginoſa membranacea ſoſtanza, ſimile a quella delle mignatte.

La ſuperficie ſuperiore, o ſia dorſo, come ſi è detto, è quaſi piana, di color bigio chiaro, che ha poi ſcolorito aſſai, prima per

eſſere

essere stata lavata in acqua fresca, e poi per essere stata immersa in spirito di vino. L'integumento, o pelle superiore, che dal vertice si distende a tutte le cosce, è membranaceo, ma meno resistente, e meno duro della pelle inferiore del corpo.

La superficie inferiore, anzi il ventre, allorchè comparve, era pieno di mucilagine, ed era di figura sferica, si spianò allorchè fu vomitata per la bocca della mucilaggine nel comprimerlo con le dita, onde restò vuoto il canale accennato, ed il ventre appianato, e rugoso.

RI-

RISPOSTA
AL SIG. DOTTOR BASTIANI
DEL SEGRETARIO DELL' ACCAEEMIA.

Data di Siena 1. Gennaro 1777.

FArò inserire la vostra memoria del Verme nel Tomo VI. dei nostri Atti, di cui già se ne è principiata la Stampa, e speriamo, che avendo vita, ne vedremo la fine. Un fenomeno qualsisia merita d' essere alla posterità tramandato, perchè non resta mai inutile qualunque passo della natura per la cognizione degli studiosi. L' *Insettologia*, a cui deve appartenere lo schiarimento del vostro Insetto, ha bisogno più d' ogni altra facoltà d' esser promossa, e conosciuta. Fino ai tempi del celeb. Redi non si giunse a saper più oltre, che d'una mera opinione, per la sola ragione che fu in avanti da qualche filosofo immaginata, essendo affatto incognito lo studio della natura nella natura. E' vero che dopo il Redi, il Malpighi, lo Svvammerdam, Levvenhoeck, Vallisnieri, Reaumur, e specialmente dopo i due nostri valorosi Accademici M. Bonnet, e Spallanzani, si son fatti dei progressi, perchè si sono incamminati per la strada dell' esperienza; ma appunto col farci vedere che si è saputo poco finora, ci han fatto anco intendere che saprem forse meno in avvenire, per averci scoperto che l' *Insettologia* è una facoltà ch' abbraccia un immenso sconosciuto Mondo. Per fino le cose di fatto, cioè di quel ch' è, e non è, non sono anche ben chiare, o pensate voi che dovrà dirsi di tanti arcani della generazion dell' insetti, loro produzione, numero, economia, vita, indole, e natura.

Con queste mie generali riflessioni vi ho voluto preparare a non sentir nulla da me che appaghi il vostro fino giudizio sopra il noto verme. Già sapete che il Vallisnieri trattando da maestro sopra i vermi mostruosi, e straordinarj, pretesi uscire dal corpo umano, ed esaminandone l' opinioni dei varj autori, rigetta quella che a voi piacerebbe dell' uova, o seminio introdotto per alimento, caratterizzandola più rugginosa ancora dell' altra degli antichi, che i vermi nascessero dalla putredine. Parimente rigetta l' altra che siano vermi mostruosi, e che possan derivare dal seminio dei vermi esistenti nel corpo umano, volendo anzi che tutti i fatti raccontati in tante storie dai medici, non siano altro che illusioni, o imposture dei medicanti.

Le molecule organiche per ispiegare la produzione, hanno obbedito alla natura del clima, dove furono inventate, cioè son già uscite di moda. A me però con tutto il rispetto del Vallisnieri, e d' altri della sua opinione, non dispiacerebbe la trasmutazione mostruosa dal seminio dei vermi, esistente nel corpo umano, ed avanzerei su di ciò qualche mia spiegazione, ma sul riflesso che non direi cose da meritare l' approvazione dei dotti, stimo meglio tacere.

Solo ho coraggio di asserire che sul fatto vostro non sono applicabili le taccie date ai medici del Vallisnieri. Nò l' illusione, perchè è provato abbastanza essere il verme, vero, verissimo animale vivente. L' impostura nè meno, per-

perchè è tanto lontana dalla parte vostra, quanto è ben conosciuto il vostro carattere, ed onoratezza. E poi io mi farei lecito dire, che essendo insetto incognito, come asserite voi, o lo confermano i nostri intendenti, non vi giova nemmeno imporre, perchè è maggior lode vostra, d'aver ritrovato un insetto sconosciuto nella storia naturale, che di ritrovarlo nelle feccie di un Arciprete.

Per me finalmente o l'uno, o l'altro che sia, è maraviglioso, come è maraviglioso tutto ciò ch'è in natura, per essere la natura stessa una perpetua maraviglia. Sicchè non dubiterò a credere che si sia prodotto, o trovato di nuovo nel corpo d'un individuo, poichè mi è difficile egualmente a crederlo prodotto o trovato di nuovo nelle campagne di S. Casciano, o altrove, dove anderebbe supposto che da qualcuno fosse stato preso, per racchiudersi nel vaso del Prete infermo.

SUE

SUL CONDUTTORE ELETTRICO
DELLA TORRE
DELLA PIAZZA DI SIENA
MEMORIA

DI DOMENICO BARTALONI

Pubblico Professor di Fisica nella Regia Universita'.

LA natural proprietà del vapore Elettrico di dirigerſi in preferenza degli altri corpi ai metalli, fu dall' immortale Americano Franklino induſtrioſamente applicata, per ſalvare le fabbriche dai pernicioſi effetti del fulmine, col mezzo di quelle ſpranghe, o fili di ferro, che comunemente ſi chiamano Conduttori.

Nella relazione preſentata alla ſocietà reale di Londra l' anno 1772. Vol. 63. dove s' approva il progetto d' armarſi di conduttori i magazzini da polvere di *Purfleet*, ci viene aſſicurato dallo ſteſſo Franklino, e dagli altri valenti Fiſici Cavendish, Watſon, e Robertſon, ch' erano già fin d' allora paſſati 20., e più anni, nei quali ſi era veduto colle più certe eſperienze, eſſer la pratica dei Conduttori utiliſſima; e però ebbe il contento il loro inventore Franklino, ſcrutator ſagaciſſimo della natura, di veder confermata la ſua ſcoperta con i più ſaldi argomenti dell' eſperienza.

Benchè deboli avverſarj abbiano in ſeguito tentato di ſcreditare una tale ſcoperta, ſiccome ſuole per lo più avvenire riſpetto a qualunque ſiaſi utile verità, non è però ſtata mai fin quì ſmentita dai fatti una pratica così vantaggioſa; anzichè eſſendoſi intereſſati i veri Filoſofi a collocare in varie parti queſte elettriche ſpranghe, hanno in tal guiſa moltiplicati gli eſempj in conferma dell' utilità, che elle apportano. Già ſon tanti gli ſperimenti in favore, e con tanta ſolidità di ragioni ſono ſtate pure anche dimoſtrate erronee le prove contrarie, che ſarebbe adeſſo ſuperflua coſa porre nuovamente in campo quei vani dubbj, e ſconſiderate ragioni, che alcuni più timidi che Filoſofi hanno in altri tempi ſpacciate, contro d' un ritrovato sì utile. Quindi è, che viene ai dì noſtri ſtabilita

nella scienza della natura come una proposizion d'evidenza, che armate di conduttore le fabbriche, rimangono esse intatte dalle funeste rovine del fuoco fulmineo; e però con tutta ragione ha la moderna Fisica collocata fra le sue più sicure teorie l'invenzione dei conduttori, invenzione al certo fra le più utili, e luminose, che abbia riscosso mai dalla Filosofia il genere umano.

Il Conduttore, che sotto la mia direzione, e del Sig. Antonio Matteucci fu posto sopra la Torre della nostra Piazza di Siena, è quello appunto che forma il soggetto della presente Memoria. Nè si creda mai da alcuno che la storia d'un Conduttore sia di così poca importanza, che meriti d'esser trascurata; appartiene inoltre al nostro dovere di render ragione dell'operato, per dar così un conveniente discarico a chi ci ha con particolare onore prescelti; e maggiormente lo vuol ragione, perchè esigendo la special costruzione della Torre un'armatura non delle ovvie, e comuni, potrebbe forse qualche Fisico di volgar nome, che non bene intenda i rapporti, e l'applicazione delle elettriche teorie, condannarla nell'esecuzione, e nell'opera; onde è che mosso dal complesso dell'esposte ragioni, mi son determinato d'esporre al pubblico questa relazione istorica, e ragionata del mentovato Conduttore.

Il glorioso nostro Principe Pietro Leopoldo d'Austria intento sempre colle paterne cure alla felicità dei suoi sudditi, volle che in Toscana prendesse piede una pratica cotanto utile per le pubbliche fabbriche; e fu il primo, per quanto io sappia, fra i Sovrani, che con regia autorità abbia ordinato munirsi di conduttori i magazzini da polvere, poichè fin dall'anno 1770, prima ancora che si pensasse a ciò fare in Inghilterra, fece armare di spranga la polveriera della nostra Fortezza. Le funeste rovine, e lacrimevoli conseguenze prodotte in qualche altra Città d'Italia, per un incendio di magazzino da polvere, cagionato dai Fulmini, richiedevano per verità le serie riflessioni d'un pio, e provvido Principe, e di un Principe insiem Filosofo, che con cognizione di causa, prevaler si sapesse in prò de' suoi stati delle più interessanti scoperte.

Comandò in seguito per mezzo del Luogotenente della nostra Città S. E. Sig. Cav. Prior Siminetti parteciparsi al Magistrato Supremo della Balìa le sue sovrane intenzioni, affinchè si prendesse cura di fare armare del Conduttore la maestosa Torre della gran Piazza, soggetta fuor di modo ai frequenti danni dei fulmini. In esecuzione pertanto dei sovrani comandi, fu data al Sig. Matteucci, ed a me l'incombenza di far le opportune visite nella Torre, e dipoi riferire i risultati. Non fu omessa diligenza alcuna in adempimento dei nostri doveri; si visitò la fabbrica, si stese dettagliata rela-

relazione, e s'indicarono in essa gli spedienti più sicuri dell'armatura, confacenti insieme alla necessaria economia. Fu la relazione degnata dell'assenso regio con sovrano rescritto, e dato principio all'opra, viddesi finalmente guarnita la Torre del suo Conduttore nel mese di Settembre l'anno 1776.

Voglio quì rammentar di passaggio che ben presto si ebbe il piacere di vedere utilmente impiegate le nostre fatiche, poichè appena armata la Torre, servì la stessa armatura di un'esperienza in questo genere delle più luminose, e sicure. Vi scoppiò uno strepitoso fulmine, che investì la punta del Conduttore, il quale poi ritenendo per esso la dritta strada, senza nuocere in una benchè minima parte all'edifizio, si dissipò visibilmente sotterra, con ammirazione di numeroso popolo spettatore. Esposi allora i fatti, e le circostanze in una dettagliata relazione, e la quale riferirò anco in fine, affinchè nulla manchi pel compimenro di questa memoria.

Entriamo pertanto in cammino, e per dar chiarezza maggiore ai nostri ragionamenti, gioverà esporre prima d'ogni altro le teorie dell' Elettricità, per farne vedere dipoi la loro applicazione ai Conduttori. Ho già accennato sopra che fu Franklino, il quale rivolse i metalli in sicurezza delle fabbriche, salvandole con essi dalle rovine del fuoco fulmineo. Accortamente scoprì alcuni principj, che proprj, e naturali sono dell'elettricismo, e combinandoli con i suoi raziocinj, e colle copiose esperienze, ne inferì conseguenze felici, e stabilì ancora su questo ramo di Fisica un ingegnoso sistema, che è comunemente oggidì abbracciato dai Fisici più sperimentati, e valenti.

Alcuni moderni filosofi avevano già congetturato dalla corrispondenza degli effetti, e dall'analogia dei fenomeni, che la materia fulminea, fosse della stessa natura della materia elettrica, tale e quale la veggiamo risvegliata coll'arte, per mezzo dello sfregamento dei vetri. S'immaginavano che il fuoco fulminante si preparasse, e raccogliesse dalla natura con suo special meccanismo nelle nuvole tempestose, come appunto da noi si prepara, e raccoglie con arte il fuoco elettrico nella catena, o boccia di Leiden. Franklino in America non men coraggioso, che savio Filosofo concepì l'ardito pensiero di strappare direttamente dal seno delle nuvole burrascose quel fuoco fulmineo, in quella guisa appunto che si cavano le scintille elettriche dalla catena elettrizzata nelle comuni esperienze, a fine appunto di ridurre le congetture in evidenti, e palpabili dimostrazioni. Inventò una semplice macchinetta chiamata cervo volante, sì per la sua figura, e perchè ancora la spediva a volo negli ampj spazj del cielo, mentre che ancora in Europa dai Fisici di fama si tentava il progetto mede-

 simo

ſimo con delle ſpranghe di ferro, o fili metallici eſpoſti, ed elevati in varie alture. Fortunatamente a ognun di loro riuſcì colle proprie eſperienze, di condurre a noi in terra dalle celeſti regioni il fuoco fulmineo, e talvolta ne conduſſero in copia tale, che quaſi dir ſi poteva di aver guidato coll'arte dall'atmosfera alla terra, un vero, e realiſſimo fulmine. I fatti ſon troppo noti per non aver biſogno di riportargli. Dovè certamente nell'animo degli oſſervatori arrecar maraviglia non poca l'ardito attentato, e minore non dovette eſſere al certo il contento di quei Filoſofi, di vedere obbligato Giove a dirigere il fuoco fulmineo dove ad eſſi pareva, e piaceva. Allora dunque ſi fecero ſopra quel fuoco delle nuvole numeroſe eſperienze, e tutte quelle, che ſi tentano dai Filoſofi coll'apparecchio elettrico; e come appunto ſi erano immaginati, ravviſarono che quel fuoco celeſte riteneva le ſteſſe proprietà del fuoco elettrico, che ſimili ſimiliſſimi riſultavano gli effetti; in ſomma colle dimoſtrazioni le più complete, ſi venne in chiaro, che la materia fulminea delle nuvole era una elettricità affatto identica, coll' elettricità degli ſperimenti elettrici. E compreſero che un fulmine altro non era in ſoſtanza che una ſcintilla elettrica, concepita bensì ſcintilla aſſai grande, ed in proporzione maggiore delle ſcintille eccitate coll'arte, quanto è maggiore l'ammirabil maeſtria della natura dell'arte ben limitata dell'uomo. Chiamaron perciò la prima elettricità delle nuvole, elettricitá naturale, come che dalla natura preparata, e raccolta, e diſſer la ſeconda artificiale, per eſſer dall'arte noſtra eccitata.

Hanno ancora provato i Fiſici per mezzo dell'eſperienza che l'elettricità è attratta, o corre verſo alcuni corpi in preferenza degli altri. I più attraenti ſono i metalli generalmente; l'acqua è il ſecondo corpo attraente dopo i metalli, e ne vengon dipoi in terzo luogo tutti i corpi animali. Per lo che ſono i metalli i primi fra i corpi naturali finora ſcoperti, che abbiano per natural proprietà di attrarre, e ſeco condurre il vapore elettrico. Vi deve eſſere nell'ordine delle coſe una cagione di tal privilegiata attrazione dei metalli, ma il determinarla preciſamente non ſarà coſa aſſai facile; però in virtù di replicate eſperienze, combinate colle note leggi della materia, ſi potranno ſtabilire ragionevoli teorie, che è per appunto quello, di cui deve eſſer pago un Filoſofo. Franklino pertanto, che più d' ogn' altro s' acquiſtò un dritto di fiſſar regole, e leggi ſu queſta parte di Fiſica, propoſe il ſuo ſiſtema ſopra l'Elettriciſmo, il quale crediamo dover ragionevolmente ſeguire, per allontanarci il meno che ſia poſſibil dal vero.

Eſaminò egli attentamente la natura, e proprietà del fluido elettrico, e ſcoprì eſſere un fluido ſommamente ſottile, ed elaſti-

co,

co, che penetra perciò ogni corpo, e che è diffuso per essi uniformemente, cioè in una quantità conveniente alla proprietà dei rispettivi corpi, ovvero in quella quantità, che esige la natura di ciascheduno corpo. Appoggiato sulle sue esperienze, credè ancora d'aver provato, che se il vapore elettrico per opera dell'arte, o della natura venga raccolto in maggior proporzione più in un corpo, che in un altro, cioè che stia fra quei due corpi in proporzione ineguale rispetto alla loro esigenza, quel tal corpo, che più ne ha, lo comunica all'altro, che ne ha meno, fintanto che ne contengano ambedue nella proporzione medesima, o sivvero che si componga in ambedue all'equilibrio, ritenendo in ciò la natural legge dei fluidi In vista di tali principj stabilì per fondamento del suo sistema l' *Elettricità positiva*, ovvero in *più*, e l'*Elettricità negativa*, ovvero in *meno*, che il celeb Pad. Beccaria l'intende, e la spiega *elettricità per eccesso* la prima, ed *elettricità per difetto* la seconda.

Se dunque il fluido elettrico raccolto nei corpi si diffonda, e comunichi colla legge anzidetta, avremo una ragion fisica, e semplicissima della sua special tendenza verso i metalli. Saran dessi fra tutti i corpi della natura i più scarsi, o vuoti di vapor naturale, e proprio; e però data una serie d'altri corpi, ovvero datone un solo, in cui dalla natura, o dall'arte sia stato raccolto per eccesso il fluido elettrico, che sarà il caso d'elettricità positiva, per esser questo sommamente elastico, e rapidissimo si slancerà verso gli stessi metalli mancanti, o vuoti di vapor naturale, ovvero in istato d'elettricità negativa, per diffondersi, e comunicarsi con essi, cercando d'equilibrarsi, conforme è natura dei fluidi; ovvero tornerá lo stesso che il dire, che la scarsa elettricità naturale dei metalli non resiste all'impeto del fluido sopravveniente, come resistono gli altri corpi, che maggior proporzione ne posseggono; onde è che dentro la sostanza dei metalli ritrova più libero il corso, per cui può correre quel fluido col suo rapido moto, e diffusiva forza ad equilibrarsi; e perciò son detti i metalli corpi meno resistenti, più attraenti, ovvero deferenti, o conduttori dell'elettricitá. Si potrebbe dunque legittimamente dedurre, che impropriamente vien detto che alcuni corpi attraono il vapore elettrico, mentre che è piuttosto il di lui sommo elaterio, e diffusiva forza, che lo necessita a scorrer verso essi, e che pure anco son penetrati da quello per la sola minore resistenza, che oppongono; ma siccome col nome di attrazione s'intende d'indicare un effetto noto, senza indagarne di ciò la cagione, quindi è che i Filosofi han preso per uso di spiegare quella tal tendenza col nome di attrazione, siccome

ab-

abbiamo usato ancor noi, e l'useremo anco in seguito, allorchè lo porta occasione.

Potrà forse non piacere ad alcuni lo stabilito principio d'elettricità positiva, e negativa, o sia d'eccesso, e difetto per ispiegare i fenomeni elettrici, e noi di ciò non saremo punto solleciti; ella è verità evidente, che i metalli sono i più perfetti conduttori, e la conoscenza di questa legge è quel tanto, che a noi sol giova, senza inquietarci perciò di spiegare e maniera, e meccanismo, con cui s'eseguisca la legge. Nulladimeno però, parlando per amore del vero, crediamo potere asserire ragionevolmente, che se le teorie di Franklino, e del Pad. Beccaria non siano le vere, e reali della natura, son però tali, che mirabilmente sodisfano l'umano concepimento. Si stabilisce con esse un sistema, che è fuor di dubbio, che abbraccia tutti i fatti finora conosciuti sull'elettricismo, che rende sensibili le convenienze, e loro rapporti diversi, che spiega in somma ogni fenomeno elettrico con ogni facilità, e naturalezza, i quali son giustamente quei caratteri di verità a noi noti, per determinarci ad abbracciare con ogni ragione un sistema.

I metalli, che, come abbiam detto, sono i più perfetti conduttori, se inoltre nella loro estremità finiscano in punta aguzza, ritengono per ispecial proprietà di attrarre, e dissipare il vapore elettrico a distanze molto maggiori, d'allorchè terminassero in punta rotonda, o smussata. Dobbiam pure anco questa scoperta a Franklino, e della quale terremo assai conto, per essere cosa d'essenza al nostro oggetto, senza impegnarci però a darne la fisica spiegazione. Questa virtù, che risiede nelle punte metalliche d'attrarre, e dissipare il vapore a lontane distanze, s'estende ancora ad attrarlo, e dissiparlo gradatamente, e in silenzio; vale a dire che a poco, a poco s'attrae, e si dissipa senza apparir segni elettrici, ovver l'esplosione nel tempo che si diffonde, e comunica alle punte, o che dalle dette punte si dissipa. Il fatto è certissimo, comprovato già dalle esperienze del rinomato più volte Franklino, e dal Padre Beccaria, e da altri valenti Fisici pienamente confermato.

Or dunque abbiam ricavato dal seno dell'esperienze, che il vapor fulminante sia identico col fluido elettrico, che i metalli l'attraggono in preferenza di ogni altro natural corpo a noi noto; che essendo essi appuntati l'attraggono, e dissipano a maggiori distanze, e finalmente che in vigor dell'acutezza loro, a poco a poco alla sordina l'attraggono, o dissipano; onde eccoci ad aver combinati sicuri principj, e stabiliti fondamenti per assicurarci dell'utilità dei conduttori, e per convincerci insieme

che

che la loro pratica non ſia già un ritrovato bizzarro dei Filoſofi, conforme alcuno mal cauto creder potrebbe, ma che è bensì una felice applicazione, per ſecondare i progetti della natura.

Immaginiamoci pertanto un conduttore, che ſia con ogni arte coſtruito, e collocato ſopra una fabbrica. Per eſſere ei un corpo fra i più deferenti l'elettricità, dovrà attrarla dalle nuvole tempeſtoſe in preferenza degli altri corpi ad eſſo circonvicini. Siccome termina in punta aguzza, elevato alcune braccia ſopra la ſommità dell' armato edifizio, per la proprietà ſopra indicata delle punte metalliche, attrarrà la medeſima elettricità a lontane diſtanze, e la tirerà gradatamente ſenza ſcoppio, o ſtrepito alcuno, allorchè dall' atmosfera trapaſſa, e dirigeſi verſo di eſſo. Non è mai diſunito il conduttore in tutto il ſuo corſo, anzichè eſſendo coſtruito in ogni parte al poſſibil contatto, dovrà la corrente del fuoco, dalla punta ſcorrer ſempre aderente per eſſo fino al ſuo termine, eſſendo regola di ragione, che avendo l'aguzza punta da lontano tirato a ſe quel fuoco fulmineo, ſia dipoi maggiore l'energia dell'attrazione, allorchè è all'immediato contatto del corpo attraente. Termina in fine il conduttore ſotterra o nell'acqua, o ſull'umido terreno, per cagione di eſſer l'acqua il ſecondo corpo fra i più deferenti; Sicchè non trovando reſiſtenza quella corrente fulminea, diſſipar deveſi ſenza ſtrepito alcuno nella maſſa terreſtre, da dove forſe ebbe l'origine per ſalire nell'atmosfera, e colà nelle nuvuole concentrarſi. Le nuvole burraſcoſe che hanno comunicata al Conduttore l'elettricità fulminea, fan vedere ch' erano elettriche per eccesſo, e la terra che la riceve c'indica eſſerne ſtata mancante, o elettrica per difetto. Dunque altro non faranno i conduttori che tirare a poco a poco, ovvero ſpogliar ſucceſſivamente le nuvole del loro eceſſivo vapore, per ricondurlo ſotterra ed equilibrarſi, vale a dire che hanno eſſi attività di ridurre lo sbilanciato vapor fulminante all'equilibrio ſenza ſcoppio, o ſtrepito alcuno; cioè in ſomma che prevengono lo ſcarico di quell'addenſata materia, o ſia fulmine, e ci liberano in tal guiſa dai diſaſtri, e rovine, che cagionar potrebbe una meteora cotanto funeſta.

Ma non poſſon talvolta, dice il Chiariſ. Pad. Beccaria (*a*), i conduttori metallici eſaurire in breve tempo tutto il fuoco elettrico delle nuvole dei temporali, conducendolo così gradatamente, onde eſſo non iſcoppj, e feriſca, e però in tal caſo avverrà, che invece di dirigerſi ſucceſſivamente, e inviſibile ſenza ſtrepito alcuno alle

(*a*) Lettera 14 dell' Elettriciſmo.

alle loro punte, si scagli sopra di esse raccolto in copiosa scintilla, che ecciterà vivacissima luce con dello scoppio, prodotto dalla violenta commozione dell'aria. Questo appunto è il fatto, dove la grossa scintilla chiamasi fulmine, la luce che l'accompagna si dice lampo, o baleno, ed il rumore dell' aria commossa si nomina il tuono. Altro allora non vuol dire, replica Franklino in più luoghi delle sue lettere, che il conduttore riceverà un fulmine nella sua punta, e lo tirerà a se, conducendolo ad equilibrarsi sotterra, in quella guisa appunto che conduce gradatamente, e in silenzio l'elettricità delle nuvole all'equilibrio.

Ecco pertanto le due maniere nelle quali operano i conduttori; in una attraono l'elettricità naturale delle nuvole alla sordina, dissipandola gradatamente, e nell'altra la traono addensata, e copiosa fatta fulmine, conducendola in ambedue i casi all'equilibrio sotterra. In somma si concluda coll'espressioni del lodato Franklino che i conduttori o prevengono il fulmine, col dissipare a poco a poco, e senza strepito l'elettricità naturale, ovvero che non avendolo in tal guisa prevenuto, lo conducono come fulmine egualmente a dissipatlo sotterra al suo destino.

Si lamentò perciò Franklino in una sua lettera dei 29. Giugno 1755. data di Filadelfia (*a*), che su tal soggetto non l'avessero inteso che a metà in Europa, poichè avendo egli parlato alternativamente che i conduttori appuntati, o prevengono i fulmini dissipando l'elettricità alla sordina, o che non prevenendoli egualmente gli conducono all'equilibrio, non si considerava non ostante che il primo caso di prevenirli, senza far conto dell'altro che aveva pur stabilito, che i conduttori conducono egualmente i fulmini non prevenuti. Per verità fa specie che i Filosofi dell'Europa non l'avessero inteso in questa seconda parte, e maggiormente che vi erano anzi ragioni più evidenti da persuadersi, che le punte dei conduttori tirino i fulmini, di quel che dissipino a poco a poco, e senza strepito la materia dei fulmini. Per esempio, che le punte dei conduttori tirino gradatamente, e in silenzio la materia dei fulmini, si deduce dall'analogia dell'esperienze comuni dell'elettricità artificiale, ma che attraono gli stessi fulmini, lo dicono i replicati fatti, e numerose osservazioni. Sicchè a intender la prima parte, e non accordar la seconda, mi sembra lo stesso che intender ciò che in fatto non vedesi, e non intendere a contrario ciò che dimostrasi in fatto. Ora però non siamo più al caso di aspettar da Franklino querele consimili, poichè non vi è in Europa filosofo alcu-

(*a*) Opere di Franklino Tom. I. pag. 149.

alcuno, il quale non intenda pienamente che i conduttori appuntati conducono il fuoco fulminco or nell'una, ed or nell'altra delle due divisate maniere.

Se i conduttori riconducono all'equilibrio l'eccessivo vapore elettrico delle nuvole, collo scarso vapor della Terra, possono anco equilibrare l'abbondante vapor della terra collo scarso vapor delle nuvole, avendo essi virtù eguale tanto nel farlo discendere dall'atmosfera alla terra, quanto nel farlo salire dalla terra nel cielo; e però siccome un fulmine può per mezzo del conduttore scender dall'alto al basso dell'edifizio, così può ancora per mezzo di esso dal basso all'alto salire. Onde è che in ogni caso son sempre i conduttori come la parte declive, verso cui si dirige l'elettricità naturale per comporsi a livella, ed a parlar propriamente servono come tanti canali per ricondurre all'equilibrio la sbilanciata elettricità fra la terra e le nuvole, in ogni maniera che ne abbondi, o scarseggi l'atmosfera, o sivvero la massa del nostro Globo.

Se dunque le verghe di ferro appuntate tirano a se senza strepito, e dissipano il fuoco fulmineo delle nuvole, ovvero se l'attraono in fulmine dal seno delle medesime, e poi in ambedue le maniere lo dirigono per un certo, e determinato commino, apparisce manifestamente il vantaggio che portano alle fabbriche queste elettriche spranghe; poichè costringendo quel fuoco vago, inquieto, e destruttore a camminare sempre ad esse aderente, o non si addenserà in fulmine per ferire, e se ferisca qual fulmine, lascerà libere e salve le fabbriche stesse dalle rovine. Se mai si volesse rinnovare la puerile obbiezione, che intanto coi conduttori si richiamano i fulmini verso le fabbriche, ne farò poco conto, perchè, senza entrare in altri dettagli, credo che sia regola di ragione di doversi richiamare un male con certezza di saperlo evitare, piuttosto che lasciarlo venire inaspettato, senza speranza alcuna di rimedio. E quando ancora questo male, o sia questi fulmini non cadessero mai naturalmente nella fabbrica non armata di conduttore, che certamente è ardita cosa l'asserire, direi che se non armata, o armata che sia, non vi succeda mai danno, in tale estremo caso non si avrebbe per mezzo dei conduttori nè scapito, nè guadagno; che in somma tutto ciò si riduce a concludere, che i conduttori potrebbero essere qualche volta inutili, ma spessissimo utili, e mai, e poi mai dannosi.

Si comunica, come abbiam detto, il fuoco fulmineo alle punte dei conduttori in due maniere, o quietamente, ovvero collo scoppio. La differenza di questo modo d'agire fu parimente da Franklino esaminata, e noi seguendo le sue traccie, ne additere-

mo la causa, per dar così compimento alla teoria dei conduttori.

Osservò dunque Franklino che trapassando la materia elettrica da un corpo all'altro collo scoppio, e la luce, cioè coll'accompagnamento dei segni elettrici, eravi bisogno d'una certa, e determinata distanza, la quale ei chiama *la distanza della Scossa*, per la ragione appunto, che succeder non può mai tale scarico, se non che a quella tale, e determinata distanza. Questa può essere e più, e meno, e ciò in proporzione della quantità del fluido da comunicarsi, della dimensione dei corpi, e dello stato dell'aria interposta (a).

Osservò pure che le punte metalliche tirano il fuoco elettrico a poco, a poco, e alla sordina ad una distanza molto maggiore di quella, che lo tirino collo scarico, o sia di quella necessaria per la Scossa. Ciò bene inteso, si deduce chiaramente la cagione perchè le punte dei conduttori attraono l'elettricità naturale delle nuvole ora in silenzio, e successivamente, ed ora collo scoppio, ovvero fatta fulmine. Fintanto dunque che le nuvole burrascose trapasseranno in maggior lontananza dalle punte dei conduttori, e a quella distanza da potere agir le cagioni, saranno spogliate dalle punte medesime della superflua elettricità quietamente, e per gradi. Allorchè poi per cagione del lor moto, arrivino le nuvole a quella più corta, e necessaria distanza per lo scarico, attrarranno le dette punte il fuoco elettrico collo scoppio, e la luce; cioè si scaglierà un fulmine sul conduttore. Or ecco che la sola interposta distanza fra le nuvole, e le punte dei conduttori è la sola cagione della variazion del fenomeno, che in sostanza però potrà dirsi d'essere un solo, ed unico effetto, che varia soltanto nel modo.

Da questa diversa distanza, per cui si comunica il fuoco fulmineo in aspetto diverso, si comprende perchè i luoghi più elevati sopra la terra vengano con più frequenza colpiti dai fulmini; perchè stando le nuvole dei temporali in minor distanza da essi, cioè più a portata di avvicinarsi a quella tal precisa, e corta distanza necessaria per la scossa, scagliano più facilmente sopra di quelli il vapore elettrico in fulmine. Per la stessa ragione impariamo perchè si vedano serpeggiare tanti fulmini fralle nuvole, senza arrivare a cadere, e ferire sopra la terra. Supposta per esempio una nuvola carica per eccesso di fuoco fulminante, non può restituirlo alla terra per equilibrarsi, atteso che l'interposta distanza è assai lunga, e fuori dei limiti della scossa, onde ritrovandosi nell'atmosfera accidentalmente altra nuvola elettrica per difetto, e tanto vicina d'esser dentro i confini dell'esplosione, si dirige verso essa il fuoco elettrico

(a) Opere di Franklino Tomo I. pag. 251.

co con lampi, e con tuoni, e ſi equilibra così coll' altro fuoco pel l'aria diſperſo, ſenza arrivare a colpire i corpi terreſtri.

S' intende parimente, e ſi ſpiega perchè in certi temporali altro non vedeſi che una continua luce prodotta dai lampi, e ſi odono ancora quei tuoni non interrotti, ovvero quel fragore, e mugito continuo. Sono allora una, o più nuvole cariche per eccеſſo di elettricità, la comunicano all' altre per difetto elettriche, e queſte ſucceſſivamante ad altre parimente mancanti d'elettricità; e così diſcorrendola, ſi diffonde l'eceſſo per le nuvole dell'atmosfera, fintanto che ne abbian tutte acquiſtata una quantità naturale, come nuvole, ovvero che ſiaſi in eſſe ad equilibrio compoſta, oppure ancora fintanto che ſiano cadute in pioggia, e riunite al globo terraqueo, da dove partirono. Nel tempo di queſta ſucceſſiva e continua comunicazione di elettricità, veder deveſi una progreſſione continua di baleni, accompagnata da un mormorio, o fragore continuato.

Dall'attività riconoſciuta dei conduttori ſi rilevano ancora l'utilità, che poſſono in alcuni caſi apportare. Si è oſſervato che nei fieri temporali ſogliono ſtaccarſi dal corpo di una maggior nuvola, altri fiocchi o nuvole minori, le quali una dopo l'altra ſi accoſtano verſo la terra. Potrebber deſſe colla loro ſerie formare come un conduttore, che ſcagliaſſe i fulmini ſopra i corpi terreſtri, atteſo che una dopo l' altra coſtituirebbero uno ſpazio proporzionato alla corta diſtanza della ſcoſſa; ma ſe abbiavi nelle fabbriche un conduttore, attrarrà quietamente da quelle minori nuvole il fuoco elettrico, e dovran perciò riſalire verſo la maggior nuvola, laſciandovi un vuoto, o diſtanza, che per eſſere aſſai grande, non vi avrà più luogo la corta diſtanza pel tragitto dei fulmini. Franklino coll' ingegnoſo ſperimento dei fiocchi di cotone elettrizzato, conferma mirabilmente l'addotta ſpiegazione (*a*).

Però l' utilità maſſima, che ſi ricava dai conduttori è quella proveniente dalla proprietà delle lor punte, di diſſipare, o aſſorbire il fuoco elettrico delle nuvole tempeſtoſe ſucceſſivamente, e ſenza eſploſione. Immaginamoci per eſempio una nuvola dei temporali, queſta non può per natural legge ritrovarſi in quella diſtanza minore dai conduttori, per ſcagliarvi un fulmine, ſe prima non ſia ſtata nella diſtanza maggiore, per eſſer diſſipata la materia del fulmine in ſilenzio, e per gradi dalle punte dei medeſimi. Sicchè ne viene per legittima conſeguenza che l' eceſſivo fuoco della nuvola debba ritrovarſi già equilibrato fra l' atmosfera, e la terra, prima che alla più corta diſtanza deva equilibrarſi qual fulmine. E ſuppoſto ancora che l' eceſſo grande in eſſa contenuto non reſti a tempo diſſipato quietamen-

 te

(*a*) Opere di Franklino Tom. I. pag. 129.

te a quella maggior distanza, certo è però che verrà sensibilmente diminuito da non poter ferire, e più spesso, e con più possanza qual fulmine. Procedendo a norma di questa legge ne inferiamo dunque che quel fuoco fulmineo, il quale a forza di fulmini equilibrar si doveva, sarà se non in tutto, in parte almeno equilibrato gradatamente in silenzio, cioè fuori di ogni attività di potere apportare il minimo danno.

Da un simil discorso sembrerebbe anco dover succedere, che generalmente parlando dovessero in seguito diminuire i fulmini sopra la terra, se però sopra la terra si pongan sempre dei conduttori. Vi è certamente ragion di crederlo, tanto è lontano che i fulmini debban cadere più frequenti per virtù dei conduttori, come alcuni hanno leggermente opinato. Io non ardirò però decidere sulla verità del fatto, ed i filosofi che verranno stabiliranno qualche certezza per mezzo delle speciali osservazioni. Anco i nostri filosofi, che nei tempi futuri faranno osservazioni fisiche in Siena, dove prego il Cielo che si mantenga sì virtuosa inclinazione, potranno essi pure avvalorare le prove del vero, prendendo ad osservare le vicende dei fulmini, rispetto alla nostra torre, se in essa vi si mantenga un regolato conduttore. Per indicarne in grazia di loro un mezzo il più sicuro, potranno assumere per dato certo, che per 30. anni seguiti in addietro dal 1777. tempo in cui fu posto il conduttore, furono 6. i fulmini caduti su quella fabbrica, siccome più a basso noteremo per altro oggetto; sicchè col paragone di anni 30. consecutivi, ovvero di più lungo spazio di tempo, per sicurezza maggiore, dopo della positura della spranga, saranno in grado di ricavare congetture assai probabili almeno, se per effetto di quell'armatura sia diminuita la caduta dei fulmini in quel respettivo luogo. Se mai dunque avvenisse, che nel totale si scemassero coll'andare dei tempi i fulmini sopra la terra, non ridonderebbe poca gloria per i moderni fisici, che oltre ad aver diminuito un male dalla somma dei mali dell'uman genere, sarebber giunti colla loro arte, ad aver fatto variar per fino l'immemorabil corso delle naturali vicende.

Abbastanza sia detto sulle elettriche teorie, e sopra la loro applicazione ai conduttori, proseguiremo adesso alla descrizione del nostro conduttore, esponendo l'arte con cui fu costruito, e come a seconda delle leggi, o delle più accreditate esperienze, fu sulla fabbrica collocato.

L'edifizio su cui por si doveva il conduttore si chiama la torre del Mangia, da una statua gigantesca di questo nome, eretta sopra un merlo dell'alta cima. Risiede sopra la sommità della torre

re una groſſa, e compoſta macchina, ovvero Caſtello di ferro, con maeſtria non ordinaria architettato, e che preſenta agli ſpettatori una viſta ben vaga, il quale perchè entra come parte del noſtro conduttore, merita perciò di eſſere ſpecialmente eſaminato, e deſcritto.

Nella Tav. XIII. dov' è delineato il profilo del conduttore, l' intiera macchina, ovver caſtello indicato ſi rappreſenta per AD, il quale è piantato ſopra un pavimento quadrato di marmo, che forma l' ultimo piano nella ſommità della fabbrica. E' compoſto queſto caſtello da quattro groſſe faſcie di ferro B, B, B, B, erette nei quattro angoli del pavimento, e che coſtituiſcono come l' oſſatura della macchina. S' incurvan eſſe gradatamente, principiando dalla metà della loro altezza, e ſi uniſcon dipoi in un ſol ſito, dove ſoſtengono inſieme un gran campanone O, fiſſo, ed immobile. Vi è poi un martello di ferro S, deſtinato a batter le ore, nel bordo eſteriore del campanone, ed avvi pure il ſolito battaglio, che con catena di ferro, conneſſa nell' eſtremità inferiore, ſi fa muovere, per far ſuonare il campanone a piacere. Fan parte pure di quel caſtello quattro groſſe catene C, C, C, C, incrocicchiate alla di lui baſe, con altre ancora catene minori, che lo circondano a differenti altezze, le quali tutte inſieme ſon deſtinate a legare le faſcie anzidette, affinchè non iſfianchino dal grave peſo del campanone, che ſoſtengono. Finalmente entra a parte di quel caſtello una gran croce, o banderuola di ferro ED, piantata, e fiſſa ſulla cima del campanone, ovvero ſul luogo d' unione delle ricordate faſcie.

Tutte le deſcritte parti componenti reſtano legate, e comunicano fra di loro, coſtituendo una ſola macchina, quale è giuſtamente il caſtello indicato. Siccome il pavimento dove queſto poſa è circondato da merli, che formano come la corona della torre, ne viene che il detto Caſtello non può vederſi al di fuori in tutta la ſua altezza, reſtandone ſoltanto viſibile in circa a due terzi. La ſua totale altezza è di braccia 23.; e preſo parzialmente, vi ſon braccia 15. dal pavimento fino al principio della croce, e braccia 8. dalla baſe della croce fino alla ſua eſtremità.

Oltre al deſcritto Caſtello ve ne ha pure del ferro una prodigioſa quantità, conſiſtente in catene eſteriori, interiori, in campane, ed in diverſe altre maniere, che forma in tutto, uno ſterminato peſo di migliara, e migliara di lib. conforme coſta dai regiſtri del Magiſtrato della Biccherna. Tutto queſto gran ferro è diſtribuito, e diſperſo in quella parte ſuperiore della fabbrica compoſta di travertini, detta comunemente la rocca; e merita d' eſſere ſpecialme

te

te notato ad oggetto del conduttore, che ſiccome la più parte di tali ferri ſon deſtinati per la ſtabilità del caſtello giá detto, hanno i medeſimi una comunicazione fra loro, e ſon talmente legati, a ſegno che può dirſi formare anco eſſi una parte d' un ſol tutto, o d' una macchina ſola, quale è il ricordato caſtello.

Con queſto caſtello comunica inoltre un fil di ferro *ffM*, della groſſezza in circa di 4. linee di diametro, il qual ſerve per tirante del martello, per farlo battere l'ore. Si dirige un tal filo al pavimento, e lo trapaſſa rettamente verſo un angolo interno della torre, eſtendendoſi fino all'orologio in G, che è la lunghezza di braccia 102., ove poi congiunto alla ſua leva, comunica per mezzo di eſſa coll' orologio medeſimo. La macchina dell' orologio comunica colla moſtra nella facciata eſteriore della torre, per mezzo della lancia dell'ore; ſicchè può dirſi che dalla punta della banderuola fino alla moſtra dell'orologio, ſiavi per coſtruzion della fabbrica una comunicazione non interrotta, o ſivvero una ſerie continuata di ferramenti. Tutto queſto tratto dalla banderuola fino alla moſtra s' eſtende in braccia 125.

Se ci portiamo coll'immaginazione a conſiderare la torre così guarnita in cima di tanta mole di ferro, e la riguardiamo eziandio riſpetto alla ſua altezza, ci sará facile il dedurre primieramente, che doveva eſſer per natura un vero berſaglio di fulmini. Se in ſecondo luogo ponghiam mente alla diſpoſizione, e poſitura dei ferri non interrotti, s' intende facilmente che ſcoppiatovi un fulmine doveva queſti ſcorrere dalla ſommità della fabbrica ſino alla moſtra dell' orologio ſenza ſcarichi, e ſenza apportar danno alcuno, perchè appunto fino a tal termine gli è aperta la ſtrada, per la ſeguita continuazione, e non interrotta del ferro. Ma nella moſtra viene interrotta ogni comunicazione coi corpi deferenti, ſicchè richiede ragione che ivi ſi ſcarichi a traverſo di quei corpi reſiſtenti, e produca guaſti, e rovine.

Un tal diſcorſo che neceſſariamente ſi deduce dalle ſole, e note proprietá del fluido elettrico, viene dipoi validamente confermato dall' eſperienze, e fatti d'ogni tempo, ed età, e vengon perciò vittorioſamente ſtabilite le ſopra eſpoſte elettriche teorie. E' neceſſario dunque avvertire ch' ogni uomo di Siena ſa con certezza, che la torre è ſtata per più ſecoli il richiamo dei fulmini, e ſa pure che dall' orologio in ſu fino alla ſua cima, non l' hanno mai guaſta, e danneggiata; e finalmente è coſa a tutti nota che ſulla moſtra dell'orologio, dove appunto termina il ſeguito del ferro, ſiano in ogni tempo ſcoppiati moltiſſimi fulmini, apportando danni non pochi; ed il fatto è talmente ſpeciale, che ha dato per ſin luogo

di

di ricavarci dal popolo un volgar proverbio, che per non esser dei più decenti stimo opportuno il tacerlo. Ed io bramerei che i nemici dei conduttori (se pur vi sono ai dì nostri di questi contrarj del vero) consultassero tali esperienze, che la natura, seguendo le sue leggi, si dà il pensiero essa stessa di farcele, e sarei sicuro che non si farebbero il torto di promuovere difficoltà, contro una pratica sì vantaggiosa, e sicura.

Rilevasi pertanto dal fin quì detto, che i nostri Padri accidentalmente avevano armata la torre per due terzi dalla sua altezza d'un vero, e real conduttore, dalla banderuola cioè fino alla mostra dell'orologio; ma era conduttore imperfetto, poichè non era sufficiente a condurre l'elettricità fulminea al termin giusto sotterra, onde è che non le recava vantaggi, ma l'esponeva anzi a frequenti danni, e rovine.

Se così è, quando alcuno rinnovar volesse contro il nostro conduttore la leggera obbiezione d'aversi con esso richiamati piuttosto, che respinti i fulmini, sarebbe un obbietto fuor di proposito, mentre che senza il nuovo conduttore, vi era per costruzion della fabbrica un conduttore accidentale, e vi era il più potente richiamo dei fulmini, in quel descritto ferro, sulla cima della torre disperso.

Da tale stato di cose appunto nascer dovevano le prime nostre considerazioni, per potersi armar la torre di un nuovo elettrico, e regolar conduttore. Già non potevasi primieramente levar di mezzo la potente cagione, che richiamava a quella volta l'elettricità fulminea, poichè non si potevano sbattere quei gran ferri, che stabiliscon la solidità, e bellezza insieme di quell'edifizio; e dato ancora che ciò convenisse di fare, non era questo un oggetto compreso nelle nostre istruzioni. Era necessario in secondo luogo, guarnir la torre di spranga elettrica in modo tale, che non ostante i gran ferri, e non ostante la loro positura sopra indicata, dovevasi render libera, e sicura da tanti pericoli dei fulmini, ai quali era stata fino allora soggetta. Fatte dunque le opportune riflessioni, ci determinammo alla fine, per le ragioni che in seguito di mano in mano anderò esponendo, di collocare il nuovo conduttore sulle traccie del vecchio, vale a dire di guidarlo nel angolo stesso interno della torre, e poco da quello lontano, aggiustandolo, e correggendo, come or ora vedremo. Prima di dar principio all'opra si pensò di levare certi treppiedi di ferro, posti sopra i merli che fan corona alla torre, destinati in altri tempi a sostener fuochi di gioja, perchè essendo sopra pietre isolari, potevano richiamare a se qualche volta l'elettricità delle nuvole con esplosione, e con danno, e render così inutile il conduttore.

Vi

Vi è ſopra di un merlo quella ſtatua giganteſca del Mangia, ſopra accennata, la quale tiene in mano una lunga picca di ferro, ed è parimente ſoſtenuta da un palo di ferro inforcato nel mezzo di eſſa, or dunque affinchè tanto la picca che il palo non reſtaſſero così ſeparati, da richiamar con qualche ſcarico l'elettricità, furono a cautela con dei fili di ferro legati col caſtello di ferro deſcritto, per dare in tal guiſa la comunicazione fra eſſi, e il conduttore.

Venendo poi alla di lui poſitura, e coſtruzione ſi credè bene per la parte ſuperiore di eſſo, di far ſervire il caſtello di ferro che torreggia ſulla ſommità della fabbrica, e ſiccome vi ha la banderuola, o croce ſopra elevata, alra otto braccia, poteva mirabilmente far le veci di punta aguzza del già deſtinato conduttore. Vi ſi adattò perciò nella di lei eſtremità un cono di bronzo, aguzzato al poſſibile per quanto la coſtruzione lo richiedeva, e fu parimente indorato in punta, conforme ſi pratica, affinchè dalla ruggine reſtaſſe intatto. Non ſi ſtimò neceſſario di porvi altra punta a parte e diſtinta per eſſo conduttore, perchè la croce ſuppliva a quel che avrebbe fatto la punta, non toglicndole la qualità di croce l'attività di attrarre il vapore; e poteva ancora, eſſendovi la punta, attrarlo la croce ſola, e non la punta. Sicchè in ogni caſo ſi rendeva affatto ſuperflua queſta diligenza di porvi una punta a parte ſeparata. Un ſolo vantaggio poteva ricavarſi da tal punta diſtinta e a parte, quale era di farla più aguzza di quel che far ſi poteſſe il cono indorato, poſto ſopra la banderuola, ma a fronte delle coſe dette, e d'altre ragioni che addur ſi potrebbero, non ci parve il fatto di tanto rilievo, da farci mutar penſiero (*a*).

Determinata così la banderuola a far le veci di punta aguzza, ſiccome il caſtello di ferro a formar la parte ſuperiore del conduttore, appariſce che richiamata colà l'elettricità fulminea, neceſſariamente deve far capo alla baſe del nominato caſtello. Ivi poi trovando un conduttore non interrotto, ſcorrerà per eſſo conforme porta la ſua natura, ſicchè il tirante, o fil di ferro del martello, ſarà deſſo che la guiderà fino all'orologio, ſiccome ha fatto finora. Dovendo dunque eſſer queſta la ſtrada del tragitto di quella fulminante elettricità, ſi pensò di porvi un nuovo fil di ferro, o conduttore *llm*, il quale comunicando in principio coll'altro, lo ſeguiſſe ſempre, e l'accompagnaſſe fino alla ſtanza dell'orologio, da per tutto egualmente diſtante da 5. in 6. pollici. Fu coſtruito dell'iſteſſa groſſez-

za

(*a*) Nel Tomo 68. delle Tranſazioni anglicane, anno 1778. part. 1. n. IX. Si prova con iſperimenti, che una palla di metallo di un quarto di pollice di diametro ſopra l'eſtremità ſuperiore dei conduttori, tira egualmente in ſilenzio la materia elettrica, come farebbe un'aguzza punta. Diverſamente poi ſuccede ſe la palla del conduttore ſia di tre quarti di pollice di diametro, producendo allora ſenſibiliſſime eſploſioni.

za del tirante da 4. linee in circa di diametro, fu fissato con arpioni di ferro nel angolo della torre, e tanto esso che l'altro restano incassati, e coperti di tavole, acciocchè fosser guardati dall' ingiurie del tempo, e degli uomini.

Dalla positura di questo nuovo filo apparisce, che null'altro si intese di fare che di valersi dell'antico accidental conduttore, per comporlo col nuovo, e farne talmente un solo, accresciuto di mole, ovver di maggior dimensione, per tutto quel tratto in cui l'antico giá s'estendeva; e ciò a fine che si traducesse con facilità una più copiosa quantità di fluido, in caso di concorso maggiore, e maggior chiamata da quei gran ferramenti della torre, non potendo noi con assoluta certezza sapere, quanto quel fluido esser possa allorchè dall' atmosfera si comunica ai ferri conducenti.

Arrivati pertanto i due fili d' accordo fino in M, ov'è la stanzina dell' orologio, allora il tirante si piega, dirigendosi alla macchina, per fare il suo uffizio, e l'altro seguendo fino in *m* si piega anco esso, e va a legarsi in S ad un quadro di ferro, che fa parte dell' ossatura della macchina dell' orologio. In S può dirsi esservi il punto di confluenza, in cui fa capo il fuoco elettrico condotto per due canali, ovvero da ambedue i fili; sicchè essendo uniti in principio, e dipoi riunendosi in S, vedesi che in sostanza viene stabilito un sol conduttore, che per un certo tratto è solamente i due rami diviso, qual è una circostanza da non potere alterare la teoria, nè nuocere in alcun modo, siccome a suo luogo vedremo.

Dove la corrente del fuoco si raccoglie in S, vi è attaccata una spranga di ferro sufficientemente grossa, e larga da 15. linee in circa, acciocchè in caso che la piena del fuoco ingrossasse, si possa agevolmente tradurre al suo destino. La parte di spranga S*t* si dirige dentro il vuoto della torre, per lo spazio di braccia 18. sostenuta lungo il muro da braccialetti di marmo traforati, posti a giuste distanze fra loro. E' composta la spranga di tante verghe di ferro, in tutto e per tutto eguali, congiunte fra loro esattamente con delle viti, ed in questa parte di spranga interiore, restano le viti smussate al possibile, e ben ribadite. Allorchè la spranga è giunta in *t*, si piega voltandosi ad una piccola finestra nella facciata della torre, e da *t* fino in Q, posa per un estensione di braccia 6. sopra la soglia della stessa finestra. Da Q fino in X si dirige nella facciata esteriore della torre, fissata come sopra nel muro con braccialetti di marmo, estendendosi lungo la muraglia per braccia ventinove e mezzo. Come l'altra spranga interiore, così questa egualmente vien composta di tante verghe di ferro, ed ognuna di

loro è congiunta a tutta sostanza con due viti; con la sola differenza però che le viti di questa parte esteriore furon lasciate lunghe da 3. pollici in circa, ed aguzze in punta, per quelle ragioni che fra poco diremo. Son poste le viti l'una dopo dell'altra in dirittura della lunghezza della spranga, ed in ogni respettiva giuntura, una vite resta dall'altra distante da 3. pollici in circa. Al termine X s'incanala la spranga dentro del muro, all'altezza di braccia 8. sopra la strada detta di Pescheria, e così nascosta trapassa sotterra, dove scostandosi dai fondamenti della torre, per non far danni in occasione di scarichi accidentali, termina finalmente in Y, in un condotto, o recipiente di acqua. Questa parte di spranga incassata nel muro, e guidata sotterra, è tutta ben levigata al possibile, e senza risalti, affinchè non vi abbian luogo le esplosioni; e perchè più agevolmente si dissipi nell'umido terreno la corrente del fuoco, le furon lasciate nella sua estremità varie aguzze punte, o sivvero fu terminata a guisa di rastrello, come suol dirsi.

Tale è la costruzione, e positura del nostro conduttore, adattata alla special costruzione della fabbrica, immaginamoci adesso come a seconda delle stabilite leggi, debba operare il suo effetto. E' manifesto che attratto il fuoco fulmineo dalla punta, o banderuola, ovvero ancora se si vuole da qualunque altro ferro posto sulla cima della torre, e scorso fino alla base del castello, per dove appunto incontra il ferro continuato, o non interrotto, ovvero il nuovo conduttore *llm*, trapassar deve fino in S, e dipoi successivamente scorrendo per il seguito della spranga, anderà ad equilibrarsi sotterra, siccome richiede la sua natura. Potrà anco indirizzarsi per l'altro fil di ferro, o tirante descritto *ff*M, essendo egualmente ambedue i fili in istato di riceverlo, e trapassato in M, dovrà per la via più corta, com'è di sua natura, scorrere fino in S, per andar dipoi, come sopra si è notato a dissiparsi sotterra.

Il tirante allorchè in antico traduceva i fulmini, gli portava a scoppiare sulla mostra dell'orologio, ma al presente crediamo esser liberi da tali pericoli; poichè la corrente fulminea trovando la continuazione della spranga, indirizzerà per essa il suo cammino, essendo questa la strada non interrotta, per cui trova passaggio libero, ovvero resistenza alcuna al suo corso. Son molte l'esperienze che confermano esser tale l'andamento del fuoco elettrico, e Franklino, la cui autorità molto vale, afferma (*a*), che ha osservato più volte che il fulmine nel suo passaggio a traverso alle fabbriche, lascia sempre i corpi resistenti di qualsisia specie per passare nei metalli, e mai torna a quei corpi resistenti, se non quando terminano, o finiscono i metalli conducenti. Le nostre osservazioni fatte su i fulmini caduti nella torre, ci

(*a*). Franklino Opera Tomo I. pag. 152.

ci somministrano di tal verità convincenti riprove. Imperocchè si osserva che di tanti fulmini attratti dai ferri della fabbrica, niuno è andato a scaricarsi dove i ferri stessi terminavano nell'interno, o esterno dei muri, poichè non si son ritrovate in questi respettivi luoghi alcune rotture; ma bensì tutti si sono indirizzati colà dove il ferro conducente aveva seguito, o continuava la sua direzione non interrotta. E però rilevasi ancora da ciò essere inutile l'isolare le punte dei conduttori, avvegnachè mai il fluido s'indirizzerà ai corpi più resistenti del ferro, dove è piantata la punta, per lasciare il conduttore alla stessa punta congiunto. Quando poi volesse credersi che il fuoco fulmineo anderà a scoppiare come prima alla mostra dell'orologio, in vece di seguire la direzione della spranga, questo è un fatto che non poteva aver rimedio alcuno in ogni armatura, e soltanto nella nostra costruzione, si porgeva con tutta la probabilità il rimedio a tal supposto inconveniente.

Ritorniamo al tragitto del fuoco elettrico nel seguito del conduttore, a fine di farci le dovute considerazioni. Nel trapassare che farà in quella parte di spranga interna S*t*, per esser questa costruita senza risalti, e con le viti appianate nelle respettive giunture, scorrerà per essa invisibilmente, senza cagione cioè di manifestarsi con esplosioni. Pervenuto in Q, trapasserá poscia in X, ch'è quella parte di spranga esteriore, e ad ogni spettatore visibile, e dipoi si condurrá nel resto della spranga incanalata sul muro, e finalmente si dissiperà sotterra, conforme la sua natura richiede. Si noti che l'accennata spranga esteriore QX è quella sola parte, in cui lasciate furono le viti lunghe, ad aguzze, sul riflesso che dissipassero la corrente fulminea nell' umidità dell'aria, in caso che molta ne fosse stata dal conduttore raccolta, da poter nuocere ai fondamenti della fabbrica, con qualche accidentale esplosione, nel comunicarsi sotterra. Già sappiamo esser natura dei corpi appuntati, scabri, ed angolari di dissipare il fuoco elettrico; ragione per cui i moderni fisici consigliano di costruire i conduttori piuttosto di forma quadra che rotonda. Forse non vi era necessitá di dissipare sull' umiditá dell' aria il vapore, per mezzo di quelle punte, potendo esser sufficiente la spranga a tradurlo tutto in silenzio, ma non vi era necessità nè meno che tutto si traducesse senza dissiparsene nulla. Possono è vero quelle appuntate viti porgere occasione di scaricarsi il fuoco fulmineo, e rendersi visibile, ma siccome in quel respettivo luogo non può succeder danno alcuno, nè su i corpi adjacenti, nè sulla spranga medesima, da qualunque accaduta esplosione, e può dall'altro canto giovare una tal dissipazione, concluderei dunque, che chi volesse biasimarci di tal praticata diligenza, abbia più voglia di mostrar sapere, che retta intenzione di dir cose buone.

 Di-

Disegnata così la nostra armatura, per non lasciar nulla indietro e per vie più schiarire una sì interessante materia, porremo ora ad esame se mai contenga in se stessa degli inconvenienti, e se convenisse piuttosto alla special costruzione della fabbrica altr'armatura dalla nostra diversa. Dando principio da questo ultimo articolo, credo abbastanza noto che nulla importi se le spranghe elettriche siano collocate al di fuori, ovvero al di dentro dell'edifizio, purchè siano con ogni arte, e con i dovuti riguardi costruite. Sicchè considerata la spranga in questo solo rapporto, in niente giovava che si ponesse al di fuori della fabbrica, poichè tanto egualmente ha l'attività di condurre il fuoco fulmineo al suo destino. Ma al caso nostro l'armatura esteriore in niuna maniera conveniva, mentre se non doveva comunicare con la banderuola, e per conseguenza coll'antico accidental conduttore, cioè col fil di ferro del martello delle ore, qualche volta eravi il pericolo, che riuscisse inutile, potendosi la fulminante materia dirigere come prima alla banderuola, e da essa per il tirante, alla mostra dell'orologio, e del pari come prima cagionare dei danni. Se poi questa spranga esteriore avesse dovuto ritenere la comunicazione colla banderuola, sarebbe stata allora superflua, quando che l'effetto stesso lo poteva produrre il tirante, che colla banderuola comunica; con di più che non conveniva in tal caso per la spesa assai grave che meritava una spranga, che armar doveva al di fuori tutta la torre, spesa al certo da non potersi forse, se non che con notabile incomodo eseguire, dalla cassa a cui n'era stato addossato il peso.

Forse collocata la spranga esteriormente avrebbe richiamata a se ogni corrente elettrica, facendola dalla banderuola deviare, e così saremmo stati fuor di ogni caso, che scorresse come in avanti per il fil del martello dell'ore. Abbiamo di fatto qualche esempio riportato nelle opere di Franklino (a), dove manifestamente si vede che in un caso simile, il fulmine abbandonò il filo del martello dell'ore per tener dietro alla spranga, situata al di fuori; ma un sol fatto non ci può fare stabilire un canone generale, e sicuro per credere che i fulmini non avrebbero mai più seguito il tirante; e maggiormente che vi possono essere ragioni diverse nel caso riportato da Franklino, da non potersi applicare alla nostra armatura. Ad esclusione ancora della spranga esteriore, merita special riflessione un fatto attestato dalle osservazioni di ogni tempo; cioè che i fulmini sian caduti non rare volte ancora nella mostra dell'ore, scagliati direttamente dall'atmosfera, onde è che in tal caso la spranga esteriore, o avesse comunicazione, o non l'avesse colla banderuo-

là,

(a) Tom. I. pag. 165.

ſa, era affatto ſuperflua, nè provvedeva al biſogno di tragittare quella materia fulminea al ſuo deſtino, a cui a contrario il noſtro conduttore provvede. E quantunque oggidì ſiano ſtati tolti dalla moſtra i numeri dell'ore di bronzo dorato, ſoſtituendoveli di marmo, e benchè ancora ſia ſtata incatramata la lancia di ferro, che indica le ore, per ridurre così quei corpi alla categoria dei reſiſtenti al fulmine, nulla di meno poſſono divenire col tempo tali cautele inutili, ſpecialmente pel catrame della lancia di ferro, facile a conſumarſi dall'ingiurie dei tempi.

Non poteva però fare a meno di trapaſſare il noſtro conduttore accoſto all'orologio, e ritenere anzi con eſſo la comunicazione; e ſulla conſiderazione che vi foſſe ſtato un giuſto compenſo di valerſi del tirante per conduttore, e che non comunicaſſe con eſſo, non lo avrei biaſimato, ma tale realmente non vi era. Non credo per eſempio che cada in mente a un filoſofo di doverſi il tirante iſolare con cordone di ſeta, il quale giungeſſe fino alla macchina dell'orologio, colla credenza, che in tal guiſa non foſſe eſpoſta al tragitto dei fulmini, perchè ſarebbe ſtato lo ſteſſo che rinſerrare il Lupo nell'ovile. Un tal compenſo fù preſo, è vero, in qualche Chieſa di una Città della Toſcana, ma certamente non fa grande onore al ſuo inventore, ſiccome non apporta nè meno grande utile, a prova di qualche eſperienza, che il pubblico ſuo mal grado ha veduta.

Se un tal progetto d'iſolare il tirante col cordone di ſeta ſi foſſe voluto correggere nel dare al tirante una comunicazione con altra ſpranga eſteriore, ſi ritornava in primo luogo a non veder rimediato all'accidente dei fulmini, che poteſſero ſu la moſtra ſcagliarſi, e ſecondariamente il cordon di ſeta che doveva continuamente muoverſi, e sbracciarſi per far battere l'ore, per eſſere eſſo capace di diſtrazione, e contrazione, e rottura, ſpeſſo non avrebbe fatto il ſuo uffizio, ſe non che con una mano continua, che vegliaſſe alla correzione. In terzo luogo la comunicazione che doveva darſi fra la ſpranga eſteriore, ed il tirante, non poteva eſſere nè con fil di ferro immobile e fiſſo, nè con filo mobile e fleſſibile; non con il primo, perchè il tirante avrebbe perduto il moto, neceſſario per alzare il martello dell'ore, e neppure col ſecondo, perchè egualmente gli ſarebbe ſtato impedito il muoverſi col peſo del ferro fleſſibile, che ſeco condur doveva; e maggiormente che in così lunga diſtanza, la leva dell'orologio gli comunica un leggeriſſimo ondeggiamento, ſufficiente appena di alzare il martello, nello ſtato preſente di niuno impedimento framezzo.

Non

Non fu preso nemmeno in considerazione di dirigere il conduttore in altro angolo interno della torre, ad effetto di evitare la ricordata comunicazione colla macchina dell' orologio, perchè oltre che militavano per esso tutte le ragioni, che abbiamo dette per la spranga esteriore, ci metteva terrore un' opera così pericolosa, e dispendiosa insieme, per doversi rompere, e traforare 50. grossi archi, che reggono le scale interne della torre. Sicchè un' armatura che provvedesse in generale ad ogni bisogno e che del pari fosse sicura per ogni buon esito, e che importasse la minore spesa possibile, ci parve quella che abbiamo descritta, e che per conseguenza credemmo la più opportuna d' eleggere.

Ma si potrebbe sospettare, che fosse irregolare, nè bene intesa in tutti i suoi rapporti, per la ragione che avendo comunicazione colla macchina dell' orologio, sia in grado di esporla a continui guastamenti nel tragitto dei fulmini, ch' è appunto l' inconveniente di cui alcuno potrebbe farne gran caso, per condannare alla cieca il nostro conduttore; che però vediamolo brevemente.

Si consideri prima di ogni altro che per proprietà dei conduttori, si dissipa a poco a poco le materia fulminea delle nuvole, e però non cotanto addensata dovrá passare accosto all' orologio, per potergli nuocere con forti esplosioni, posto che realmente gli possa nuocere. In secondo luogo abbiamo osservato sopra nella descrizione del conduttore, e dal passaggio per esso del fuoco elettrico, che condotto fino all' orologio, dovrà dirigersi per la via più corta, senza voltarsi ad esso. Ma s' immagini pure per un momento, che da un fulmine sia l' orologio investito, e che vi produca nei ferri componenti dell' esplosioni, e qual timor mai può concepirsi di guastamenti da chi conosce le teorie elettriche, e che le sappia ai fatti adattare? Niuno al certo, essendo cosa assai indifferente che vi si scarichi il fulmine, e che scorra da un ferro all' altro, eccitando esplosioni.

S' intende dai fisici, che i ferri resiston pochissimo al corso del fluido elettrico, prestando anzi ad esso adito liberissimo, per iscorrere, e penetrare nell' interne loro sostanze; sicchè non opponendo resistenza, o poca almeno, non può produrvi in essi rotture, mentre per leggi meccaniche, un corpo che per sua natura tutto penetri, niente rompe, perchè niente a lui si oppone, come potrebbe dirsi del fuoco elementare, che per ogni dove ci penetra, senza guastarci la più piccola tessitura del corpo nostro. Può egli è vero il fuoco fulmineo in caso di un' eccessiva copia, non capace da condursi dai ferri, scioglierli e fonderli, ma se dall' altra parte l' esperienza c' insegna, che fulmini portentosi appena scrostano, o leccano piccola

cosa superficie di una sottil punta di bronzo dorato, e che fuori di sottilissimi fili di ferro, mai sciolgono, o fondono gli altri alquanto grossi, come mai potrá con ragione temersi che liquefacciano quadri, e verghe, e ruote di ferri massicci, come sono quei dei quali parliamo? e tanto più che la materia fulminea diffondendosi, e dividendosi per essi, perde sempre della sua energia in proporzione di divisione, conforme è legge naturale, e siccome per esperienza insegnano i maestri dell'arte. E' inoltre il ferro meno esposto a fusione di tutti gli altri metalli, ragione per cui si pratica di costruir le spranghe elettriche di questo solo metallo. Non dico che si possa sapere con assoluta certezza quanta esser possa, e di quale energia la materia fulminante, che a un conduttore si scaglia; e forse sarà in potere della natura di fondere, e sciogliere ancora tutta la torre intera, non che i ferri dell'orologio, che sono relativamente ad essa una delle minime parti sensibili; ma se però l'esperienze, ed osservazioni son la sicura guida per formar delle naturali cose i giudizj, si potrà senza taccia di errore asserire, che le forze naturali dei fulmini non giungon mai a fondere dei ferri più grossi di una penna da scrivere.

Se dalle ragioni passeremo ai fatti, che la storia fisica ci somministra, molti ne troveremo negli autori, che han descritte le storie dei fulmini. Varranno per tutti gli esempj, che si potrebbero addurre, quei soli, che a proposito, e in termini espressi si trovano notati nell'opere di Franklino di fulmini caduti in America (*a*). Nel Campanile di Newbury nella nuova Inghilterra, e nel Campanile della Chiesa d'Olanda nella nuova Yorch, dove vi erano appunto gli orologj, come lo è nella nostra torre, varj fulmini che vi caddero, trapassarono per il fil di ferro del martello dell'ore, ma nulla offe macchina dell'orologio, congiunta con esso.

Ma non andiamo nè pure altrove, e tanto lontano a rintracciare gli esempj. Cento, e cento fulmini che son caduti nella nostra torre, e trapassati a guastare la mostra dell'ore, non si è trovato mai che abbian fatti dei guasti all'orologio, il quale certamente, o in una maniera, o nell'altra investir lo dovevano. Di quei già caduti nei tempi più antichi, e lontani da noi, se ne hanno delle riprove, colla minuta ricognizione della macchina stessa. In fatti il Sig. Antonio Matteucci, ed altri periti, colla più esatta diligenza, e scrupolosità hanno smesso, visitato, e ripulito ogni ferro componente, ma non vi han trovato alcun minimo risarcimento, o giuntura nei nuovi ferri, fuorchè d'alcuno destinato apposta per qualche mutazione dovuta eseguirsi, a segno che convengono esser tutto resta-

to

(*a*) Tom. I. pag. 164. e 165.

to intatto da ogni minima lesione, e che ogni parte componente è ancora della mano del primo suo artefice.

Se poi parliamo di fulmini ivi caduti in tempi a noi vicini, si hanno testimonj oculari dei loro andamenti, e delle rovine, e danni cagionati. Non sarà dunque fuor di proposito il farne discorso, e giacchè l'illustre Sig. Marchese Alessandro Chigi ne ha fatta una storia, nella sua dotta, ed ingegnosa dissertazione sull'elettricità atmosferica, mi prevarrò di essa, facendovi soltanto alcune riflessioni, che al fatto nostro conducono.

Per il corso di 30. anni in addierro dal dì 25. Maggio 1775. sono stati 6. i fulmini, che hanno investita la torre. Il primo ruppe il fil di ferro del martello dell'ore, sicchè è ben naturale che scorresse per il seguito del filo continuato, fino all'orologio, poichè la rottura, o fusione in quel particolar sito, non impediva al fulmine di scorrere per il restante, bastando che dove trapassar deve, siavi continuato il conduttore, senza importare che sia consunto dove è già trapassato, siccome ognuno facilmente intende. Nulla di meno non fu trovato nè guasto alcuno, nè segno nella macchina dell'orologio.

Se si volesse inferire che la fusione di questo filo spiega appunto che i fulmini possono danneggiare ancora l'orologio, essendo ferro l'uno, e ferro l'altro, risponderei ch'è necessario però le teorie saperle ancora applicare. Imperocchè questo filo era composto di tanti fili di ferro legati insieme ad anello, o uncino, e perciò mobili nelle respettive legature; per gli sfregamenti del continuo moto, in qualche parte dove erano legati, esser dovevano logori, e consunti, ond'è che per i risalti, e scabrosità, essendo ivi facilissimo a prodursi esplosioni, era facilissimo ancora che si fondessero, come realmente è avvenuto in simili legature di altri conduttori; anzichè per evitare tali inconvenienti, in oggi propongono i Fisici di congiunger sempre le parti dei conduttori con delle viti, e nella miglior maniera in superficie levigata. Sicchè nella fusione del predetto filo vale la ragione dei fili sottili, nè mai può applicarsi il fatto alla fusione dei ferramenti massicci, e grossi, conforme sopra si è riflettuto. Gli altri tre fulmini fecero varj scherzi, raccontati nella citata storia, ma quel che giova ricordare per la nostra asserzione, egli è che lasciarono affatto intatto da ogni lesione l'orologio.

Il quinto imperversò al solito nei numeri dell'ore sulla mostra, e perciò, o vi scoppiasse direttamente dall'atmosfera, ovvero vi scendesse dall'alto per il tirante, non poteva non comunicarsi, o non iscorrere per la macchina dell'orologio, e pur non ostante restò essa libera da ogni danno. Il

Il 6. che vi cadde il dì 25. Maggio dell'anno suddetto 1775. fu sentito, e veduto venire dalla cima della torre nella stanzina dell'Orologio, da un uomo che appunto ivi stava. Furono al solito guastati i numeri dell'ore, che spiega esser certamente trapassato il fulmine per l'orologio, ma la conclusione è la stessa, che non vi fu nè punto, nè poco guastato, o segnato alcun ferro.

Merita però a questo proposito che si dia sfogo ad una difficoltà, la quale potrebbe a prima vista far colpo, e indebolire assai le nostre prove. E' necessario pertanto sapere, che l' antico custode dell'orologio ha testificato a me stesso, ed apertamente rende inteso anco il pubblico, che i fulmini han fatti in varj tempi dei guasti a quella macchina, e specialmente racconta che furono una volta consumati 4. ben grossi denti della ruota della lancia delle ore; soggiungendo ancora con cert'aria di franchezza, che ha l'aspetto del vero, che se vi fossero dei dubbiosi, l'invita d'andare e riconoscere verificato il suo detto, coll'oculare ispezione dei 4. denti saldati, e rimessi, ben riconoscibili da chiunque abbia occhi; del qual risarcimento asserisce poi con ogni verità, di esserne stato esattamente rimborsato dal Magistrato della Biccherna, che presiede alle regie fabbriche. Giacchè il Sig. custode cortesemente invitava alla riconoscenza del fatto, non conveniva veramente defraudarlo di un simil piacere, e perciò il Sig. Antonio Matteucci, unitamente al Sig. Giuseppe Barbetti peritissimo artefice di orologj, visitarono, e smessero non solo la ruota anzidetta, ma ancor tutte l'altre; e ripulite con tutta l'immaginabile diligenza, per notarvi ogni neo, viddero, e minutamente osservarono, ma convennero, come a me han più volte confessato, che il Sig. custode è caduto certamente in gravissimo errore, mentre che nè nella ruota indicata, e nè meno in alcuna altra, vi ha il minimo segno di saldatura di denti, o di qualsisia altro risarcimento. Ciò posto concluderci che i fulmini avran piuttosto accomodati gl' interessi del custode, che guasti i denti alle ruote, e poi concluderò in fine, che il nostro orologio siccome è stato sempre finora, così resterà anco in perpetuo libero, e salvo da ogni possanza del fulmine.

Abbastanza schiarito un tal punto, che per appagare la guasta immaginazione di alcuni rendevasi necessario, esaminerò brevemente il conduttore in vista di una particolar circostanza, a solo effetto di prevenire ogni incoerente discorso, che far si potesse su la di lui special positura, e costruzione.

Ricordiamoci adesso che il nuovo fil di ferro, o conduttore fu unito in vicinanza dell' altro filo, o tirante, i quali ambedue comunicando fra loro in principio, si separano dipoi, sempre di-

ſtanti da 6. pollici in circa, per riunirſi al ferro, o quadro della macchina dell'orologio. E' da rammentarſi ancora che i fiſici più ſperimentati, e ſpecialmente il Watſon (a), ed il Pad. Beccaria (b) ricordano premuroſamente, che nell'armarſi magazzini da polvere, mai ſi facciano conduttori interrotti, nè mai vicino ad eſſi conduttori ſi laſcino ferri ſcontinuati, perchè ſoggiunge ivi il P. Beccaria, i ferri, o conduttori interrotti potrebbero pur condurre tanto fuoco fulmineo, che nelle interruzioni ſcintillaſſe, per incendiare un fienile, o magazzino da polvere.

Ammeſſo tutto ciò deſidero che i miei lettori ſiano ben lontani dal credere, che al caſo noſtro dei due fili, o conduttori in diſtanza fra loro di poco ſpazio, militi la ragione dei ferri, e conduttori interrotti, e che ancora ſi debbano attendere funeſte conſeguenze d'incendj, allorchè anco ſeguiſſero reciproche eſploſioni fra loro. Riſpetto alla prima parte è ſempre vero, che i due fili non ſono interrotti, poichè non formano in ſoſtanza che un ſolo conduttore, in due rami diviſo, i quali hanno ſcambievole comunicazione. Che ſe mai ancora la lor vicinanza deſſe occaſione a reciproche ſcintille, debbon deſſe slanciarſi da un filo, all'altro, e non altrove; e quindi è che ricavaſi la verità della ſeconda parte, di non doverſi temer cioè diſaſtro alcuno, perchè tramezzo all'uno e all'altro filo non vi ha neſſun corpo, non che fienili, o magazzini da polvere da incendiare.

Di fatti ſuppoſto che la vicinanza dei conduttori richiami degli ſcarichi, ſe vero è, che le ſcintille, o ſcarichi ſi eccitino dall' attrazione de l'un dei fili, la ſcintilla non può correre che verſo il ferro attraente, come ſegue appunto nelle comuni eſperienze, quando da una punta all'altra ſi richiama la ſcintilla.

Ma fra i ferri attraenti, o producenti eſploſioni non vi è frappoſto alcun corpo, come già abbiamo detto, dunque irragionevole ſarebbe temer qualche danno. Ciò vien detto nel ſuppoſto che fra filo, e filo ſi ſcaglino le ſcintille, ma non è poi tanto vero che debbon fra eſſi ſeguir tali ſcarichi. Già è ſtabilito in conſeguenza degli ſperimenti, ed oſſervazioni del più volte lodato Beccaria (c) che i metalli conduttori dei fulmini ſi caricano di una quantità di materia fulminante proporzionata all'attività, che hanno di tradurre ſotterra all'equilibrio, quindi è che in fatto dei due comunicanti conduttori, ne riceveranno eſſi quanta ſon capaci tradurne, e nulla più, cioè niun di loro non ne riceverà nè eceſſo, nè

(a) Nelle Tranſazioni anglicane Vol. 52. par. 2

(b) Lettera 14. dell'elettriciſmo n. 338

(c) Lett. dell' Elettriciſmo. lett. XIV. Prop. XX.

nè farà in iftato di difetto, e per confeguenza delle leggi ftabilite non effendovi sbilancio fra di loro di fuoco fulmineo, non fi produrranno i fegni elettrici, che vale a dire, che non vi faran fra loro reciproche efpolofioni.

Soggiunge il citato Beccheria, che qualche volta può accadere di caricarfi un conduttore di maggior quantità d'elettricità fulminea di quella che poffa tradurre, e quindi infegna di provvedere al bifogno col crefcere la dimenfione dei conduttori; ed eccoci al cafo dell' utilità dei due congiunti fili, un dei quali appunto a bella pofta fu ftimato opportuno per tale effetto di aggiungerfi, affinchè raddoppiato il filo conducente, operaffe in quella guifa appunto che farebbe un canale, che foffe aggiunto per dar sfogo ad una piena abbondante di acque, non capace a fmaltirfi da un altro e folo canale.

Coll'accrefciuta dimenfione del conduttore fi fpogliano, a cofe eguali, di maggior quantità fulminante le nuvole burrafcofe dei temporali, e però in proporzione refterà indebolita la forgente dei fulmini, i quali colpir potrebbero la fabbrica armata, il che è ciò, che può confiderarfi ancora come un' altra utilità del fecondo aggiunto filo, o conduttore.

Potrebbe forfe accadere che neppure i due fili, o conduttori infieme foffero capaci di tragittare tutta la corrente fulminea, in cafo d'una ftraordinaria abbondanza; ed allora tanto peggio fi avrebbe avuto fenza la dimenfione accrefciuta del conduttore fecondo. Onde è che dal fin quì detto rilevafi, che fe i due fili in vicinanza abbiano attività di rifvegliare dell' efplofioni, non poffono affolutamente a nulla nuocere, e tanto meno di poi temeremo di danni, fe gli fcarichi reciprochi avvenir non poffano, conforme con ogni probabilità fi può credere, da quanto che abbiano provato. E finalmente rilevafi, che non folo non deve il nuovo conduttore pofto vicino all'altro antico, arrecar danno alla fabbrica armata, ma che anzi al contrario per mezzo di quello fi allontana fempre più ogni pericolo di poterfi dannificare dalla caduta dei fulmini.

Pertanto il corfo dei tempi farà vedere in effetto fe per virtù del collocato conduttore otterraffi il bramato fine, di vedere una volta libero quel maeftofo edificio dalle rovine di quel pericolofo fuoco celefte, che tante volte fin quì ha infuriato contro effo. Abbiamo già vifta la prima efperienza, effendovi fcoppiato ftrepitofo fulmine appena che vi fu pofto il conduttore, e tragittato al fuo deftino fenza niente offendere l'armata fabbrica, ficcome di paffaggio fu avvertito in principio. Ne pubblicai allora del fatto la relazione nel Giornale Sanefe, e adeffo perchè nulla manchi al

Mm 2 com-

compimento di questa Storia, e per vie più convincerci dell'utilità di queste benefiche spranghe, ho stimato opportuno quì nuovamente inserirla, tal quale fu allora data alla luce, fuorchè verrà in qualche leggiera cosa variata, o per non replicare le cose medesime già sopra esposte in questa memoria, ovvero per maggiore schiarimento dell'elettriche teorie.

Maggio 1777. *Num. V.*

GIORNALE LETTERARIO DI SIENA

ITALIA

SIENA

Fu già stampata nella Gazzetta Fiorentina la relazione del Fulmine caduto nella nostra torre di piazza; ma avendola adesso l'Autore accresciuta, e dati altri schiarimenti in una lettera responsiva al celeb. P. Beccaria, crediamo far cosa grata ai lettori d'inserire la detta relazione accresciuta, e le lettere insieme nei nostri fogli.

All'Illustrissimo Sig. Provveditore del Magistrato di Biccherna il Sig. Sigismondo Finetti.

Giacchè V. S. Illustrissima m'incarica, che le faccia circostanziata relezione del fulmine, che il dì 18. del mese di Aprile ad ore 5. di sera investì la nostra torre di piazza, e che puntualmente seguì le tracce del Conduttore, mi darò l'onore di esporle quanto segue.

Bisogna prima rammentarsi per intelligenza del nostro racconto, che il Conduttore dall'alta cima della torre è guidato internamente in un angolo della medesima, fino al castello dell'orologio, per lo spazio all'incirca di braccia 102.; trapassa poi rettamente nella stanza di sotto, dove si allungano i pesi dell'orologio medesimo, ed ivi si torce andando a dritto ad una piccola finestra posta fra tramontana, e levante. Esce poi al di fuori piegato lungo il muro, per braccia 30. in circa, restando alla scoperta, e vista d'ognuno, e giunto all'altezza di braccia 8. sopra la strada di Pescheria, resta incanalato nell'interno della muraglia, e si profonda sotterra in un condotto d'acqua, distante dai fondamenti della torre.

Premesso tutto ciò eccoci al fatto. Poco dopo la caduta del Fulmine mi portai ad istanza di molti per sentire le maraviglie del successo, accaduto in una pubblica piazza, alla vista di qualche centinaro di persone. Ritrovai colà di gran gente d'ogni ordine, e condizione, accorsa conforme è solito, per la curiosità d'informarsi di un fatto, per le circostanze assai remarcabile. Sentii uniforme da tutti la relazione, ch'è quell'indizio sicuro della verità de' fatti osservati ocularmente da molti. Contemporaneamente al tuono, fu veduta adunque una striscia, o corrente di fuoco lanciarsi

ciarsi dov'è la cuspide aguzza del Conduttore nella sommità della torre, e quasi in un subito, dalla finestra suddetta dove sporge in fuori il Conduttore, parve gettarsi la corrente del fuoco, seguendolo per tutte le già annunziate braccia 30. fino all'apertura, che l'incanala sotterra, alla quale altezza sparve dipoi l'ignita corrente.

Per assicurarmi con tutta certezza della verità dei fatti, la mattina seguente interrogai separatamente tutti i mercanti delle botteghe intorno piazza, da dove veder si poteva di prospetto strisciare sul Conduttore la corrente del fuoco. Interrogai prima gl'Idioti, per sentir parlare colle voci della natura, senza prevenzion di opinioni; mi voltai poscia ai più culti per confrontare e confermare il fatto colle più precise circostanze, nè trovai alcuno, che discordasse dall'altro. Si espressero in varie maniere colle similitudini, per darmi ad intendere la figura, e la grandezza di quella mole di fuoco, ed i suoi andamenti. Rassomigliava, secondo alcuni, ad una quantità di carboni accesi gettati in un gruppo dalla già detta finestra, serpeggiando, e scintillando sul Conduttore. Altri dissero, che parve appiccarsi il fuoco ad una quantità di razzi dalla mentovata finestra, e che la corrente si avvolgeva al Conduttore, gettando razzetti di fuoco, o grosse scintille, convenendo tutti ugualmente, che il fuoco fu sepolto sotterra dall'apertura, che introduce nel muro il conduttore. Di faccia, e poco distante dove il Conduttore s'incanala internamente nel muro, eravi un Corbellajo nella porta di sua bottega, vide questi la corrente del fuoco nel ferro, che così chiamò il Conduttore, scorrere fino alla buca, dov'entra nel muro, ma pieno di disturbo, mi disse esser caduto sbalordito in terra da paura, e che altro non mi sapeva raccontare della sua funesta visione. La naturalezza del suo parlare mi diede quasi una dimostrazione della sincerità del suo racconto.

Pertanto su di questa corrente di fuoco, che ha seguito il Conduttore, principiando dalla finestra sin dove s'incanala nell'interno del muro, si conviene da tutti, bensì però tutti non viddero allorchè si scagliò il fulmine nella cima della torre, alcuni per essere impediti dalla situazione del luogo, ed altri per non avervi avvertito. Se da queste poche asserzioni negative volesse arguire alcuno non aver principiato il fulmine dalla cuspide aguzza del Conduttore, ma dalla finestra già detta, la pensi pure a suo modo, mentre il fatto non indebolirebbe la teoria. Il fulmine ha seguito il Conduttore per lo spazio di 30. braccia esteriori; e tanto basta per farci conoscere la virtù sua, la quale non la deve acquistare per esser poche braccia più corto, nè perder la deve, per esser poche braccia più lungo.

Asseriscono generalmente tutti, che fino a mezzo quarto d'ora dopo il successo, usciva il fumo dall'apertora, dov'entra nel muro il Conduttore, e da altra buca lungo la strada alle falde della torre. Molti vi furono che poser le mani in questa bassa apertura, e sentirono del caldo non poco. Non voglio nominarle personalmente tutti i testimonj oculari, per non tediarla a legger lunghissime Litanie, ma si contenti però che ne rammenti alcuni per la specialità delle loro osservazioni, le quali benchè possan sembrare minute, non sono però superflue, dando peso maggiore alle prove di un fatto, che per tanti riguardi merita di esser con ogni sicurezza certificato.

Il

Il Sig. Marchese Ferdinando Cennini direttor della Posta, e soggetto ornato di rare doti, alla vista del fiero temporale, essendo in casa del Nob. Sig. Marchese Chigi, si pose appostatamente alla finestra per vedere qualche bel giuoco del fulmine nella torre. Non andò di fatto a vuoto il suo pensiero, poichè vide in un tratto illuminata confusamente la cima della torre, ed in un istante osservò scorrere, e scintillare una mole irregolare di fuoco sul conduttore esterno, da che mosso con giubbilo esclamò *Evviva* egli è passato pel Conduttore.

Il Sig. Giuseppe Biondelli Rettore del Seminario Soleti, persona assai esperta nelle naturali scienze, stava a bella posta nel negozio del Sig. Lomiller di prospetto al Conduttore, per osservare se qualche fulmine colpiva la torre, e manifestava agli astanti questo suo genio. Parlava già quando in un subito troncata la parola, *Eccolo* disse, che scorre pel Conduttore, e gl'increduli che diranno?

Il Sig- Giuseppe Pistoi si pose nella porta di sua bottega, per vedere anco egli qualche scherzo del fulmine sulla torre, ed ottenne l'intento; vide una striscia di fuoco serpeggiare nei ferramenti sull'estremità di detta torre, e nell'istante sentito il tuono, osservò alla descritta finestra la corrente fulminea, la quale dove il Conduttore si nasconde nel muro, moltiplicò le sue grosse scintille, ed in un subito sparve.

Veniamo adesso ad altre osservazioni. L'orologiajo Sig. Barbetti, dopo un discreto tempo si portò insieme con altri due a visitare il castello dell'orologio, supponendo che avesse il fulmine danneggiato qualche pezzo, per esser situato il Conduttore in un angolo poco distante. Aperta la piccola stanza, sentì una forte puzza come di polvere da schioppo bruciata, ma niente di danno ritrovò, nè alcun segno lasciato dal fulmine, se non che toccando il tirante del martello che suona le ore, contiguo al Conduttore, si trovò tinta, ed affumicata la palma della mano.

Il dì seguente mi portai con molti dei miei scolari ad esaminare il Conduttore interno della Torre, e prima di ogni altro feci osservare da vicino la cuspide o punta dorata, per vedere se fosse stata scrostata, o sofferta avesse lesione alcuna dal fulmine. ma non vi si conobbe alcun segno o di leccatura, o di lucidezza maggiore in qualche parte. Dipoi notai se nelle vicinanze del Conduttore vi fossero delle rotture, o delle parti abbronzate, e annerite; dell'affumicate ve n'era qualcuna, e niuna delle rotte, ma non credei poter ricavare da quelle indizio sicuro di esplosioni.

Vi ritornai dopo due giorni a farvi più minute osservazioni, conducendo meco il Sig. Curzio Faleri, e Sig. Giulio Moschini miei scolari, e giovani di espettazione. Fu nostra cura di osservare il Conduttore nelle sue giunture, perchè fino all'orologio non essendo altro che un fil di ferro legato nei respettivi pezzi ad uncino, vi poteva esser seguita qualche esplosione in quelle giunture, come che alquanto scontinuate. Si trovarono realmente la maggior parte abbronzate e nere, ma non volli per furor di sistema attribuirne l'effetto al fulmine, ma bensì all'opra dell'artefice che poco tempo addietro aveva piegati, ed uniti insieme quei pezzi, per uso del Conduttore. Si esaminò pur anco l'orologio, ma non si avvertì in alcun ferro, nè in altre parti cosa alcuna notabile. Si andò finalmente sulla strada per osservare la spranga esteriore, ma niun di noi riconobbe segno alcuno di passaggio del fulmine, quantunque è certissimo, che

ivi

ivi a viſta di ognuno ſcorreſſe. Nuovamente fu interrogato da tutti il Corbellajo, che ivi ſta di bottega in proſpetto, e nient'altro replicò che quello, che già prima mi diſſe; ſoggiungendo ſolamente che il giorno dopo del ſuo ſtordimento, gli venne per riſtoro una gran febbre, oltre ad aver ſofferta, e ſoffrire tuttavia debolezza non poca.

Il Signore Antonio Matteucci che fu mio compagno nella direzione del Conduttore, viſitò egli ſteſſo da capo a fondo la ſpranga, ma non vi oſſervò novità, o variazione alcuna. Entrò ancora nell'acquidotto, dove termina il raſtrello del Conduttore, eſaminò ſe nell'adjacenza eravi terra, o pietre ſcommoſſe dalla eſploſione, ma non riconobbe coſa alcuna ſcommoſſa.

Pertanto ritornando al fatto Illuſtriſſimo Sig. credo che un'eſperienza così luminoſa come la noſtra per provare l'utilità dei conduttori, non ce la ſomminiſtri la ſtoria fiſica. Una torre continuamente danneggiata dai fulmini per coſtituzion neceſſaria di eſſer carica nella cima di ferramenti, ſi arma del conduttore per deviare al poſſibile la materia fulminea, o perchè il male divenga minore. Non è armata appena, che nel primo temporale ritorna il fulmine all'uſato coſtume, ma in vece di danneggiarla, ſcorre dall'alto al baſſo di quell'altiſſima fabbrica, e per lunghi, e torti giri, ſeguendo le tracce del conduttore, ſi diſarma ſotterra del ſuo potente furore, e ci dimoſtra col fatto, che ha voluto ſecondare le noſtre mire. Per eſſer convinti che il noſtro conduttore non ſolo diſſipa la materia elettrica, perchè non ſi accumuli in fulmine, ma che fa condurre ancora il torrente ſteſſo del fulmine, vuole il cielo che ſi faccia l'eſperienza colla più ſolenne pubblicità nella gran piazza in ora opportuna, a viſta di centinara di perſone, che ſtando a ſedere nel lor negozio, alzando ſoltanto gli occhj, neceſſariamente erano chiamati per oſſervatori.

Mi potrebbe forſe qualcuno interrogare così. Ma ſe tante, e tante ſi contano ſtorie di fulmini obbedienti ai conduttori artefatti, o accidentali, niente dunque avrà di ſingolare il noſtro fenomeno. Nò certamente, riſpondo, ſe in queſto ſolo aſpetto ſi riguardi il ſucceſſo, nè fu da noi poſto il conduttore per oprar maraviglie, ma bensì per apportar dell'utile. Nulladimeno però io penſo che il fenomeno Saneſe abbia una ſpecialità da renderlo ſingolariſſimo fra tutti gli altri apparſi finora, quale è giuſtamente di eſſerſi fatta viſibile la corrente fulminea ſulla ſpranga; Imperciocchè conviene ogni fiſico, che qualunque ſterminato fulmine ſe ne paſſi inviſibilmente per un mediocre filo metallico, per eſſer la materia fulminea ſuſcettibile della maggior condenſazione, e per la ſpecial natura del deferente metallo, e niuno a mio credere, ſe non che dagli effetti, ebbe fin quì il picere di veder paſſeggiare ſu i ferri non interrotti il torrente del fulmine. Ma queſta è altra diſcuſſione, la quale perchè avrò oocaſion di trattarla in lettera reſponſiva al celeb. P. Beccaria, voglio aſtenermi adeſſo di metterla in campo.

Dirò ſoltanto che ſonovi concorſe pure anco delle circoſtanze per renderſi più romoroſo il ſucceſſo. Gran fermento di utilità, e non utilità di conduttori eravi in Siena, a ſegno che ſi attendeva perfino dagli increduli l'eſito tutto contrario a quanto avvenne, deſiderando quaſi veder fulminata la torre, per eſporre alle riſate le ſante leggi della Filoſofia. Comunque ſia delle contrarie opinioni, noi ridurremo la ſoſtanza del fatto ad

un

un sol punto. Un fulmine ben grande ha investita la torre, e scorrendo pel Conduttore, non ha recato nemmeno un leggerissimo danno. Dunque la nostra causa è vittoriosa per l'esperienza, lasceremo quindi ai contrarj la vittoria nei lor discorsi.

Non creda però V. S. Illustrissima, che con ciò voglia dirle, che ogni fulmine sarà in seguito così obbediente; lo desidererei, e lo spero, ma non ardisco con tutta la sicurezza asserirlo. Nulladimeno si consoli che la sorte ha voluto darle sicura riprova della rettitudine delle sue premure, nel proccurare qualche rimedio per la conservazione di una delle più magnifiche, e superbe fabbriche, che adornino la città nostra. Dobbiamo tutti però prima di ogni altro riconoscere le beneficenze del clementissimo nostro Sovrano; il quale essendo sommamente Filosofo, per i principj di vera scienza, e per i paterni sentimenti di sua clemenza, ne ha permessa la esecuzione.

Siena 10. Giugno 1777.

DOMENICO BARTALONI
Professore di Fisica

Lettera del P. Beccaria Professore in Torino, al Sig. Bartaloni Professore in Siena

Chiarissimo Signore

IO aveva pregato quì un amico, che facesse costì osservare le cose descritte quì sotto. Ma penso che niuno meglio di V. S. Chiarissima mi possa procacciare tali notizie, che ha diretta l'applicazione di cotesti conduttori. Se vorrà aggiungere la grossezza del Conduttore, e la particolar unione delle parti di esso, e la maniera con la quale è sorretto, mi farà cosa graziosa. Se ha difficoltà di partecipare a me tali notizie in particolare, potrà farle pubblicare come ulteriori osservazioni sue nelle gazzette, o come più le piacerà. E offerendomi ai cenni suoi, sono ossequiosamente con tutto il rispetto,

di V. S. Illustriss.

Torino 1. Giugno 1777.

Devotiss. servo Obbligatiss.
G. B. BECCARIA delle Scuole Pie.

I. Mirar la punta, o le punte della Croce con un buon telescopio, v. g. dalla finestra, dalla quale il Sig. March. Cennini ha veduto il Fulmine, e badare attentamente se vi è tacca, o lucentezza particolare, ma forse esse punte non sono assai acute.

II. Osservar diligentemente tutta la superficie della spranga, se in alcun luogo vi è alcun simile segno, e massime nei luoghi, ove le parti di essa fossero meno strettamente unite, o meno ampiamente; e veder se nel muro, o in altri corpi vicini alla spranga vi sono improntate macchiette negronce, ovvero anche di altro colore.

III. Osservare, se ove sogliono inoliare i perni dell'orologio, o delle campane corrispondentemente alle parti inoliate, o unte, il ferro luccica particolarmente. Se l'orologio posa su legni, su quali fosse caduto, come di ordinario avviene dell' olio, veder se essi legni sieno per alcun modo abbronzati.

IV.

IV. Addimandare al Corbellajo, se dopo che si riebbe dalla cadura, si sentì stracco, e quanto, e in quali parti del corpo, e se la stracchezza era in alcuna parte del corpo per alcun modo dolorosa.

V. Se si potesse visitare l'acquidotto, in cui si è disperso il fulmine, si amerebbe di risapere se le pietre, la terra, i mattoni ne sono stati scommossi.

Risposta alla detta Lettera

Chiarissimo e Celebre Signore

Con premura m'interesso a rispondere su le domande, che V. S. Illustrissima si è compiaciuta indirizzarmi, perchè ad onor mi tengo parlare di elettricità col Maestro, il di cui nome chiarissimo, lo ha già con tutta ragione costituito in questa parte di Fisica, il Franklino Italiano. Dal accresciuta relazione precedente potrà ella restar sodisfatta intorno alle già fatte ricerche, e se manchi qualche cosa per l'intiero schiarimento, penserò quí appresso appagarla nel corso della mia lettera.

Noi teniamo pur conto delle nostre esperienze; il fulmine caduto nell' alta, e bella torre della nostra gran Piazza, se abbia ancor forza di prova la fede umana, ciascun creder deve, che seguisse a tutto rigore la spranga. Nè credo che più si contrasti essere stato almeno per allora utilissimo il Conduttore, fu già troppo solenne, e fastosa l'esperienza, ma molti fisici sono curiosi d'intendere adesso, il perchè si rendesse talmente ad occhio visibile la corrente fulminea su quel tratto di spranga, quando che le teorie, e l'esperienze a contrario c'insegnano. Sappiamo in fatti che il fuoco elettrico trasfuso nei metalli, trascorre invisibilmente per essi, senza mostrar segni elettrici della scintilla, se non che nella scontinuazione della catena, per islanciarsi ai corpi vicini. Le storie ci dicono ancora, che qualunque portentoso fulmine scagliato ai metalli abbia corso lungo di essi, senza scaricar giammai la fulminante materia, fuorchè nella loro scontinuazione, dove appunto scoprendosi la vigorosa sciintilla, ha prodotte destruzioni, e rovine, per islanciarsi a quei corpi, verso i quali era chiamata dal proprio destino.

Questa legge appunto, che nella sola scontinuazione dei metalli il fuoco elettrico comparisce, ci apre la strada per intendere facilmente la cagione della nostra speciale apparenza. Appaghiamo pertanto l'altrui ben giusta curiosità, e diamo sodisfazione a chi ci ricerca. Si noterà la positura, e costruzione del Conduttore, affinchè ognuno vi faccia le sue riflessioni, e presso dipoi dal suo bel principio il fenomeno, coll'applicarvi le osservazioni, offriremo noi a chi piace ascoltarci la nostra spiegazione.

Prima di ogni altro notar bisogna, che il Conduttore della torre richiedeva una assai speciale costruzione per adattarlo al luogo, ed alle circostanze, siccome altrove sarà fatto vedere, ond'è che prego V. S. Illustriss., e tutti coloro che leggeranno questo foglio, a considerarlo per ora come succintamente lo descrivo, senza curarsi perchè sia talmente situato, e non altrimenti (*).

Così descritto il nostro conduttore, si degni adesso V. S. Illustriss. seguirmi, che andar voglio dietro al fenomeno, spiegandolo in tutte le sue

(*) Nella presente lettera allorchè fu stampata, vi era quì in seguito la descrizione del Conduttore; ma adesso che diffusamente l'abbiam descritto nell' antecedente memoria, si è stimato superfluo nuovamente ripeterla.

parti, con applicarvi le cose osservate, siccome la special costruzione della spranga. Si scaglia il fulmine nella punta indorata, ma non vi si trova lesione alcuna, perchè oltre ad altre ragioni, essendo quella punta ben grossa, non vi può produrre gli effetti, che già produsse nel Conduttore del Sig. West in Filadelfia. Ella già con somma avvedutezza aveva ciò previsto, e dalla parte nostra fu la necessità di doverla lasciare così appannata, per adattarla sul capo della banderuola. Si vide dagli spettatori slanciarsi, e dipoi serpeggiare delle strisce di fuoco nella cima della torre, perchè essendovi in quel gran castello di ferro, dei pezzi distanti l'uno dall'altro, come ancora dei risalti fra parte e parte negli stessi ferri seguiti, deve il fuoco fulmineo gettarsi, e serpeggiare nelle scontinuazioni, che incontra, per comunicarsi a seconda delle sue sue leggi, e natura.

Nel collocarsi il conduttore si pose ogni cura per legare insieme le gran catene, che circondano l'estremità superiore della torre, siccome resta per sua natura legato ancora il gran castello di ferro, che vi torreggia, ond'è che raccor si doveva tutta la fulminante materia al suo termine, cioè alla di lui base, che sopra un pavimento di pietra è piantata. Ad un angolo di questa base si ritrovano i due fili conduttori già sopra descritti, i quali prendendo forse d'accordo quella materia fulminea, l'avran condotta alla stanza dell'orologio, dove essi fan capo. Tanto il tirante, che coll'orologio comunica, quanto il suo compagno, che per dura necessità resta poco distante, avranno unitamente trasfusa la corrente ai pezzi scontinuati della macchina, quindi è che ivi seguir dovevano esplosioni; ed in fatti la testimonianza di quei tre uomini, che sentirono la gran puzza di polvere, o di zolfo bruciato nella stanza, mi sembra che abbastanza lo provi. Nè questi osservatori erano soggetti da esser prevenuti da sistema, per dar luogo alla sola immaginazione, poichè il lor mestiere non permetteva di esser molto filosofi, nè di avere amor parziale per opinioni.

Dopo lo scarico dell'orologio dovrà dirigersi la corrente alla spranga attaccata alla di lui base, e seguire per la medesima spranga il suo corso dentro la torre, ma copertamente però, per non esservi ragioni da manifestarsi coi segni eletrrici. Che realmente così avvenisse, abbiamo forti ragioni di crederlo; ed eccone il perchè. Dopo lungo tratto dentro la torre si piega la spranga verso la finestra già mentovata, per prodursi al di fuori, e siccome posa a contatto col legno, e tela di un'impannata interna della detta finèstra, era naturalissimo che se il corso del fuoco elettrico fosse stato scoperto, e visibile, lasciar dovesse o il legno, o il panno affumato, o avvampato; ma non fu possibile scorgervi nemmeno una leggerissima macchia, o rottura; segno evidente dunque, che vi pasṡò il fulmine senza scarico alcuno.

Arrivi adesso l'invisibile corrente alla soglia della finestra. E'quì appunto dove incontra le prime due lunghe, ed aguzze viti; si deve perciò scoprire, slanciandosi dalla prima punta alla seconda inferiore, in quella guisa che si scaglia la scintilla elettrica da un corpo all'altro, per comunicarsi; ed essendo le scintille fulminanti di considerabil grandezza, dovranno dire gli spettatori, che parve accendersi, e scagliarsi dalla finestra quantità grande di razzi. Dopo questa prima esplosione, scorrerà nuovamente invisibile per alquante braccia, fin che non incontri l'altre due viti consimili, per farvi il giuoco medesimo; e con queste vicende, replicando

do il discorso a tutte le seguenti coppie di viti, avremo il complesso di 5. esplosioni su di questa spranga esteriore. Ogni scarico è realmente distinto dall'altro, poichè distanti sono le coppie delle viti, che congiungono le verghe; ma la velocità somma, con cui si passano tali distanze dal vapore fulmineo, deve far comparire a chi osserva, che sia una continuata corrente di fuoco senza interruzione alcuna, come di scintille o carboni accesi, che serpeggino sul conduttore. Varii esempj ne abbiamo di tal visione nell' Ottica, ed è ben facile comprendersi di ciò la ragione. E' noto che dura la visione, fin tanto che dura il colpo dell' impressione nell' anima, e perciò essendo quei salti sì celeri, non è svanita ancor la prima; ch'è già succeſſa la seconda impressione; alla seconda, per la stessa ragione, le succede immediatamente la terza, alla terza la quarta; in somma si concepisce una visione di una corrente di fuoco, ch'è composta di tanti salti distinti.

Non per comunicazione del fuoco fulmineo, come abbiam detto, ma per dissipazione del medesimo, potrebbesi ancora ragionevolmente spiegare il fenomeno. Già è noto che i metalli appuntati hanno attività di dissipare il fuoco elettrico, e che nell' oscurità comparisce come un cono luminoso nelle lor punte. Franklino ne ha fatte replicate esperienze (*a*), e M. B.ze inventò l'ingegnosa sua batificazione per mezzo dei chiodi appuntati, e fortemente elettrizzati, situati sopra di un elmo (*b*); e per fine tutti i fisici l'hanno comprovato con replicati sperimenti. Onde è che ammessa la dissipazione di una copiosa elettricità fulminea per mezzo delle appuntate viti sopradescritte, potrebbe questa rendersi visibile sulla spranga anco in pieno giorno, come realmente è avvenuto. Sulla visione poi continuata, e non interrotta vi si dovrà applicare la teoria fisica, nel caso precedente esposta.

Parve inoltre ad alcuni spettatori che sul finir della spranga si accrescesse la mole del fuoco, e si dilatasse, lasciando insieme puzza di zolfo. Il fatto può in ogni modo succedere, poichè sull'ultima esplosione, o dissipazione del fulmine per quelle punte, vi possono essere state portate dal fulmine stesso delle parti combustibili acquistate nel suo corso, le quali essendo le sole che si accendono, saranno state in grado di produrre gli effetti accennati. Ancora nel fulmine ricordato del Sig. West, riferisce M. Kinnersley (*c*) che dal piede del conduttore, si dilatò il lampo per dello spazio sopra il pavimento assai bagnato dalla pioggia, la qual dilatazione Franklino poscia la spiega per comunicazione del fuoco fulmineo sull'acqua del pavimento, corpo assai deferente, e forse più della terra secca, dove il fulmine andò a dissiparsi sotterra (*d*). Pertanto se riflettiamo che la torre verso la sua estremità doveva esser molto bagnata dall'acqua, che in gran copia attualmente cadeva, sarebbe per tale apparenza di dilatazione, o accrescimento di lampo, applicabile la spiegazione medesima. Un fenomeno da me osservato in una notte, che i lampi, e tuoni, seguivano l'un dopo l'altro, tramezzati da dirottissima pioggia, dove vidi nello scarico di un tuono comunicarsi l'elettricità ad innumerabili goccie di acqua caden-

(*a*) Franklino opere Tom. 1. pag. 5. e 60 e altrove in più luoghi.
(*b*) Priestley Storia dell' elettricità Tom. 1. pag 287.
(*c*) Franklino ibidem pag. 211.
(*d*) ibidem pag. 229.

dente, a segno che sembrava esservi nell'aria una verissima pioggia di fuoco, mi conferma di fatto quanto l'acqua sia corpo deferente l'elettricità. E prova ancora perchè colla susseguente pioggia dei temporali, cessino i lampi insieme, ed i tuoni, mentre essendo l'acqua un degli ottimi conduttori, cadendo sopra la terra, conduce l'elettricità delle nuvole ad equibrarsi, allorchè le nuvole in acqua stessa si sciolgono.

Dissipandosi finalmente il nostro fulmin sotterra produsse copioso fumo uscito dall'aperture incontrate a piè della torre, di che è cosa facile ritrovarne la ragione. Non vi ha dubbio che la spranga si riscalda dall'attività di quel fuoco, e Franklino la ritrovò riscaldata talmente in un fatto simile, che fu capace di ardere il legno (*a*). Or dunque potendo produrre esplosioni coll'acqua incontrata o nel condotto ove termina, o coll'acqua filtrata sul terreno, l'avrà fatta svanire in vapori, cioè in quel fumo indicato, siccome appunto Franklino spiega questo fenomeno, solito sempre apparire dopo la dissipazione dei fulmini sotterra (*b*).

Ecco annunziati tutti gli effetti del fulmine, ed assegnatane, a mio credere la ragione, che se apprender si volesse eziandio per un effetto immediato la caduta e stordimento di quel tal uomo Corbellajo, come che colpito da qualche dispersa scintilla, non avrei sufficienti ragioni da poterlo negare; ma però opinerei altrimenti. Perchè se vero sia, che per altra legge non è diretto il fulmine, che da quella di scorrere per la via brevissima ai luoghi meno elettrici, ragione perchè ha ucciso talvolta alcuno, lasciando illeso il vicino compagno, ed uccise la madre, lasciando in vita il figlio sul braccio, non si potrà mai credere, che le scintille fulminanti abbandonassero il ferro meno elettrico, e collocato sulla brevissima strada, per andare a cercare lantano quell'uomo, quando che creder non si volesse, che il corbellajo fosse più elettrico per difetto, ovvero più scarlo d'elettricità naturale di un conduttore metallico, che in tal caso avrebbe forse tirata a se tutta la corrente fulminea.

Questo è quanto ho l'onore di esporre a V. S. Illustriss. sul nostro luminoso fenomeno. Ne abbiamo di dopo un altro consimile, succeffo, com'ella saprà, nel conduttore della pubblica Specola di Padova, e dal Sig. Toaldo riportato. Egli è poco che si osserva su i conduttori, ed in vero per assicurarci coll'esperienze del felice esito, il tempo è corto: ma sembra però che l'esperienze principino dall'edificare piuttosto che dal distruggere il sistema, e giova sperare che potremo forse vedere una volta confermate colla maggiore evidenza, le teorie dell'Elettricismo, le quali con tanto impegno, ed altrettanta dottrina ha ella amplificate, e promosse. Che se per mala sorte non corrisponderanno i fatti ai nostri desiderj, che mal si fece per tentare di salvar le case, e le torri dai fulmini?

Son pienamente contento di potermi con tutto l'ossequio dichiarare.

Di V. S. Illustrissima.

Siena 16. Giugno 1777.

Devotissimo Servo Obbligatissimo
Domenico Bartaloni

ME-

(*a*) ibidem pag. 226.
(*b*) ibidem pag, 229.

MEMORIA

DEI SIGNORI DOTTORI

FRANCESCO CALURI E OTTAVIO NERUCCI

PROFESSORI

DELLA REGIA UNIVERSITA'

Sopra la mortalità dei Bambini, che sono introdotti nel Regio Spedale Grande di Santa Maria della Scala, e sopra i mezzi, che si credono capaci a diminuirla, e renderla uguale alla ordinaria mortalità degli altri Bambini nella Città (a)

A SUA ECCELLENZA IL SIG. CAV. PRIORE

FRANCESCO SIMINETTI

CONSIGLIERE INTIMO ATTUALE DI STATO DI S. A. R. IL SERENISSIMO GRANDUCA LUOGOTENENTE GENERALE DELLA CITTA' E STATO DI SIENA.

IN adempimento dell'Ordine avuto dall'E. Vostra, ed a noi comunicato con lettera del Segretario del Regio Governo di questa Città di Siena in data del 30. Gennaro ultimo passato di questo presente anno 1775. in cui ci è commesso di esaminare, se l'annua mortalità, che si osserva nei bambini introdotti nel Regio Spedale di questa Città di Siena superi l'ordinaria comune mortalità degli altri bambini; E posto ch'ella si trovi realmente eccedente la comune loro mortalità, come è paruto che sia, si cerchino eziandio per quanto è possibile le cagioni, e s'indichino poscia quei mezzi, e tutti quei ripari che crederemo più efficaci, e praticabili per ridurla all'inevitabile mortalità comune dei bambini: o, se non è sperabile di poterla ridurre uguale alla comune, almeno procurare che sia minore di quello che ora là me-

Oo

(a) Nota. Questa Memoria è divisa in quattro Articoli, dei quali i primi tre sono del Sig. Dott. Francesco Caluri, il quarto del Sig. Dott. Ottavio Nerucci. Ma poichè nel quarto Articolo per quella parte che riguardava gli attuali sconcerti, ed abusi dello Spedale di Siena se ne ha voluto uno scritto più dettagliato, e minuto, perciò al quarto Articolo è stata fatta un'appendice intitolata *Schiarimento* ec., e questo secondo incarico fu dato al Sig. Dott. Francesco Caluri.

medesima è, per quanto da noi si può, e ci sarà lecito sperare dalle diligenze che proporremo, acciocchè in avvenire si possa stabilire nel Regio Spedale di Siena un nuovo miglior ordine atto alla maggior conservazione dei suoi bambini, e che insieme sia ancora facile ad essere osservato ed eseguito: perchè sempre quelle leggi delle altre sono migliori, che con più semplicitá sono eseguibili.

A tale oggetto adunque noi abbiamo domandato ai Ministri di questo Spedale una dimostrazione di 20. anni delle creature quivi annualmente introdotte, nella quale si rendesse conto della vita e della morte di ciascuno individuo fino all'età sua di sette anni per confrontarla con altre tre consimili dimostrazioni, a tal'uopo da noi similmente ricercate: una, cioè, dei nati e morti nella Città di Siena, l'altra dei nati e morti dentro i Suburbj, e la terza poi degl'introdotti e morti nel Regio Spedale dagl'Innocenti di Firenze. E ciò da noi si è voluto, acciocchè dal confronto, e dall'esame di queste dimostrazioni noi fossimo assicurati della verità dei fatti, sopra de'quali dovevamo appoggiare le nostre ricerche, le nostre riflessioni, ed i nostri ragionamenti, perchè dal canto nostro si adempia colla dovuta necessaria diligenza alla commissione, di cui l'E. V. ci ha onorato, e restino anche dal canto nostro sempre più secondate le paterne benefiche cure di S. A. R. Nostro Clementissimo Sovrano sempre dirette alla maggior felicità dei suoi amatissimi sudditi.

E queste nostre ricerche, e nostri pensieri, quali eglino si siano, abbiamo ora l'onore di presentargli divisi, per più chiarezza delle cose, in alcuni articoli, ed uniti al ristretto delle dimostrazioni, o tabelle, come in appresso noi quì le chiameremo, distinguendo ciascuna con una lettera Majuscola. Noi in queste tabelle abbiamo unicamente cercato di avere il pontuale discarico della vita e morte di ciascun bambino, fino all'età di sette anni, nè da questa età in poi abbiamo stimato opportuno fare ulteriori ricerche, perchè gli uomini quando già sono pervenuti all'età loro di sette anni, avendo acquistata la probabilità di vivere almeno fino ai 42. anni, ed anco più, il Principato e qualunque bene istituita Società, e Governo deve allora considerare i medesimi come se già abbiano allo Stato fatto quel vantaggio e quei beni, che dalla virilità loro massime a lui provengono: specialmente se si discorre degli uomini dell'ordine popolare, che mediante la loro condizione si possono dire degli altri i maggiormente utili, e necessarj: giacchè componendo essi i sette ottavi almeno di tutte le popolazioni, sono sempre di tutti i Governi il principale nervo, ed il sostegno più grande.

AR-

ARTICOLO I.

Risultato del confronto della somma totale delle morti nello Spedale di Siena, colle somme totali delle altre tre Tabelle.

Nella Tabella (n. 1. let. A.) si vede, che degli introdotti nel ventennio in questo Regio Spedale di Siena il numero intiero delle morti sta alla total somma degli introdotti come 74. e tre quarti circa d'uno stá a 100.: cioè che di ogni 100. bambini introdotti ne muojono repartitamente da 75.

Ma siccome lo Spedale di Siena non riceve solamente quei di nascita, i quali solo nelle altre tabelle sono registrati: e questi che non sono di nascita e che già hanno due, tre, quattro, o anco cinque anni avendo la probabilità di vivere sopra i sette anni, devono perciò essere defalcati dal numero degli introdotti: onde scematosi il numero degli introdotti viene a crescere quello dei morti; e supponendo che almeno in ogni 100 introdotti ve n'entrino tre che abbiano più d'un anno, questi è necessario sottrarli dalla totale degl'introdotti, perchè si abbia con più esattezza il num. delle morti dalla nascita fino ai sette anni di vita, e per questa ragione nello Spedale di Siena in ogni 100. introdototti ora ne verranno a morire 77. almeno (*a*) per cento.

Nella Tabella (n. 1. let. B.) della Cittá stanno le morti, come $47 \frac{3}{4}$ circa a 100.: cioè, che nel ventennio nella Città repartitamente di 100. nati se ne perdono $47. \frac{3}{4}$.

Nei Suburbj (Tab. n. 1. let. C.) le morti sono come $47. \frac{1}{4}$ a 100. cioè che d'ogni 100. Bambini se ne perdono nel ventennio $48 \frac{1}{12}$. Onde si può quasi dire, che tanto nella Città di Siena, che nei suoi suburbj la mortalità sia ad un incirca l'istessa.

Oo 2 Fi-

(*a*) In questa riduzione di calcolo, che abbiamo stabilita di 3. per 100. degl' introdotti che abbiano più dell' anno, che secondo le tavole della probabilità della vita riportate da Monsieur De Buffon hanno la probabilità di vivere assai più al di là dei sette anni, noi per maggior sicurezza ci siamo attenuti al num. più piccolo, quantunque dai ministri di questo Regio Spedale fossimo assicurati, che ripartitamente sono più di tre per cento: sicchè detraendosi per ogni cento questi tre dalla totale degli introdotti, sarà il residuale dei medesimi 4920.: e fatto il ragguaglio di quante morti seguono per 100. questo dà 77. morti più $\frac{1}{9}$ per ogni 100. introdotti.

Si avverte, che questa notizia è a noi pervenuta dopo state compilate le Tabelle, e però nelle medesime non l'abbiamo potuta far rilevare, come facilmente avrebbemo potuto.

Finalmente nello Spedale degl' Innocenti di Firenze (Tab. n. 1. let. D.) ſtanno le morti come $69\frac{9}{16}$ a 100.: cioè, che in ogni 100. ne periſcono ragguagliatamente $69\frac{9}{16}$ circa.

Da queſti reſultati adunque appariſce, che nello Spedale di Siena ſeguono le maggiori morti.

Laonde ſará dimoſtrazione di fatto, che la mortalità dei Bambini dentro lo Spedale di Siena è maggiore di molto della mortalità comune dei Bambini della Città e Suburbj, ed ancora maggiore della mortalitá dei Bambini del Regio Spedale degl'Innocenti; e però ſará dimoſtrato, che la mortalità comune dentro il ventennio nello Spedale di Siena oltrepaſſa notabilmente l'altre mortalità. Ma ſe poi vorremo determinare il giuſto eceſſo di queſta mortalità ſopra le altre, eſſendo che le morti nello Spedale ſtiano in ragione di 77. a 100.(vedi nota (a)), e nella Città e ſuoi Suburbj (unitamente conſiderati) ſtiano come 48. a 100.(Tab. n.1. let. B.C.); però le morti ſaranno tra loro come la differenza di 77. a 48.; ma la differenza di 77. a 48. eſſendo 29. dunque la differenza, che corre tra le morti di 100. introdotti nello Spedale, e le morti di altri 100. nati nella Città, e Suburbj ſarà parimente 29. Eſſendo pertanto 77. uguale a $\frac{3}{4}$ di 100. + $\frac{2}{100}$; ed eſſendo 48. uguale a $\frac{2}{4}$ di cento — $\frac{2}{100}$, dunque le mortalità ſtaranno come $\frac{3}{4}$, e qualche coſa di più a $\frac{2}{4}$ ſcarſi: e perciò la mortalitá comune nello Spedale di Siena ſupera la mortalità comune della Città e Suburbj di un quarto vantaggiato per ogni cento nel ventennio.

Ma queſta differenza di $\frac{3}{4}$ a $\frac{2}{4}$ ſcarſi ſi deve ſtimare maſſima, perchè la mortalità comune della Città di Siena e Suburbj eſſendo uguale a un dipreſſo alle altre mortalità comuni di Europa, delle quali ſi trovano pubblicati i regiſtri, in 100. un quarto vantaggiato di più ſopra la comune morralità è ſenza dubbio aſſai.

Ed in fine ſebbene le mortalità in queſto Spedale a quella degl' Innocenti di Firenze abbia una minor proporzione di quello, ch' ella lo abbia alla comune della Città e Suburbj, perchè le morti ſtanno tra loro come la differenza di 77. a 69.; con tutto ciò la differenza di 8. di più per 100. è una differenza di concluſione, perchè porta ad un dipreſſo nell'anno medio, o comune 20. vittime di più ſopra la mortalità degl' Innocenti in ugual numero d'in-

d' introdotti; onde in 20 anni questo eccesso sarà un accrescimento di 400. vittime almeno sopra la mortalità degl'Innocenti, quando in questi due Spedali le morti dovrebbero essere al più uguali, perchè in ambo gli detti Spedali sono comuni certe estrinseche cagioni, stante le quali, la mortalità dei bambini negli Spedali deve esser maggiore di quella della Città e Suburbj.

ARTICOLO II.

Esame del resultato dei confronti delle diverse età, in cui i Bambini muojono nelle respettive Tabelle.

DImostrandoci le Tabelle. Primo: che le morti degl' introdotti nello Spedale di Siena nel primo anno di vita stanno come 54. $\frac{1}{2}$ a 100. (Tab. n. 1. lett. A) cioè, che nel primo anno di vita di ogni 100. introdotti ne muojono 54. in 55. cioè, 5. sopra la metà (*a*).

Secondo: Che nella Città le morti nel primo anno di vita sono come 29. $\frac{3}{4}$ a 100. (Tab. n. 1. let. B.) cioè, che dei nati del primo anno nella Città di 100. se ne perdono solamente 30. scarsi, o vogliamo dire quasi 5. sopra la quarta parte di 100..

Terzo: Che nei Suburbj le morti nel primo anno stanno come 33. $\frac{11}{12}$ a cento (Tab. n. 1. let. C.), ch'è lo stesso, che dei Bambini suburbani nel primo anno di vita ne muojono per ogni 100. 33. $\frac{11}{12}$ cioè 9. in circa sopra la quarte parte di cento.

E finalmente, che negl' Innocenti di Firenze (Tab. n. 1. let. D.) le morti nel primo anno stanno come 48. $\frac{3}{4}$ a 100.: cioè, che di ogni cento ne muojono in circa quasi più di due meno della metà.

Adunque sarà parimente dimostrazione di fatto, e di calcolo, che nel primo anno di vita la maggior mortalità eziandio si ritrova nei bambini dello Spedale di Siena, e che la minima è dei nati nella Città.

E

(*a*) In questo Calcolo non si fa ora conto di quella detrazione, che nel num. degli introdotti quì sopra abbiamo fatto: onde restando diminuito il num. dei medesimi, viene a crescersi la quantità delle morti, non perchè ella non vi abbia un ugual luogo, ma perchè anche senza questa i divarj ch'è d'uopo far notare, restano assai rimarcabili, e molto cospicui, la qual cosa al nostro assunto anche così è bastante.

E vedendosi poi nei confronti dei rimanenti sei anni, che le respettive differenze di mortalità non sono tra loro molto sensibili, ed essenziali, si può conchiudere (dando ad un dipresso in questi sei anni universalmente le tavole quasi le stesse morti) che il divario essenziale tutto consiste nel primo anno di vita: e adattando ora quì quel medesimo ragionamento, che abbiamo fatto nell' articolo precedente sopra le respettive differenze delle morti, ne vengono parimente le medesime conseguenze.

Perciò sarà d' uopo confessare che quell' eccesso di mortalità, che si trova nello Spedale di Siena dipenda, e massimamente nasca dalla mortalitá dei bambini nel primo anno di vita.

Adunque le cagioni di questa superiorità di morti, che si vedono in questo primo anno, in questo medesimo primo anno si debbono eziandio ricercare.

ARTICOLO III.

Riflessioni sopra le conclusioni dedotte nei due precedenti Articoli.

NOn essendo più dubbio, che la mortalità dei bambini nello Spedale di Siena sia di moltissimo eccedente la comune mortalità dei bambini della Cittá e Suburbj, e ch' ella parimente sia ancor superiore alla mortalità di quegli dello Spedale degl' Innocenti di Firenze, quantunque anche questa mortalità nello Spedale degli Innocenti si deva stimare grande in parragone della comune. E' similmente essendo dimostrazione di fatto, che quest' eccesso di mortalità dei Bambini dello Spedale di Siena si trova in quegli che periscono nell' anno primo di lor vita, e che di questi i più sono quegli che muojono principalmente dentro i primi due o tre mesi, e massime nei primo mese, come si raccoglie e si vede dalla Tabella num. II.

Di quì è che questi fatti, essendo innegabili, ci fanno riflettere, e fortemente dubitare, che la superioritá delle morti nello Spedale di Siena in parragone ancora dello Spedale degl' Innocenti di Firenze, abbia l'origine da una più gran trascuraggine, colla quale quivi siano trattati i teneri corpi dei bambini, che ci vengono portati.

Percio se, con più amore con maggior diligenza e con più scrupolosa vigilanza a quelle cose, che pajono forse minime, saranno custoditi, e trattati questi poveri bambini abbandonati dalle proprie madri negl' importanti primi giorni della loro vita, crediamo che si potrà ridurre non solo la mortalitá loro uguale a quella

la degl' innocenti di Firenze, ma inoltre potremo ancora ſperare con giuſti fondamenti di andare incontro ad un riſpettabile approſſimamento alla comune inevitabile morte dei bambini, ch' è quell' ultimo eſtremo fine e bene, che con ogni poſſibile mezzo e ſtudio deveſi cercare di ottenere, acciocchè in avvenire ſi faccia queſto guadagno: il quale quanto più ſarà grande, e ſi accoſterà alla comune mortalità dei bambini della Città e Suburbj, altrettanto, come ognun vede allo Stato ſi accreſceranno perſone, e potenza.

E poichè la comune morte dei bambini nella Città di Siena, e ſuoi Snburbj è ſuperata dalle morti dei Bambini dello Spedale di 27. vittime di più per 100. ella dunque nel ventennio darà 1360. morti ſopra le morti dei bambini nella Città e Suburbj: onde ſe nello Spedale colle noſtre diligenze cercheremo di approſſimarci alla detta comune mortalità della Città ec. ogni anno ci accoſteremo al riſparmio di qualcheduna di quelle 68. vittime, che preſo l' anno medio o comune degl' introdotti, ogn'anno ſi perdono ſopra la mortalità comune, e queſto lucro creſcerà ſempre in ragione dell'approſſimamento che ſi farà alla comune morte dei Bambini.

Ma poichè nel ventennio ſi perdono nello Spedale 1360. bambini ſopra la detta comune mortalità, come abbiamo veduto, perciò queſto lucro ſarà un augumento conſiderabile di perſone. La qual coſa ſe per l'avvenire colle noſtre diligenze noi otterremo, di che importanza ella ſia, e quali utilità ella poſſa arrecare alla popolazione abbaſtanza per tutte quelle coſe che abbiamo detto l'uomo di Stato comprende, e perciò l'E. V. con più eſtenzione che altri ne valutarà il vero prezzo, ed il ſolenne ſuo giuſto peſo.

ARTICOLO IV.

S' indicano quali poſſano eſſere le cagioni di queſta mortalità e ſi propongono i mezzi opportuni per cercare di diminuirla.

RIchieſti dall' E. V. per inveſtigar le cagioni ond'è prodotta in queſto Spedal Grande di Santa Maria della Scala tanta mortalità di bambini eſpoſti, quanta ne riſulta dalle dimoſtrazioni, che ci ſiamo dati l'onore di preſentarle, noi dopo le più ſerie rifleſſioni, e diligenti ricerche fatte, ci ſiamo finalmente determinati ſulla ſcorta della ragione non meno, che della eſperienza a crederle derivanti tutte dalla natural coſtituzione dei medeſimi eſpoſti, e dalle Balie, che ſon deſtinate a dovergli nodrire, ed allevare.

Ed in fatti, per poco che ſi voglia fare attenzione alle molte e va-

varie angustie di animo solite accompagnar di continuo questa rta di madri illegittime per tutto il tempo delle loro gravidanze, e per poco che si voglia esaminare tutte le irregolarità, e strani attentati, che da taluna di loro si praticano per occultarle, o per dissiparle, e valutarsi in fine tutti quei disagj che deve portar seco un parto furtivo, mancante per lo più di tutti quegli ajuti e comodi che sono necessarj, si comprende subito non poter essere la costituzione degli esposti se non che mal sana, languente, e poco vivace.

Dall'altra parte, se si considerino le balie, siccom'egli è indubitato che da queste principalmente riconosce la società tutta quella perdita solita farsi quasi per metà della popolazione legittima, così forza è il credere con molta più di ragionevolezza, che dalle medesime derivi ancora quella perdita di più, che si riscontra farsi della illegittima composta di tutti quelli, che vengono esposti nelli Spedali.

Per conferma di questa verità, basta dare un'occhiata ai Bruti animali tanto più felici, e al di sopra tanto della condizione umana nella salvezza delle loro figliuolanze. Questa non ad altro la debbono essi, se non se alle loro madri, da cui con tutta regolarità ricevono sempre lo stesso nutrimento tanto dentro all'utero, quanto dopo usciti fuora alla luce, e con tutta quella proporzione che la provida natura ha accordato soltanto al latte materno, corrisponente, cioè sempre allo stato di mano in mano, ed all'età dei loro parti. Ma senza dipartirsi ancora dalla specie umana cogli esempj, a chi mai attribuir si può con maggior giustizia quel vantaggio, che han sopra le famiglie più opulente quelle del basso popolo sempre più numerose, se non al latte materno? quantunque non esente questo come quello delle madri dei bruti dalle tante perniciose alterazioni delle sempre inquiete, e turbate passioni?

Se così è, non dovrà dunque recar maraviglia che macchine così male affette fin dall'utero materno, come queste degli esposti, i quali giungono per lo più allo Spedale poco meno che sfiniti dallo stento, e dai disastri sofferti, date appena ch'elle siano in cura a balie mercenarie pochissimo interessate per le loro vite, vadano per la maggior parte a perire, e perdersi.

Penetrata l'E. V. da tutti questi riflessi, non dubitiamo, ch'ella non sia per accordarci esser di non piccolo azzardo, e piuttosto malagevole il dover progettar mezzi, e ripari valevoli ad arrestare i progressi di una mortalità, che ha tutta l'apparenza di esser quasi del tutto irreparabile. Pur nondimeno per secondare in qualche modo le giuste premure di V. E. ci avanzeremo a proporre alcuni prov-

ve-

vedimenti da farsi, che accolti benignamente dalla somma Clemenza del Principe, e fiancheggiati dalla vigilanza dell' E. V. ci lusinghiamo che riusciranno non solo eseguibili, ma saran per avere inoltre tutto quel buon esito, che si desidera, e quel vantaggio, cui sono unicamente da noi diretti.

Primieramente fa di mestieri, che sia accresciuto il numero delle balie tanto nella Città, quanto nella Campagna. Con tale accrescimento si ovvierà al grande inconveniente, ch' elle siano obbligate a dovere allattare più bambini alla volta, come per lo più accade, e che debba lo Spedale in certi tempi ritrovarsi nella necessità di dovere sostituire al latte delle balie quello degli animali, colla perdita totale di tutti i suoi baliatici, come si è già in qualche anno sperimentato anche quì.

L'intento di vederle accresciute una volta non si potrà ottener meglio, che augumentando loro notabilmente i salarj, mentre allettandosi con un tal mezzo a impiegarsi in questo ministero un maggior numero di donne, non dell' ultima feccia del popolo, ma di quelle specialmente della campagna, ne avverrà che lo Spedale si debba trovare non solo meno aggravato di baliatici, ma che distribuiti questi in maggior quantità per i Suburbj, vi rimangono poi adulti, che saranno a vantaggio della tanto necessaria coltura della campagna.

In secondo luogo conviene, che le balie tutte siano meglio fornite, e meglio corredate di quel che lo sono al presente del loro bisognevole, in particolare di pezze line, quali non tanto la mondezza, e la pulizia richiede, che siano in buon numero, quanto ancora la salute, alla quale può contribuire d'assai l'esser le medesime imbiancate sempre colla liscia, come quella, che favorisce col suo sale alcalico la traspirazione assai più dell' acqua pura.

Accennatosi da noi quanto è da osservarsi intorno al buon regolamento delle balie, ragion vuole, che passiamo a divisar quello, che si deve ai baliatici in tutto quel tempo almeno, che si trattengono nello Spedale.

A qualsivoglia bambino adunque che venga esposto, prima di ogni altra cosa gli si dovrá fare una lavanda universale con due terzi d'acqua, ed uno di vino, e delle leggiere strofinazioni in atto di rasciugargli. Queste diligenze usate nei primi giorni contribuiranno a stasare bene la cute da quella vernice, della quale veggonsi ricoperte appena nate tutte le creature, e a vigorarla a poco a poco, di maniera che ella possa meglio esercitar la sua funzione del traspirato, fondamento della salute in tutti i corpi.

Al ripurgamento della cute dovrà succedere immediatamente quello del ventre dalle fecce, che vi sono raccolte in tutto il corso

dei nove mesi, che il feto ha dimorato entro all'utero materno chiamato dai Medici col nome di *Meconio*, tanto nocivo, e contrario tanto al latte, come ognuno sa. Questo sarà necessario farsi subito, che gli esposti saranno giunti allo Spedale, stante che non è verisimile, che coloro, i quali si affrettano di portarceli, abbiano pigliato innazi le necessarie cautele di ben ripurgargli. Per assicurarsi adunque di una tale evacuazione, come di tutte le altre la più importante, sarà cosa utilissima, avanti di conceder loro latte di sorta alcuna, nutrirgli in quei primi giorni di puro siero non depurato, ma che vi sia sciolta una piccola quantità di miele. In questo si averà un rimedio insieme, ed un nutrimento, come dal primo latte delle madri: e al par di quello proporzionato alla delicatezza dei loro stomachi

Passati i primi giorni, si potrà cominciare a nutrirgli col latte delle Balie, ma in poca dose alla volta, e questo preparato prima colle bevande diluenti appropriate, fatte usar di continuo alle balie suddette, quando il latte fosse troppo denso, ed in caso contrario colla regola di un vitto più sostanzioso.

Quanto è stato da noi esposto fin quì non ha avuto altro oggetto, come l'E. V. ben comprende, fuorichè quello unicamente di mostrar la maniera, colla quale si possa impedire, e rimuovere, per quanto è possibile, tutte quelle cagioni, dalle quali si suol guastare e corrompere il latte delle balie nello stomaco dei lattanti, come che da questo guastamento per l'ordinario hanno origine le prime loro infermità, e specialmente le mortifere convulsioni, cui va più spesso soggetta l'età nascente.

Or siccome fra queste cagioni vi ha luogo talora non meno la qualità, e natura del latte stesso, che la sua quantità: così pare che meriti anch'essa il suo regolamento. Affinchè possa esser questo eseguito con tutta quella esattezza, e diligenza, che richiede la condizione degli esposti, e la loro tenera età, bisognosa in tutto degli altrui soccorsi, sarà espediente, che i medesimi siano raccomandati alla vigilanza di una donna di qualche autorità, ed esperienza, che vi sopraintenda. Questa colla direzione assidua di un esperto Professore, incaricato dell'obbligo di sceglier le balie, di esaminare se i baliatici portino seco germe alcuno di quei mali derivanti dal libertinaggio dei genitori, e di visitare ogni giorno tanto questi, che quelle, potrà agevolmente por freno alla trascuranza delle medesime, e a tutti gli altri abusi, che dalla maggior parte di loro si sogliono commettere nell'allattare.

Il principale, e più frequente si è quello di caricare appunto lo stomaco dei lattanti di soverchio latte, attaccandosegli al petto ogni volta che piangono, per acquietargli, sulla falsa credenza che quel

pian-

pianto ſia il ſegno, con cui ſignificar vogliano un tal biſogno, quando, a bene eſaminarlo, non è altro che un linguaggio conceſſo dalla natura a quella età incapace di formar parole, per eſprimere in qualche modo, o i loro incomodi, o i loro dolori: Ed in fatti non è mai il dolore quello con cui la fame comincia a farſi ſentire: ond'è che gl' infanti la ſogliono ordinariamente indicare per via di piccoli geſti naturali, che ſon ben noti alle balie intelligenti, e a tutte quelle che più dell' altre accurate vi fanno attenzione.

Oltre a ciò dovrà eſſere ancora a carico di lei la mondezza tanto delle balie, quanto dei baliatici, i quali non dovranno eſſere allattati, ſe non dopo che ſaranno ſtati ben ripuliti, e rifaſciati, acciò non ſi vengano a turbar loro in quella agitazione le digeſtioni. A tutto queſto ſi aggiungerà una ſpecial vigilanza, ch' ella dovrà anche avere in procurar, che i baliatici non ſiano tenuti troppo caldi, o colla copia dei panni, o per via delle ſtanze troppo difeſe, o riſcaldate troppo dal fuoco. Imperciocchè ſtanze di tal natura, anche per ſentimento di qualche valente ſcrittore, non ſono adattate per i bambini, i quali richiedono un calore dolce, e temperato. Eſſi non poſſono ſoffrire un' aria troppo rarefatta, per rapporto all' eſtrema delicatezza dei loro ſolidi, ed alla facilità colla quale i loro fluidi ſi rarefanno: onde ne avviene, che i bambini allevati così al caldo per la maggior parte o periſcano, o ſiano frequentemente infreddati, debili, languenti, e pallidi: o ſoggetti più degli altri alle Rachitidi, ed alle Tabi, che gli guidan poi alla morte nella loro infanzia, o gli riducono in iſtato di dover ſempre vivere infelicemente valetudinarj.

Una fra le molte diligenze da noi ſtimate neceſſarie doverſi uſare, ugualmente importante ſarà quella di procurar, ehe non ſtiano molti baliatici raccolti inſieme entro una ſtanza; Se non ſia queſta molto ampia, arioſa molto, e tenuta ſempre ben ripurgata da qualunque lordura, ed immondezza (inconveniente facile a incontrarſi più che altrove negli Spedali), e ciò per timore dell' infezione, che potrebbon contrar facilmente quei corpicciuoli immerſi di continuo in un' aria carica di eſalazione animale, ch' è di natura ſua molto più ſoggetta a corromperſi, e divenir contagioſa, di quelche lo ſia quella dei corpi adulti.

Reſterebbe finalmente, che da noi ſi provvedeſſe anche a quei caſi nei quali la neceſſità portaſſe, che i baliatici doveſſero eſſer nudriti col latte degli animali, coſtume praticato fin dagli Sciti nell' antichità, e ai tempi noſtri in varie provincie della Ruſſia, della Danimarca, ed in varie altre. Ma ſiccome dalle prove replicate, che ne ſono ſtate fatte in più Spedali di Londra di Parigi, e di altre Città illuminate; ſi è veduto, che l' eſito è ſtato ſempre contrario all'aſpetta-

tiva, essendo cresciuta sempre la mortalità dei bambini, così noi ci ristringeremo ad inculcar l'esatta osservanza di tutti quei progetti di sopra accennati, che si riducono ai seguenti.

I. Che si debba tenere stipendiato dallo Spedale un numero di Balie maggiore di quello, che si è tenuto per il passato, sempre a proporzione del bisogno molto scarso.

II. Che il salario di lire quattro, o cinque il mese assegnato a ciascheduna di esse sia parimente accresciuto su i giusti reflessi da noi esposti.

III. Che le pezze linc per involtare i baliatici, ora in numero soltanto di due per ciascheduno, siano augumentate fino ad otto almeno.

IV. Che dallo Spedale si tenga stipendiato un abile Professore, il quale abbia l' incarico di far la scelta delle donne, che vi si presentano per balie, e di visitar tutti quei baliatici, che di mano in mano vengono esposti, acciò siano apprestati loro subito tutti quegli ajuti da noi indicati. Inoltre sia obbligato a far la visita ogni giorno tanto alle balie, quanto ai baliatici, per poter suggerire quei regolamenti necessarj, che da noi sono stati giá riferiti di sopra.

V. Che per la buona, e retta esecuzione final di tutto questo regolamento vi debba essere una donna di qualche esperienza, ed autorità, parimente stipendiata, la quale vi sopraintenda, e invigili continuatamente sulla condotta delle balie nell'allattare e custodire i baliatici, e su i bisogni dei baliatici: cose tutte necessarie per diminuire in buona parte l'eccedente mortalità degli esposti, ma fin quì mai praticate in questo Spedale.

Ed ecco ciò, che in esecuzione degli ordini sempre rispettabili di V. E. abbiamo giudicato opportuno di aver progettato, in atto che le facciamo umilissima, reverenza.

Di V. Eccellenza

Siena 29. Aprile 1775.

Umilissimi Devotissimi e Obbligatissimi Servitori
Ottavio Nerucci
Francesco Caluri

SCHIA-

SCHIARIMENTO

Per l' ultimo Articolo della Memoria sopra la mortalità dei Bambini di questo Regio Spedale di Siena.

Fatto dal Sig. Dottore FRANCESCO CALURI.

DA quello che risulta nei primi tre Articoli della Memoria presentata all'E. V. chiaramente si vede, che l'eccesso nel ventennio della mortalità dei Bambini in questo Regio Spedale di Siena si trova principalmente essere nel primo loro anno di vita; e similmente si vede, che in quest'anno primo i più muojono nei primi giorni, e mesi (Tab. n.1. let.A.).

Però riflettendosi ora da me come questa cosa avvenga, mi sembra poter concludere, che ciò segue, o perchè i bambini istessi, siano poco vitali: qualunque ne possa essere la cagione, ovvero per il poco custodimento, che nello Spedale a loro si usa nei primi importanti giorni del loro vivere; e finalmente dall'accoppiamento crudele di ambedue le mentovate cagioni.

Se poi si esaminerà qual possa essere la condizione fisica dei bambini, che vengono introdotti nello Spedale, noi non potremo fare a meno di confessare, che nella maggior parte dei medesimi la di loro fisica costituzione abbia assai sofferto. Poichè questi Bambini, essendochè essi siano, o nati furtivamente, ovvero nati da Genitori poverissimi, non può essere di meno che moltissimi non naschino con una fisica costituzione molto languida, e cagionevole.

Ed in fatti io credo, che l'E. V. sarà convinta che se, si parla di Parti illegittimi, quantunque paja, ch'essi esser debbano i più vegeti, ed i più vitali degli altri, perchè sono generati e concepiti da un reciproco impetuoso trasporto di amore scambievole tra persone, che sono nel fiore della loro etá, con tutto ciò non pochi dei medesimi venghino alla luce, avendo di già per molti motivi assai sofferto nell'utero, nella nascita, e subito nati.

Primo Perchè nelle gravidanze di questa natura, per un effetto di civile erubescenza dal momento, che la donna sospetta, e crede di esser gravida, il di lei animo è sempre agitato e turbato da inquietitudini infinite, che disturbando la economia del di lei corpo, devono perciò influire ancora ad alterare il fisico del feto, che porta nel suo seno, e che già principia a svilupparsi, ed a perfezionarsi.

Secondo Perchè mediante questo medesimo effetto di civile erube-

bescenza, la donna restata gravida procura con ogni sforzo possibile di pigiare e di stringere il suo corpo, e nasconderlo per quanto può agli altrui sguardi.

Terzo Perchè mediante eziandio questa stessa erubescenza male intesa, e per sottrarsi alla indiscretezza altrui se mai si entra in sospetto di ciò, che gli è avvenuto, dalle donne spesso si tentano sconsigliatamente, e si fanno delle cose, per cui ne possa derivare l'aborto.

Quarto Finalmente per i patimenti che mediante questa medesima prevenzione soffre la creatura nell'atto della nascita, la quale il più delle volte accade senza essere apprestati alla Madre gli opportuni ajuti, e poi ancora per mancanza di quelle necessarie cautele, che nei Bambini subito nati devono praticarsi.

Che se poi sono Bambini, che nascono legittimamente, l'E.V. ugualmente comprenderà, che non possono questi essere che figli di miserabilissime persone, che la di loro massima miseria non gli permette potergli da se allattare, e sostentare; onde vinto il naturale attacco, e amore per la propria prole, e gli abbandonano, e gli portano a questa casa di pietà. Però i medesimi dovendo spesso nascere languenti, devono aver contratti dei vizj provenienti dallo scarso, e cattivo alimento delle madri allor ch'erano gravide.

In oltre, se a queste gravi cause se ne uniranno ancora altre d'infermità nei genitori, e specialmente quelle di un concubito infetto per le conseguenze del libertinaggio, parimente comprenderà l'E. V. che tali creature devono correre un rischio più prossimo di morte.

Che se poi alle mentovate cause si aggiungono ancora i disagj, e lo stento, che soffrono quelle infelici creature che dal contado, e luoghi lontani dalla Città vengono introdotte nello Spedale, sempre più ancorà si comprenderà come dei bambini dello spedale ne devino morire più che degli altri; e perchè massime la di loro mortalità deva accadere nei tempi più prossimi alla loro nascita.

Inoltre se si riflette che i bambini nello Spedale sono allattati e custoditi da balie mercenarie, alle quali sopraintendono ugualmente altre donne incapaci e mercenarie, che verso dei medesimi non possono mai avere quell'amore, e quella tenerezza che portano le madri ai proprj figliuoli: parimente l'E. V. resterà convinta, che anche per quest'altra cagione i bambini soffriranno, e più facilmente ancora periranno.

Finalmente se per le cause di sopra esposte siano gl'introdotti nello Spedale deboli, languenti, e poco vitali, con maggior facilità alle mani, e custodia di simili persone essi periranno, quando all'op-

all' oppoſto l' eſperienza giornaliera c' inſegna, che tanti bambini nati poco vitali ſi ſono unicamente ſalvati per le proporzionate premure, che i Genitori hanno uſato verſo degl' iſteſſi. E poichè nella ſpecie umana, a differenza delle ſpecie degli altri animali, per la vitalità e conſervazione della prole ſia di neceſſaria, ed intrinſeca condizione dal momento, che la ſteſſa viene alla luce di balirla, nutrilla, ed allevarla poi per un lungo tempo, come ad ogn'uno è noto: ſicchè le noſtre premure e diligenze per queſta devono eſſere maggiori quando naſcono i figli poco vivaci e deboli: o ſia per cauſe naturali o avventizie. Adunque per queſti motivi ſempre negli Spedali ſi troverà una mortalità più grande della comune; onde ſtando così le coſe, non deve recare maraviglia, ſe negli Spedali la probabilità di morire dei lattanti ſia maggiore, che in quelli della Città, e della Campagna.

Ma ſiccome le cagioni producitrici queſto numero maggiore di morti elle non ſono tutte di loro natura inſormontabili dall' umana induſtria, e vigilanza: però non ſi dee diſperare di poter ridurre al meno poſſibile la mortalità dei Bambini negli Spedali, e far guadagnare allo Stato tante vite, che per la noſtra traſcuraggine ſolamente ſi perdono, ſe con paterno vero zelo, e col conſiglio ſempre di un' abile, e ſaggio medico dallo Spedalingo in avvenire ſi veglierà ſcrupoloſamente.

Primo Alla ſcelta delle Balie, acciocchè abbiano eſſe, per quanto ſi puo, tutte le qualità fiſiche e morali, quali è neceſſario, che elle abbiano, ed alle quali ſempre tanto ſi guarda da chi dà a Balìa i proprj figliuoli.

Secondo A cercare, e vedere ch' elle adempiano con carità, ed amorevolezza al loro ufficio.

Terzo Che i Bambini, che vengono ſiano ſubito viſitati da un Medico idoneo, e ſia loro dato a poppare un latte, che più ai medeſimi gli può convenire: che li ſiano uſate tutte quelle diligenze, e fatte quelle coſe, che ſi farebbero ad un nato di diſtinzione, e ch'è d'uopo praticare, e ſi convengono alle indiſpoſizioni che già aveſſero contratte, come è ſtato indicato nell' ultimo e quarto Articolo della Memoria: perchè allo Stato tutti gli uomini ſono ugualmente neceſſarj, ed utili, e di tutti dobbiamo avere un uguale tenerezza, o miſericordia, e ſpecialmente del popolo.

Quarto Finalmente che non ſiano dati a Balia fuori, ſe non quando ſia meno pericoloſo il conſegnarli ad una Contadina, che non può uſarli quelle attenzioni, ed appreſtargli quegli ajuti, che ſono indiſpenſabili alle loro circoſtanze.

E poichè è molto probabile, che negli Spedali in queſte coſe ſi

si manchi generalmente di esattezza; perciò se dallo Spedalingo da quì in poi si averá maggior cura a questi Bambini, e dallo istesso si procurerà, come si conviene, che ciascuno dal suo canto faccia il suo ufficio, e dovere: e che i troppo per se deboli vincoli della carità in chi assiste sieno invigoriti, ed animati o dalla speranza del premio, o dal timore di perdere l'impiego, è molto sperabile di veder diminuire quella mortalità, che sopratutto da cause estrinseche dipende: la quale superando assai la comune mortalitá degli altri Bambini, merita le nostre più serie riflessioni, ed i più acconci ripari, ed ajuti.

Ciò premesso, venendo ora alla mortalità propria dei Bambini dello Spedale di Siena; ed essendosi giá trovato ch'ella è maggiore di otto vittime di più in ogni cento introdotti sopra la mortalità del Regio Spedale degl' Innocenti di Firenze, quando al più ella dovrebbe essere uguale, perchè, come si è detto, le cagioni di mortalitá sopra la comune in questi Spedali sono ugualmente comuni, e le istesse; sarà dunque d'uopo confessare, che nello Spedale di Siena gl' inconvenienti siano assai maggiori, e maggiore altresì sia la trascuratezza, colla quale quivi fino ad ora siano stati custoditi quest' infelici Bambini, che vi sono portati.

Sicchè essendomi informato come le cose in questo Spedale di Siena passano, io vi ho trovato dentro molti dannevolissimi abusi, mediante i quali la mortalità non può fare a meno che sia grande, e che superi quella ancora dello Spedale dell' Innocenti di Firenze: quantunque anche questa degl' Innocenti si debba considerare molta. Onde più non mi fa caso, che d'ogni cento Introdotti se ne perdino repartitamente settantasette per cento, come si è dimostrato nell' Articolo I. della Memoria: anzi all' opposto io mi maraviglio che non ne muojano anche di più, o che quei pochi, che sopravvivono non siano tutti mal sani: e fatti adulti siano poco atti alle fatiche, ed ai servigj della società.

Di questi gravi abusi, che quì si trovano, i principali, ed anco i più essenziali sono massime i seguenti.

Primo: Fino ad ora è stato cattivissimo, ed insalubre il luogo, dove abitavano i Bambini, e le balie. Ma a ciò ora è stato meglio riparato, perchè è già stata fabbricata una stanza più ampla, ed illuminata, nella quale quanto prima si dovrebbero trasportare le Balie colle loro culle, perchè questa stanza è ormai bene asciutta, ed è assicurato il potervici stare.

Secondo: Il numero delle Balie nel corso dell' anno è quasi sempre scarso, dovendo una Balia allattare spesso quattro, o cinque Bambini alla volta, ed anche più, e seguitare a dare loro il latte fino

fino a tanto che non venghino le Balie estere a prenderli, o che piaccia darli a balia fuori.

Questa cosa accade per il vile, e mal'inteso risparmio di non voler tenere qualche Balia di più, come sarebbe necessario fare, non riflettendosi che questo presentaneo, e fugace risparmio diviene per lo Spedale un legittimo, e reale danno: il che è facile farlo conoscere, ed esserne del pari convinto. Se un giorno, o tre deva una donna allattare, e custodire due, o più Bambini, ciò si può permettere senza correre il rischio di pregiudicare alle creature; ma se al di là di questo tempo ella seguiterá a dare loro il latte, non solo si pregiudica assai ai Bambini, ma eziandio alla Balia istessa. Spesso si sono trovati entro lo Spedale trenta o più lattanti alle mani di cinque, o sei Balie, ed anche per un tempo considerabile.

Lo Spedale di Siena ogn'anno almeno nel tempo della mietitura si trova sempre in queste triste circostanze (eppure si guardano con occhio indifferente, e si lasciano passare ogni anno senza apprestarvi il debito riparo) perchè i contadini, essendo nelle gran faccende, non vengon così frequentemente a chiedere i baliatici: e però bisogna far seguitare una balia per molti e molti giorni ad allattare, e custodire più bambini; sicchè sorprende i medesimi lo stento e la consunzione, ed in breve si riducono alla sepoltura, o prima di avere il tempo di consegnarli alle balie estere, o poco dopo che alle medesime sono stati consegnati.

Terzo: Perchè ancora non si pensa seriamente come è convenevole a fare una buona scelta delle balie, che si tengono nella casa di Siena. E poichè elle si cercano spesso nel solo imminente, ed attual bisogno delle medesime, ne addiviene per necessità che basta che sia una lattante, checchè poi sieno gli altri suoi requisiti. Da ciò nasce, che le balie della casa di Siena sono sempre cosa poco di buono, ed il più delle volte elle sono affette ancora da mali contagiosi, e venerei, che le medesime poi comunicano a quegl' innocenti, ed infelici bambini, i quali non solo sono la vittima infelice di queste malattie, ma eziandio quelle balie istesse, alle quali poi sono dati.

Da ciò è venuto un discredito tale per la campagna dei Bambini dello Spedale, che molti contadini giustamente più non corrono, come una volta, a chiedere i baliatici, e quelli che ora si presentano sono miserabili pigionali, mossi a chiedere il baliatico per la dura necessità della di loro miseria col solo fine di fare il lucro di quelle cinque lire il mese, che passa lo Spedale quando da a balia; Ond'è che lo stento sempre più s'impossessa del corpo

di queste infelici e creature, muojono per modo di dire prima anche di vivere.

Non si può negare, che qualche bambino venga allo Spedale infetto già di male contagioso, e massime venereo, ma però egli è vero, ed è innegabile che sono sempre più quelli, che lo prendono dalle balie della casa di Siena, quantunque questa verità non si voglia intendere, ed ancora intesa non si voglia confessare.

Quarto: E' stato fino ad ora costume di dare alle balie della casa di Siena il loro vitto giornaliero non cucinato, acciocchè da se se lo cuocino, e se lo preparino. Quest' uso produce degl' inconvenienti: dei quali uno è, che queste donne vendono ogni giorno parte dell'assegnatoli vitto, acciocchè escendo poi dallo Spedale abbiano guadagnato qualche soldo di più per essere il salario, che loro dà lo Spedale, di sole due crazie il giorno.

Quinto: Le donne che dallo Spedale si tengono per presedere alle balie sono ora due; ma fino a questo tempo una sola presedeva alle balie della casa. Queste essendo persone assai volgari, e scelte senza verun discernimento, esse nè sono capaci di farsi obbedire, nè capaci ancora di concepire e valutare quegl' obblighi che da loro richiede l' impiego, ch' esercitano; ed in conseguenza sono inette a conoscere o rimediare in tempo gli sconcerti che nascono per parte delle balie di casa, che sono donne per lo più senza verecondia, sinamorate e disobbedienti; onde non possono essere mai capaci di comprendere l' importanza di queste vite alla loro vigilanza commesse, e quella custodia, e premura, che alle medesime è dovuta. Perciò spesso segue che i bambini muojono in letto soffogati dalla balia, o tra le loro mani per altre gravissime incurie.

Sesto: I bambini quando vengono introdotti ordinariamente non sono fatti visitare da alcuna persona idonea a ciò destinata, come per il buon ordine e bene dei medesimi conviene; ma se alle volte per qualche strano, e straordinario caso è stato forza di far visitare qualche bambino, allora la Soprabalia, o donna sopraintendente, chiamata quà in Siena la *Padrona delle balie*, manda allo Spedale degli ammalati, e fà venire a questa visita qualche giovine astante Medico, o Chirurgo, il quale alla meglio lo visita ed anche più alla meglio gli ordina qualche cosa, e di ordinario dopo una visita o due la più si abbandona al suo destino, nè di quello altra cura si prende la Soprabalia.

Settimo: Perchè non si praticano in questi bambini subito introdotti nello Spedale quelle diligenze, quei riguardi, e quelle cautele, delle quali saviamente fù fatta menzione dal Sig. Dottore Ot-

Ottavio Nerucci, che si è preso il carico di distendere l' importante articolo quarto, ed ultimo della nostra memoria, cose che anche il minuto, e più disgraziato popolo è solito usare nei suoi figliuoli.

Ottavo, Il danno, ed anco la morte che ne viene ai bambini introdotti mediante il luogo o posto dove essi si lasciano, per essere ricevuti, il qual luogo quà in Siena lo chiamano la *Pila*, ch'è una nicchia di marmo collocata lateralmente alla porta dello Spedale degli ammalati discosto dalla casa delle balie, detta *il convento delle balie*; E questa pila sta allo scoperto; cioè all'aria aperta ed esposta a tutte le intemperie della medesima; sicchè essendo indispensabile, che per qualche poco di tempo i bambini quivi restino è accaduto, che alcuni ci siano morti dal freddo, o si siano trovati semivivi. E poichè un simile funesto caso di fresco è nuovamente accaduto, l'E. V. da disordine tanto grande mossa ha subito ordinato allo Spedalingho che facesse chiudere detta pila, e facesse la ruota alla casa delle balie come hanno tutti gli Spedali ben diretti, e bene ordinati, e però a questo dannoso costume ora è già rimediato.

Nono: La poca pulizìa, che regna da per tutto in questa casa o convento delle balie, e la scarsità della necessaria biancheria per tenere puliti i bambini.

Decimo: Perchè molte volte per mancanza di Balie al numero dei Bambini che vi sono, si dà ai medesimi il latte di asina, o di capra: quando l'esperienza ha fatto costare, che i Bambini così allattati tutti in tutti i luoghi sempre sono morti.

Undecimo finalmente: Perchè è un dannevole abuso in questa casa di tenere per molti giorni le creature, che vengono avanti di consegnarle alle balie estere.

Questi sopratutto sono i principali disordini, che ho rilevati nello Spedale di Siena, ai quali ancora altri se ne potrebbero aggiungere, dei quali tralascerò di parlarne come non tanto essenziali, e perchè si tolgono, tolti che siano i primi. Da questi io credo che derivi specialmente quell'eccesso di mortalità sì cospicuo, che abbiamo veduto trovarsi in questo Spedale.

Perciò, se a tali inconvenienti sarà proveduto nella forma da noi proposta; e in avvenire si stabilirà un miglior ordine nella casa delle balie di questo Spedale, non solo è sperabile che si riduca nel medesimo la mortalità uguale alla mortalità dello Spedale degl'Innocenti di Firenze: ma ancora ci lusinghiamo che si anderà incontro ad una più rispettabile diminuzione della medesima; e perciò non essendo eziandio i Bambini, che si daranno alle Balie estere tanto estenuati, e consunti, come per lo più lo sono stati; però alle

istesse ne camperanno assai più di prima, e verranno ancora più forti, e robusti.

Che se poi si averanno ancora nel dare a balia all'estere tutti quei riguardi, e quelle cautele, che saviamente si praticano dallo Spedale degl'Innocenti di Firenze e sono osservate da quei teneri padri, che danno a balia i loro figliuoli, le quali quivi o non si usano, o si trascurano, anche di nuovo per questo lato si salveranno altri Bambini, che per questa incuria ora periscono.

Questo è quanto, che succintamente per l'angustia del tempo concessomi col più vivo rispetto ho l'onore di umiliare alla E. V., alla quale facendo profondissimo inchino, passo a rassegnarmi.

Dell' Eccellenza Vostra

Siena 6. Maggio 1775.

Umiliss. ed Obbligatiss. Servitore
FRANCESCO CALURI.

In conseguenza di questa Memoria presentata al Regio Trono fu comandato da *Sua Altezza Reale il Serenissimo Granduca* Nostro Signore con lettera di Segreteria di Stato a questo Governo, che i due Professori Signori Dott. Francesco Caluri, e Dott. Ottavio Nerucci coerentemente a quel tanto, che i medesimi avevano esposto nella di loro Memoria facessero un nuovo regolamento, per gl'Esposti, e Casa, o Convento delle Balie di Siena, e che lo passassero al Professore Sig. Dott. Giuseppe Baldassarri. E questo regolamento essendo stato parimente umiliato al Regio Trono *S. A. R. il Serenissimo Granduca*, gli ha dato la sua Sovrana approvazione, e ne ha comandata la inviolabile osservanza, e rigorosa esecuzione; ed espressamente ed in particolare ha incaricato S. E. LuogoTenente Generale della Città e Stato di Siena di vegliare che dai Ministri del Regio Spedale sia, come la *Sua Sovrana volontà* ha voluto, tutto in tutte le sue parti interamente osservato il predetto nuovo regolamento. Inoltre è piaciuto all' A. S. Reale, che i tre Professori detti, cioè Dott. Francesco Caluri, Dott.

Otta-

Ottavio Nerucci, e Dott. Giuseppe Baldassarri siano e restino Deputati sopra la cura degl'Esposti, e del Convento o casa delle Balie di questo suo Regio Spedale di S. Maria della Scala,

Il nuovo regolamento per gl'Esposti di questo Regio Spedale che comincia dal primo dell'anno 1776. ha avuto un felice successo, e maggiore eziandio di quello, che potevasi bramare, e si sarebbero lusingati gl'istessi Sigg. Professori, che lo avevano proposto, essendosi anche nel primo anno diminuita assai la mortalità dei bambini, ed in questi due ultimi prossimi anni ridotta quasi alla comune mortalità degli altri bambini, come vedesi dalla Tabella n.2. Lettera E, che hanno comunicato alla Reale Accademia nostra il Sig. D. Biagio Bartalini Medico prescelto da S. A. R. il Serenissimo Granduca alla cura degl'Esposti, ed il Chirurgo Sig. Salvatore Tonini parimente eletto dalla R. A. S. alla cura dei medesimi.

NUOVO REGOLAMENTO

Per la miglior cura degli Esposti dello Spedale di S. MARIA della Scala di Siena, da principiare il Primo Gennaro dell' Anno veniente 1776.

I. LA casa delle Balie di Siena, detta il Convento delle Balie, sarà provveduta in avvenire di un Medico, e di un Chirurgo abili, e additti unicamente al servizio della medesima. Dovrà esser loro ispezione di regolare la salute sì dei Bambini esposti, quanto ancora quella delle Balie, che si tengono in d. Casa; similmente ad essi apparterrà l'approvazione, e la scelta tanto di dette Balie, quanto delle Balie estere.

II. Il Medico conseguirà per suo onorario scudi ventiquattro, ed il Chirurgo scudi dodici l'anno.

III. Si averà cura di eleggere per sopra Balia, ò sia Padrona del Convento delle Balie una donna capace, e che sia fornita di qualità da esigere il risperto necessario per la buona direzzione delle medesime, con sentire precedentemente la Deputazione dei tre Professori Baldassarri, Nerucci, e Caluri; ed a questa donna sarà assegnato lo stipendio di dodici lire il mese, oltre al vitto, consueto, il letto conveniente, e la biancheria solita passarsi.

IV. Sarà stabilmente aggiunta alla sopra Balia altra donna, che le serva d'ajuto, e dipenda da suoi ordini col salario mensuale di lire cinque, vitto, e letto.

V.

V. Si provederà la casa delle Balie ancora di una Servente destinata alle faccende grosse della casa, a servire alla cucina, ed a lavare i panni coll' assegnazione del vitto, letto, e del salario mensuale di Lire tre.

VI. Si terrà sempre un numero di Balie nella casa corrispondente al bisogno dell'introito dei Bambini, da determinarsi dal Medico

VII. Non si permetterà, se non in caso di estrema necessità e per poco tempo, che una Balia allatti più di un Bambino alla volta.

VIII. I Bambini introdotti si consegneranno più presto che si può alle Balie estere; Intendendo però eccettuare i malsani, che dovranno essere ritenuti nella casa; e ciò sarà rimesso al giudizio del Medico.

IX. Le Balie di questa casa, e l'Estere potranno essere rimosse ogni qualvolta il Medico non le trovi più opportune per bene sodisfare all'uffizio di allattare.

X. Potranno le Balie continuare ad allattare i Bambini soltanto fino ai trenta mesi del loro latte.

XI. Le Balie da quì avanti, cioè quelle della casa dovranno essere dispensate da fare il Bucato, lavar le pezze, portar le legna, e fare altre simili faccende.

XII. Non potranno le Balie uscire in alcun tempo di casa, se non saranno in compagnia della Padrona, o suo ajuto, e di qualunque loro disordine sarà responsabile la Padrona.

XIII. Le Balie dovranno mangiare sera, e mattina a tinello colla Padrona. Si farà la seconda tavola per quelle, che saranno alla custodia dei Bambini, e impedite dai bisogni dei medesimi, e alla seconda tavola mangiarà la sotto Padrona. Nè per alcun motivo potranno le Balie accostarsi alla cucina.

XIV. Potranno le medesime nel tempo, che i loro respettivi Bambini dormono, attendere a qualche loro proprio lavoro, avvertendosi però che resta alle istesse proibito il filare.

XV. Incumberà alle Balie di procurare la pulizia, e nettezza dei Dormentorj; E due volte il giorno saranno tenute per qualche tempo aperte le finestre dei medesimi. A queste finestre dovranno esservi le tende. Apparterrà parimente alle medesime tener pulita la stanza del fuoco, alla finestra della quale dovrà esservi parimente la tenda.

XVI. Le Balie dovranno essere provvedute di utensili, e vasi per lavare, e tener puliti i loro Bambini.

XVII Nella stanza del fuoco delle Balie vi sarà un Acquajo con catinella, e brocche da acqua, e vi saranno sempre appesi al

rullo

rullo due Sciugamani, da mutarsi tutte le volte che la pulizia lo richiede.

XVIII. Si farà nella casa delle Balie una loggia spaziosa, e ben esposta, e che abbia l'aria aperta, dove in alcune ore potranno le Balie passeggiare anche con i loro Bambini in collo, o dove ancora potranno tendersi le pezze dei Bambini.

XIX. Vi saranno due stanze, una per servire di guardaroba alla Padrona, e l'altra per tenervi tutti i panni sporchi dei Bambini e delle Balie.

XX. Sarà destinata la stanza del tinello con quanto vi occorre di mobili, e sarà fornita ancora di biancheria, e piatti.

XXI. La stanza della cucina sarà separata dalla stanza del fuoco delle Balie, e sarà fornita ancor questa di utensili necessarj.

XXII. La sotto Padrona, e la Servente dovranno dormire nei Dormentorj dei Lattanti.

XXIII. Alle Balie di casa sarà accresciuto il loro salario mensuale fino ad una piastra. Lo stesso si praticherà rispetto alle Balie estere, con che a queste s'intenda assegnato il Salario predetto unicamente durante il tempo dell'allattazione, che si estenderà fino ai 15. mesi dell' età dei Bambini.

XXIV. Alle Balie estere nel tempo dell' allattazione saranno assegnate otto pezze line, quattro lane, e quattro fasce.

XXV. Dal tempo del divezzo fino all'età di quattro anni si darà alle Balie Lire tre il mese, e braccia cinque Panno lino; e braccia tre mezzalana, ed un paro scarpe per ciaschedun'anno; e braccia due canapino per la camiciuola un anno sì, e un anno nò.

XXVI. Dalli anni quattro ai sette inclusivamente si darà di salario quattro pavoli il mese; braccia sei pannolino; braccia quattro mezzalana, e para uno scarpe l'anno, e braccia tre canapino per la camiciola un anno sì, e uno nò.

XXVII. Nell'altri sussecutivi anni lo Spedale si regolerà secondo il suo solito costume.

XXVIII. Lo Scrittore dei Baliatici terrà un registro dei medesimi nella maniera, e forma, che si tiene nel Regio Spedale degl'Innocenti di Firenze: in cui si veda il numero degl' Esposti, e la loro età, ed averà l'obbligo di presentare ogni sei mesi al Governo la Tabella sì degli esistenti, loro età e sesso, che dei morti, loro età, e sesso, ed altra simile comunicherà alla Deputazione dei Medici.

XXIX. Sarà parimente obbligo dello Scrittore dei Baliatici di fare due volte l'anno la visita ai Baliatici delle Balie estere, ed ai Bambini poichè saranno slattati una visita l'anno.

XXX. Renderà in seguito esatto conto in scritto alla Deputazione dello stato di ciascun Bambino, e delle respettive Balie.

XXXI.

XXXI. Innanzi di intraprendere la visita, si farà dare dal Medico della casa delle Balie le istruzioni in iscritto delle cose, che deve notare, e queste istruzioni il Medico prima le dovrà passare alla Deputazione predetta.

XXXII. Dovranno i Balj ogni mese presentare l'attestato del loro Paroco nella maniera, e forma, che si pratica dal Regio Spedale degl'Innocenti di Firenze, senza del quale non riceveranno il loro salario.

XXXIII. E similmente di un tale attestato dovranno essere muniti i Balj, o Balie quando vengono a chiedere il Baliatico.

XXXIV. A tale effetto si farà stampare la formula dell'attestato predetto simile a quella del Regio Spedale degl' Innocenti per regola dei Parochi, ai quali dovrà distribuirsi.

XXXV. Sia premura, ed incumba allo Scrittore dei Baliatici di porre subito al collo della creatura esposta una medaglia di stagno, nella quale sia impressa la lettera del Libro, ed il numero corrispondente alla sua partita appesa ad un passamano di seta, legato e stretto con piccolo bollo di piombo coll' Arme dello Spedale, in modo che non possa offendere la creatura, e parimente non possa levarsi dal collo della istessa, senza tagliare il passamano, ò guastare il bollo.

XXXVI. Finalmente lo Scrittore de baliatici dovrá principiare a tener la scrittura, e registro dei medesimi dal dì primo Gennajo dell'anno prossimo futuro 1776., e ne darà annualmente alla Deputazione, dei Medici la dimostrazione, la quale essi presentaranno con le loro osservazioni a Sua Eccellenza il Sig. Luogo-Tenente Generale, a cui parimente renderanno conto almeno due volte l'anno dello stato della Casa degl' Esposti, e di quanto altro crederanno che possa meritare l'attenzione del Governo.

Il Medico, il Chirurgo, e la Soprabalia, o sia Padrona, dovranno osservare puntualmente e con esattezza le seguenti Istruzioni, nelle quali si prescrivono in dettaglio le Incumbenze a cui ciascuna persona di loro sarà tenuta di sodisfare.

D. OTTAVIO NERUCCI pubblico Professore.)
D. FRANCESCO CALURI pubblico Professore.) *Medici Deputati.*
D. GIUSEPPE BALDASSARRI pubblico Professore.)

ISTRU-

ISTRUZIONE

Per il Medico, e Chirurgo.

IL Medico, che farà destinato a presedere alla cura degli Esposti, ed alla salute, regolamento, e scelta delle balie dovrà ogni giorno far la visita alla casa delle balie, osservare tutti i bambini, visitare le balie, ed occorrendo fare ancora esperienza del loro latte. Alla di lui visita dovrá sempre assistere la Soprabalia. Darà a questa il medesimo tutti gli ordini per il regolamento dei bambini, e delle balie, ed a lei incumberà farli esattamente eseguire.

Sará premura del Medico unitamente alla Soprabalia di mandare più presto che si può i bambini a balia: essendo di molta importanza, che gli esposti qualora non siano infermi, si consegnino quanto prima alle balie estere.

Non approverà alcuna balia, se prima mediante un rigoroso esame non si sia assicurato dello stato di sua salute, e della qualità del di lei latte, e di tutto ciò, che concerne una buona balia.

Alle balie estere darà tutte le istruzioni necessarie, sì pel tempo dell' allattamento, come ancora per il loro regolamento quando gli spoppano, e specialmente sopra la invalsa maniera di fasciargli.

Averà cura di fuggire le balie di pelo rosso, perchè sogliono avere un latte agro, e meno al caso per nutrire i bambini.

Parimente secondo i relativi bisogni dei medesimi, essendo nel caso di poter sceglier la balia, ordinerà che piuttosto a questa, che a quella sia consegnata la creatura.

Se verranno bambini infetti da contagio venereo, rogna, o altro male cutaneo, non saranno dati all' estere, ma si terranno nel Convento procurando i mezzi per liberargli; e sarà molto vigilante, e si cautelerá, perchè non comunichino il male alla balia, che gli deve custodire.

Sarà uffizio suo di regolare in caso di bisogno il vitto ordinario della balia: e come la medesima dovrà contenersi nel dare il latte al bambino.

Se alle balie sopravvenisse male alle mammelle, o altra esterna infermità, ordinerà al Chirurgo la cura delle medesime.

Similmente ordinerà al Chirurgo la visita dei bambini per assi-

curarsi se sono inperforati, o abbiano altri incomodi, che richiedono la cura chirurgica.

Se tra i bambini, che ancora sono nella casa delle balie, qualcuno fosse inquieto per qualunque fisica cagione, ordinerá, che sia tenuto in una stanza a parte.

Osserverà, come la balia allatti il bambino, e come se lo ponga al petto, e le indicherá la maniera per cui non venga a chiudersели il naso accostandoselo alla mammella.

Sarà ancora incumbenza sua di tenere un registro a giornata dei bambini, che si introducono; ed in esso noterà le loro fisiche circostanze, e di dove vengono, e quanto possano essere stati per istrada: e terrà parimente a giornata registro dei morti nella casa, notandovi la malattia, le cause evidenti della medesima, e la sezione del cadavere, la quale sarà in obbligo di fare il Chirurgo alla di lui presenza, e colla sua direzione.

Terrá un libro, o ricettario dove a giornata noterá le ordinazioni, che occorreranno per la spezieria. Ogni tre mesi presenterà alla Deputazione dei Medici il resultato di questi registri; e tanto egli che il Chirurgo dovranno dipendere dalla medesima per il regolamento fisico dei bambini, e balie.

Sarà inoltre obbligo del medesimo di ricorrere alla istessa Deputazione per qualche caso straordinario di malattia.

Ancora sará obbligo del Medico, é del Chirurgo di dirigere, e fare l'annesto del vajolo ai bambini dello Spedale due volte l'anno nel luogo, che sarà destinato, conforme comanda S. A. R.

Sopra di ciò consulterà prima la detta Deputazione per farlo col metodo più semplice, come la Deputazione propone.

Terrà un registro a parte degli annesti, dove noterà le cose rimarcabili di questa operazione, ed il suo successo, e lo passerà alla Deputazione.

D. OTTAVIO NERUCCI pubb Professore.)
D. FRANCESCO CALURI pubb. Professore.) *Medici Deputati.*
D. GIUSEPPE BALDASSARRI pubb. Professore.)

ISTRU-

ISTRUZIONE

Per la Soprabalia, o sia Padrona della Casa delle Balie.

SArà obbligo della Soprabalia d' invigilare al buon governo, ed ordine della Casa delle balie, e bambini alla sua custodia commessi, facendo eseguire tutte le istruzioni, che dal Medico saranno date pella direzione generale, e particolare di ciascun lattante, e delle balie.

Visiterá due volte il giorno ciascun lattante; osserverà come sia tenuto, se sia quieto, se poppi, se orini, e vada di corpo, e riferirà tutto al Medico nella visita giornaliera.

Dovrà essere sempre assistente alla visita del Medico, e del Chirurgo, e prenderà gl' ordini per farli pontualmente eseguire.

Inoltre sarà ancora suo speciale obbligo di visitare spesso, sì di notte, che di giorno i dormentori dei Bambini, cercando di sorprendere le balie quando meno se lo aspettano.

Sarà sua premura, che nel dormentorio dei Bambini stia sempre acceso la notte il lume: e parimente che nella stanza del fuoco vi sia una quantità di legna per il bisognevole del fuoco.

Veglierà al buon costume delle Balie, e a mantenere tra loro la concordia; e sarà sua premura che le medesime quotidianamente facciano in comune gli esercizj soliti di Pietà, e Religione.

Averà in custodia tutta la biancherià, mobili, arnesi ec. della Casa delle balie, e ne dovrà rendere conto agl' Uffiziali dello Spedale.

Sarà ancora suo uffizio, che a lei siano consegnate quante pezze line, lane, e fasce, e pelli li saranno necessarie secondo il numero dei Lattanti esistenri, ed osserverà, e sarà sua incumbenza che siano le line di biancheria un poco lacera.

Mangerá sempre in capo di tavola colle Balie: e potrà avere il suo desinare a parte.

Piglierá come gl'altri Uffiziali dello Spedale il nome delle balie: e da lei saranno presentate al Medico, ed al Chirurgo per l'approvazione.

Sarà ispezione sua, che il Medico, e Chirurgo facciano il loro

loro dovere, e che gli ſpeziali dello Spedale puntualmente ſomministrino i medicamenti.

Dal Miniſtro, o Maeſtro di caſa dello Spedale dovrá la medeſima, e per eſſa la Sottopadrona ricevere i giornalieri commiſtibili, legna, olio, ed altro per il vitto delle Balie, e dell'altre perſone di queſta Caſa.

Ordinerà il pranzo, e la cena, e non permetterà che in mano delle Balie vada, ſe non l'avanzo del Pane, e Vino, o di qualche companatico giá cucinato, ed avanſato alla loro comune menſa.

Finalmente non permetterà, che alcuna perſona eſtera sì uomo, che donna poſſa entrare nel Dormentorio delle balie, e nella loro ſtanza del fuoco, e che niuno poſſa parlare alle medeſime ſe non alla di lei preſenza.

D. OTTAVIO NERUCCI pubb. Profeſſore;)
D. FRANCESCO CALURI pubb. Profeſſore.) *Medici Deputati.*
D. GIUSEPPE BALDASSARRI pubb. Profeſſore.)

ME-

A *Dalla Dimostrazione esibitaci dai*
come pure del numero de

Furono Introdotti nello Spedale di S. Maria della Scala di Siena dal primo Luglio 1754. al 30. Giugno 1774.		Nel 1°. Anno	
		Nel Conv. delle Balie	In Città
Maschi 2410.	Femmine 2662.	1071.	135.
N°. 5072.		2764.	
Ragguagliano per ogni Cento dei suddetti introdotti .		54. [illegible]	

B *Ristretto di tutti i Bambini nati*
Pievano di S. Gio: Battista di

Ragguagliano i Morti per ogni Cento dei suddetti nati .	33. $\frac{1}{3}$

D *Numero dei Bambini introdotti*

INTRODOTTI .	Morti nel 1°.
N°. 15847.	7715.
100.	48.

A *Dalla Dimostrazione esibitaci dai Ministri del Regio Spedale di S. Maria della Scala del numero degli Esposti stati introdotti nel medesimo Spedale per il corso di anni venti, come pure del numero dei Morti fra i medesimi dentro l'età di sett' anni, prendendosi a esaminare le somme di detto Ventennio ne risulta quanto appresso, cioè*

Furono Introdotti nello Spedale di S. Maria della Scala di Siena dal primo Luglio 1754. al 30. Giugno 1774.		Morirono fra i dicontro Introdotti nell'infrascritte Età in anni venti																TOTALE dei Morti dentro l'età di 7. Anni.		
		Nel 1°. Anno di Vita			Nel 2°. Anno		Nel 3°. Anno		Nel 4°. Anno		Nel 5°. Anno		Nel 6°. Anno		Nel 7°. Anno					
Maschi	Femmine	Nel Conv. delle Balie	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città	In Città	Fuori di Città		Nel Conv. delle Balie	In Città	Fuori di Città
2410.	2662.	1071.	135.	1558.	228.	409.	54.	135.	38.	57.	19.	28.	11.	19.	25.	7.		1071.	310.	2213.
N°. 5072.		2764.			637.		189.		95.		47.		30.		32.			3794.		
Ragguagliano per ogni Cento dei suddetti Introdotti.		54. 1/2			12. 1/2		4. —		2. —		— 3/4		— 1/2		— 1/2			74. 3/4		

B *Ristretto di tutti i Bambini nati dentro la Città di Siena dal primo Gennaro 1755. a tutto il 1774., non compresovi gli Esposti dello Spedale, secondo la nota esibitaci dal Pievano di S. Gio: Battista di detta Città, come ancora del numero dei morti fra i medesimi in detto ventennio avanti di compire l'età d'anni 7. secondo le note ec.*

Numero dei Bambini nati in Siena nel suddetto ventennio.		Morti fra i dicontro nati nell'infrascritte età nel suddetto ventennio.														TOTALE dei Bambini morti dentro l'età di 7. Anni.	
		Nel 1°. Anno di Vita.		Nel 2°. Anno di Vita.		Nel 3°. Anno di Vita.		Nel 4°. Anno di vita.		Nel 5°. Anno di vita.		Nel 6°. Anno di vita.		Nel 7°. Anno di vita.			
Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine
4853.	4725.	1501.	1328.	481.	534.	165.	166.	68.	71.	65.	52.	54.	32.	27.	27.	2360.	2211.
9578.		2829.		1015.		331.		139.		117.		86.		54.		4571.	
100.		29. 2/4		10. 3/4		3. 2/4		1. 2/4		1. 1/4		— 3/4		— 2/4		47. 3/4	

C *Ristretto dei Bambini nati nel suddetto ventennio nei Suburbj della Città di Siena, come ancora dei morti fra i medesimi in detto tempo prima di compire l'età di anni sette, ricavato ec.*

NATI		MORTI														TOTALE dei Morti.	
		Nel 1°. Anno		Nel 2°. Anno		Nel 3°. Anno		Nel 4°. Anno		Nel 5°. Anno		Nel 6°. Anno		Nel 7°. Anno			
Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine	Maschi	Femmine
2998.	3002.	1025.	1011.	212.	202.	72.	85.	58.	42.	33.	35.	28.	36.	17.	29.	1449.	1436.
In tutti N°. 6000.		2036.		414.		157.		100.		68.		64.		46.		2885.	
Ragguagliano i Morti per ogni Cento dei suddetti nati.		33. 11/12		6. 11/12		2. 7/12		1. 8/12		1. 2/12		1. 1/12		— 9/12		48. 1/12	

D *Numero dei Bambini introdotti in un ventennio come sopra nello Spedale degl' Innocenti di Firenze; e dei Morti fra i medesimi in detto tempo dentro l'età di 7. Anni.*

INTRODOTTI.	Morti nel 1°. Anno.	Morti nel 2°. Anno.	Morti nel 3° Anno.	Morti nel 4°. Anno.	Morti nel 5°. Anno.	Morti nel 6°. Anno.	Morti nel 7° Anno.	Totale dei Morti.
N°. 15847.	7715.	2261.	766.	158.	69	35.	19.	11023.
100.	48. 11/16	14 4/16	4. 13/16	1.	— 7/16	— 3/16	— 2/16	69. 9/16

E

Paragone del numero dei Bambini esposti, Decembre detto, con quelli egualm principiando dal 1. Gen

Anno ultimo del vecchio Regolamento	Anno Maschi	1775. Femm.	Totale	Anno primo del Regolamento
Furono esposti dal 1. Gennaro a tutto il 31. Decembre 1775.	113.	120.	233.	Furono esposti dal naro a tutto il 3 cembre negli ann
Somma	113.	120.	233.	S
Morirono dei suddetti Esposti nel corso del detto anno del vecchio Regolamento.	73.	62.	135.	Morirono dei Esposti nel corso anni suddetti.
Somma	73.	62.	135.	S

E

Paragone del numero dei Bambini eſpoſti, e morti nel corſo dell' anno 1775. principiando dal 1. Gennaro a tutto il 31. Decembre detto, con quelli egualmente eſpoſti, e morti nel corſo degli anni 1776. 1777. 1778. e 1779. principiando dal 1. Gennaro a tutto il 31. Decembre detto del nuovo regolamento.

Anno ultimo del vecchio Regolamento	Anno 1775.			Anno primo del nuovo Regolamento	Anno 1776.			Anno 1777.			Anno 1778.			Anno 1779.		
	Maſchi	Femm.	Totale		Maſchi	Femm.	Totale	Maſchi	Femm.	Totale	Maſchi	Femm.	Totale	Maſchi	Femm.	Totale
Furono eſpoſti dal 1. Gennaro a tutto il 31. Decembre 1775.	113.	120.	233.	Furono eſpoſti dal 1. Gennaro a tutto il 31. Decembre negli anni	96.	110.	206.	109.	100.	209.	110.	137.	247.	91.	114.	205.
Somma	113.	120.	233.	Somma	96.	110	206.	109.	100.	209.	110.	137.	247.	91.	114.	205.
Morirono dei ſuddetti Eſpoſti nel corſo del detto anno del vecchio Regolamento.	73.	62.	135.	Morirono dei ſuddetti Eſpoſti nel corſo degli anni ſuddetti.	42.	43.	85.	36.	36.	72.	41.	45.	86.	24.	31.	55.
Somma	73.	62.	135.	Somma	42.	43.	85.	36.	36.	72.	41.	45.	86.	24.	31.	55.

Biagio Bartalini Medico delle Balie.
Salvadore Tonini Chirurgo.

MEMORIA

SOPRA

IL FOSFORO MARINO

DEL

SIG. CONTE DI BORCH

CONDOTTIERE DELLA PRIMA COMPAGNIA DELLA CAVALLERIA DELLA NOBILTA' DEL GRANDUCATO DI LITUANIA ec.

Presentata all' Accademia, e letta nella pubblica adunanza del 30. *Novembre del anno* 1778.

Fin dal tempo, che nel 1677. così egregiamente il troppo celebre Chimico Kunkel scoprì il già conosciuto qualche anno prima famoso Fosforo dall' Amburghese Brand, ma invidiosamente dal medesimo celato, poi col rossore delle arti nello stesso tempo venduto a molti dal nominato Krafft, come lo riportano le annali delle scoperte del Secolo, tutti i più bravi Chimici dell' Europa si sono impegnati a gara per ritrovare, e rendere più comune un segreto da pochi conosciuto, e tanto interessante per gli effetti maravigliosi che produceva. Troppo sono noti i lavori del famoso Margraff, e dei celebri Boile, Hellot, Geoffroi Dufay, Becher, Sthal, e ultimamente dei Signori Macquer, e Baumè, per creder d'uopo di riportare il loro procedere. Tutti hanno avuto in vista il fosforo del prelodato Kunkel, e benchè fra di loro fosse qualche differenza nell' impiegare il piombo di corna, e l' alcali volatile, e principalmente negli spiriti provenienti dalle fecce vegetali, e dall' orina umana ridotta a consistenza di miele, tutti hanno ritrovato la medesima conseguenza con piccolissime variazioni. Ma come lo spirito umano, simile in questo alla scintilla elettrica, suol prendere una forza maggiore, e una luce più grande da i medesimi ostacoli, che rincontra sul suo camino, gl' impegni di tanti

valorosi Professori furono da mille curiosissime scoperte inseguiti: Così si è trovata la pietra di Bologna, così si è indovinato, o almeno sospettato il principio del vivo fulgoro, dal quale risplendono tanti insetti luciferi, il legno guasto, i pesci sul punto della putrefazione, certi spathi, ed altri fluori calcinati &c. Così ancora la mente piena delle verità riconosciute, e dai principj stabiliti da cotesti lavori, cedei al vivo desiderio di una nuova scoperta dal caso offertami, e che mi riuscì a maraviglia, come più a basso la spiegherò. Sul fine dell'anno 1776. nella traversa che feci da Napoli in Sicilia, osservai la quantità di particelle lucenti, che da tutte le parti coprivano la superficie del mare. Già mi erano note le ricerche fatte sopra codesto punto da molti valenti Fisici molti anni addietro, e principalmente quelle fatte dai Signori Rigault, e Fougeroux nel 1763. e 1764., in seguito delle quali hanno riconosciuto provenire cotesto fenomeno da una quantità inesplicabile di Polipi, o sia Scolopendri monoculi, binoculi &c. luciferi. Così dunque contentandomi di cotesta spiegazione non cercai nel momento a sapere altro. Ma pochi mesi dopo, trovandomi a Palermo, nel tempo dove il passaggio del pesce Spada lo rende così comune, che non vi è Casa un poco comoda, che non ne faccia un uso, per così dire stravagante; badai a qualche testa del medesimo pesce, buttata, e fuori d'uso, che trovandosi in uno stato di putrefazione un poco avanzata, produceva un lume chiaro e gratissimo all'occhio. Troppo comune essendo il fenomeno del fulgore dei pesci nel momento della distruzione loro, sprezzai al principio questa osservazione mia. Ma poi ci ritornai con la maggior premura, pensando che questa era l'occasione e lo stato il più favorevole per procurarsi i lumi necessarj alla spiegazione, e l'ultima determinazione di un effetto così particolare, del quale, fin ad ora, di certo non si conosceva l'origine. Impiegai a tal effetto tutte l'operazioni, che ci offerisce la Chimica, e dopo un lavoro non tanto indifferente, ottenni un risultato troppo interessante l'umanità e l'estensione delle cognizioni nostre per non doverlo tenere più tempo occulto.

Ma prima di svelare questo arcano non mi pare cosa indegna della curiosità del chimico, e del letterato ancora, di condurlo passo a passo dai primi lavori sino all' ultimo periodo della mia scoperta.

Già dal primo momento del sospetto che ebbero certi chimici della proprietà lucifera di certi corpi lucenti nello stato della putrefazione, posero cura all'esame rigoroso della natura loro, e all'estrazione dell' olio fosforico che stimavano essere da questi corpi sprigionato. Hierne nel supplemento del suo Prodromo *historiæ natu-*

tu-

turalis Sveciæ, nel defcrivere la proprietà rimarchevole di una terra del paefe, verfo il lago di Bahus, che diventava lucente nel porfirizzarla, parla di un olio eftratto da effa, ma confeffa effere ftato giallo cupo, pieno di fecce, e puzzolente, però infiammabile al contatto dell' aria ambiente, e totalmente fosforico

Fin ad ora tutti quelli che fi fono al medefimo lavoro adattati, almeno per quanto io fappia, hanno avuto fimili rifultati, o poco differenti di quei ch' ebbe il prelodato Chimico Svezzefe.

Illuminato dai loro lavori, ho creduto dovere prendere una ftrada differente, ma finchè non mi rifolvei a lafciar totalmente l' unione del fluido fosforico col peftato non potei mai ottenere, che un olio torbido, e tale quale l' avevano, molto prima di me, ottenuto Hierne, Beccher, ed altri celebri Chimici.

Prefi dunque trenta tefte di pefce Spada (*a*), le fofpefi tutte alla muraglia con un piatto pulito fotto ognuna di quefte. Così lafciai fare alla Natura fola la fua operazione, e nel diftaccamento delle parti componenti, come fuol fuccedere nella diftruzione dei corpi operata dalla putrefazione, ricevei in cotefti piatti, goccia a goccia, un olio graffo, torbido, giallo rofficcio, e con un odore molto forte. Dopo un' efpettativa di fette giorni, ottenni un olio più chiaro, perchè le particelle che l' intorbidavano, e, per così dire, velavano la di lui naturale limpidezza quantunque imperfetta, colla quiete, e la proprietà della gravità intrinfeca, fi fono precipitare al fondo di ognuno di quefti vafi. Quefta epoca, che io chiamerò lo ftato fecondario della foftanza da me analizzata, mi diede un olio fempre giallo, ma più leggiero, men graffo, e avendo al fenfo dell' odore, una fragranza men difpiacevole.

Nel veder rifchiarir così cotefto olio dal folo ripofo, credei che ci baftava la mano fola del tempo per renderlo limpido all' uguaglianza di qualche altro fluido diafano, ma m' ingannai, e dopo una inutile afpettativa di molti giorni, non ci rinonobbi neppur la più debole variazione in favor mio. Ebbi allora ricorfo all' acqua, coll' idea di lavare queft' olio, e purificarlo dalle parti eterogenee, che potevano cagionare la fua foverchia denfità, fe m' è lecito di fpiegarmi così; ma quefta prova mia non ebbe altro fucceffo, che quello di provarmi che l' olio fosforico effendo nello ftato d' imperfezione, pare cangiar di proprietà intrinfeca, e acquiftando la gravezza degli olj provenienti dai vegetabili dai paefi caldi, come

 fa-

(*a*) Non ho lavorato che fopra le tefte fole, perchè ho offervato che quefta parte è la più ricca di fucchi oliofi, e non vi farà dubbio veruno, offervando che la tefta è la fede delle parti più preziofe della noftra organizzazione, e per così dire, il centro dei nervi, dei mufcoli. delle fibre ec.

ſarebbe il Saſſofraſſo, la Cannella ec., caſca al fondo del vaſo; tutto al contrario eſſendo depurato, viene a eſſere d'una leggerezza tale, che la più debole colonna d'acqua regge il ſuo peſo, e la mantiene ſopra la ſuperficie come gli olj di Cedrato, di Limone ed altri della medeſima natura.

Ma come però il meſcolamento di queſto olio coll'acqua non li ha levato affatto la ſua proprietà infiammabile, imaginai di diſtillarlo all'uſo delle rettificazioni degli olj eſſenziali. Impiegai a tale effetto un lambicco ordinario, e ſervendomi d'un bagnomaria molto dolce, dopo una diſtillazione di quindici giorni conſeguenti a grado ſempre uguale, ottenni un'acqua limpidiſſima, carica nella ſuperficie d'un olio bianco giallino. Raccolſi queſt'olio, coll'imbuto, come ſi ſuol fare quando ſi purgano gli olj eſſenziali, e lo miſſi dentro diverſe boccie di criſtallo ben otturate con i ſuoi turacci della medeſima natura ſmerigliati. Più d'un anno già conſervo queſto fosforo, e me ne ſervo nei biſogni ſempre colla medeſima chiarezza, la medeſima limpidezza, e producente un lume così grato, quanto la puol produrre il Fosforo Kuukeliano, o almeno quei che ſogliono vendere ſotto queſto nome. Di più poſſo darmi il vanto che queſto fosforo, nel riunire tutte le proprietà del ſopra nominato, offeriſce ancora una limpidezza, che non ho ancora viſta in neſſun fosforo.

Avendomi aſſicurato così la poſſibilità e la certezza d'un nuovo fosforo marino liquido, e facile a ottenerſi, credei non eſſere più difficile a darli una certa conſiſtenza, per ridurlo in maſſa, e far quello che va chiamato da tutti fosforo in pietra. Ma benchè queſto ſtato ſia il primo del Fosforo Kuukeliano, inutilmente impiegai più d'un giorno, prima di pervenirci: alfine mi venne nella mente che la ſola volatilità ſoverchia poteva eſſer la cagione della difficoltà, che rincontravo nella condenſazione di coteſta natura; per ovviare a codeſto, immaginai di ſervirmi del metodo uſato dai Chimici, per dare al fosforo già a conſiſtenza di ſego una forma colunnare più propria ai ſuoi uſi. Con un imbutino di vetro, verſai del fosforo mio liquido dentro parecchi tubi di vetro, di differente diametro interiore, meſcolato col bolo roſſo, preſentai codeſti tubi perpendicolarmente ſoſpeſi alla fiamma d'un fuoco dolce al principio, ma ſempre più gagliardo. Queſto lavoro mi fu dal più gran ſucceſſo appagato, perchè viddi a poco a poco le parti più graſſe del fosforo colare al fondo del tubo, ed unirſi inſieme, malgrado il bollore che l'effervеſcenza del caldo nel liquore occaſionava. Eſſendomi accorto di coteſto fenomeno, ritirai i tubi dalla vicinanza della fiamma, e laſciai coteſti raffreddarſi, con cau-

tela

tela grande. Quando poi sentii i tubi in istato di poter essere maneggiati colle mani nude, mi misi a osservare il risultato, e viddi che dal fondo dei tubi il fosforo era condensato per lo più all' altezza di due pollici e quattro linee di Francia. Sopra si trovava un olio molto denso, ma sempre liquido all'altezza di cinque pollici e più. Il di sopra era rimasto nello stato primitivo del fosforo liquido, come era nel momento quando l'intromisi nel tubo. Levai il turacciolo, versai con inclinazione l'uno e l'altro olio, o sia fosforo, sempre il chiaro retto dal denso, ma mi fu impossibile di tirare fuori il fosforo condensato, perchè s'era attaccato alle pareti del tubo. Fui dunque costretto a romperlo, e così ottenni un cannelletto di fosforo condensato, della grandezza di due pollici, e quattro linee, come l' ho osservato qui sopra. Sottomessi codesto a tutte le prove requisite, e trovai che non era inferiore al fosforo Kunkeliano, Margraviano &c &c.

Giusto però e semplice che fosse questo rapporto mio, non mi sembrerebbe bastevole, se al metodo di fare questo Fosforo non vi aggiungessi qualche osservazione mia sopra la di lui natura. Viviamo in un Secolo spregiudicato, o almeno meno facile a ricevere le impressioni di tutti coloro, che vogliono tutto sistematizzare nella Natura, ma nel medesimo tempo dai saggi provedimenti di essa siamo costretti di confessare che v'è in essa un' unitá di principio, che dà vita e moto all'immensa quantità d'individui, che ci adornano. Se dunque riconosciamo da questo generale avvertimento quest' unità universale, perchè in tutti i fenomeni nella Natura cercare un principio differente, perchè attribuire a degli acidi, a delle terre *sui generi* le più piccole variazioni, che nei prodotti loro riconosciamo?

Il legno guasto, i pesci sul punto della putrefazione diventano lucenti, e tutti non hanno dubbio veruno di riconoscere, che codesto proviene dalla presenza di certi animalucci luciferi, che vi s'annidano.

Il mare, al tramontar del sole, si vede coperto di punti luminosi, che fanno d'una maniera molto vaga scintillare la di lui superficie; all'aspetto di codesto fenomeno i sentimenti si dividono perchè l'effetto cade meno sotto i sensi: chi ci riconosce la medesima presenza dei Scolopendri luciferi, e chi vuole che tutto questo non sia che una semplice emanazione dal bitume marino, reso infiammabile e lucente dopo la sua unione col flogisto, o sia sparso nell'aria atmosferica ambiente, o proveniente dalle distruzioni degli animali precipitati al fondo del mare.

La pietra di Bologna dopo la sua calcinazione produce un vi-

vo

vo fulgore, il Mercurio nel tubo diventa luminoso, il Fosforo Kunkeliano, Margraviano, Nevvtoniano &c., sia liquido, sia condensato, sparge un lume vivo, e grato all' occhio, tutti questi effetti, quantunque a cagione d' una certa fra di loro analogia siano chiamati fosforici, contutto ciò ognuno cerca a dar loro un' motivo, e la maggior parte un principio differente.

Non sono tanti i principj che reggono la Natura, se già si risguarda come deciso che il fluido elettrico, il magnetismo, la gravitazione, ed il flogisto non siano che un solo principio motore, ma diversamente modificato; tante meno diversità si debbono considerare nelle suddivisioni d' ognuno di questi generi.

Per non allongare dunque inutilmente questo discorso, prima di concludere, presentiamo una leggiera analisi di tutte queste variazioni.

Il legno guasto, e i pesci sul punto della putrefazione diventano lucenti, a cagione della presenza di questi animali luciferi, come l' hanno gia osservato da molti anni; ma questi animali non avrebbero cotesta facoltà, se non avessero sparso sopra il loro corpo, la schiena, e le ale particolarmente, un umore fosforico, simile a quello che suol provenire dal corpo umano, quando dopo un riscaldamento interiore molto violento, si espone all' aria ambiente. Come suol succedere comunemente nel cambiar la camiscia, o le calze, o ancora nel passar la mano a contra pelo sopra la schiena d' un gatto, o sopra una pezza di panno. Nel primo momento pajono questi fenomeni avere tutti un principio differente, ma nell' analisi si riuniscono i prodotti, e ricascano tutti nel seno d' una sola sorgente.

Mi rammento in questo momento un anecdoto riportato dall' Accademia dei curiosi della Natura, citata dal valente Chimico Henkel, nella sua dissertazione del sudore fosforico, alla fine della di lui *Flora Saturnisans*. Traduco quì le sue parole.

„ Un amico mio già morto adesso, uomo di studio, d' un
„ temperamento sanguinolento, facendo gran consumo di sale nei
„ pasti, principiando ad essere dalla podagra assalito, ballò un gior-
„ no di maniera tale, che si trovò molto aggravato, e credette
„ di morire per la scossa violenta data agli umori, e l' abondante
„ sudore, che da codesto provenne. Frattanto che lo spogliavano al
„ bujo, gli assistenti notarono che la di lui camiscia era tutta lu-
„ minosa, e, per così dire, infiammata. Al ricuperare del senti-
„ mento, restò molto sorpreso, fa chiamare gli amici, che l' assi-
„ curano tutti della certezza del fatto, quantunque non fossero di
„ lui meno sbigottiti. Si comanda la candela, e come ognuno

fa-

„ facilmente se lo figura, una luce più forte fece sparir la più de-
„ bole; si scoprirono solamente sopra la camicia delle macchie ros-
„ se, come quelle che si sogliono osservare sopra la lingua dei ra-
„ gazzi; si sentì nel medesimo tempo una fragranza, che fu de-
„ cisa urinosa da un medico che lì si trovò presente. Era co-
„ desta meno d'un odore alcalino volatile, e più tosto muriati-
„ co acido, pieno d'acrimonia, simigliante a quei che svaporano
„ le esalazioni dei cavoli marinati coll'aceto, quando principia
„ no a invecchiarsi, e a dare in fermentazione. Allontanata essen-
„ do la candela, parve un'altra volta la camicia luminosa, ma
„ il di lei lume emanante era già più debole: non fu osservato
„ quanto tempo durò codesto, perchè tutti se ne andarono.

Fatto questo racconto, così ne spiega l'ethiologia il sopra da noi nominato Chimico. Gli umori dei podagrici, dice costui, peccano sovente per il troppo d'acido muriatico, il vino, l'aceto, la birra, l'acquevite, il latte &c., producono nel nostro stomaco una grandissima abbondanza d'umori acidi, simili per l'odore alla fragranza che proviene dai cavoli fermentati dei Tedeschi. Codesto odore non viene semplicemente da questi cibi, ma ancora dal sal marino, che sogliamo usare nei nostri pasti: a questo è dovuta l'esistenza dell'alkali volatile; si potrebbe ancora attribuirli l'origine del fosforo. Almeno non se ne può intieramente dubitare, se si considerano gli umori densi, terrosi, salini, e più concentrati, che da questa causa sogliono provenire, e producono un sudore fosforico, o almeno d'una simile natura.

Vaga, e profonda è la dissertazione dei Signori Rigault e Fougeroux, e con le prove fatte da loro non si può ricusare nissuno alla persuasione, che la cagione del vivo fulgore delle scintille, che si scuoprono sopra la superficie del mare, non siano tanti insetti, o per spiegarmi con i termini loro, tanti Scolopendri monoculi e binoculi luciferi, che qualche volta sono i medesimi, che si annidano nel legno guasto, e particolarmente nelle parti del pesce morto, minacciate della destruzione, o sia della decomposizione dei componenti, e qualche volta poi hanno una configurazione differente, ma godono sempre dei medesimi privilegj, o sia facoltà: ma non avrebbero codesti quella proprietà lucente, se non fossero loro medesimi pieni di quel sale marino alcalino volatile, che in loro produce quel sudor fosforico, solo motivo che li rende luminosi.

Il regno minerale nei generi suoi non è men ricco di prodotti fosforici, la pietra di Bologna, il Mercurio depurato, in fine i fosfori medesimi, che ci presentano tanti effetti maravigliosi, non gli ot-

offrirebbero alla nostra curiosità, se non avessero, chi più, chi meno, i medesimi principj del sal marino alkalino volatile, che fino ad ora solo si crede la base del fosforo.

Noi medesimi se sentiamo nei vestimenti nostri simili fenomeni non cerchiamo inutili sottigliezze per spiegare codeste emanazioni, e l'abbondanza del medesimo principio che si manifesta più o meno visibilmente in noi, secondo il più o meno di sopra abbondanza del sal marino alkalino volatile che i cibi presi da noi hanno esposto ad una viva effervescenza nel nostro stomaco.

Il fermento, il menstruo o sia acido gastrico destinato alla cozione degli alimenti da noi presi interiormente, non si conosce ancora distintamente, ma quello ch'è sicuro è, che codesto acido forma mille sali neutri nel combinarsi con le varie nature, che formano i nostri cibi, e bisogna che sia più potente di tutti gli altri, trovandosi con questi in una giusta proporzione, giacchè gli satura e gli sottomette tutti alla digestione.

Giungeremo a questo una debole osservazione nostra sopra la maniera colla quale si manifestano codeste scintille fosforiche.

Quando la frizione dell'acciarino fa uscire il fuoco dal selce o sia pietra focaja non è vero ch'esca veramente la scintilla dalla pietra o dall' acciarino. Nè l'una nè l'altra di queste nature racchiudono quelle particelle ignee, che allora si scuoprono; è la durezza dei due corpi opposti, che presentando all'aria compressa dalla violenta scossa una resistenza quasi uguale, ed un ostacolo al passaggio, unisce le particelle nitrose, ed infiammabili sparse nell'aria, e le infoca col calore, che produce la frizione dei due corpi, uno contro l'altro violentemente urtati.

L'istesso proviene nei fenomeni fosforici, ma con una forza minore, perchè nella Natura l'effetto sempre è proporzionato alla cagione. L'effervescenza soverchia prodotta nel nostro stomaco dal combattimento dell'acido gastrico colle nature opposteli, si manifesta in tutta la massa del sangue, nel chilo, e in tutte le secrezioni; appena codesto calore rincontra un'aria fresca, o non tanto carica di particelle infiammabili, subito allora si ristabilisce l'equilibrio e si vedono da tutte le parti uscire scintille simili all'elettriche, fin tanto che la saturazione non sia perfetta. Allora come nelle boccie fosforiche, quando l'aria atmosferica è consumata, come si dice il lume sparisce, ed il fenomeno cessa. Codesta materia è così ricca, che si potrebbero dire mille cose, per appoggiare questo sistema: riserbo quelle prove per una Memoria, che avrà questo solo oggetto in vista; quello che ne ho detto quì, basta per quelli che sanno. Spero però che se mi son sbagliato nei ragionamenti miei, l'illustre Accademia, a cui gli presento, scuserá la mia debolezza, in favore della mia nuova scoperta communicatale, e particolarmente in favore del mio vivo zelo verso di essa.

LET-

DUE LETTERE ORITTOLOGICHE

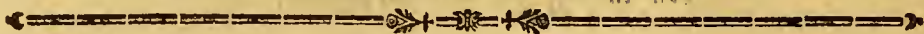
Del Sig. Giovanni Federico Guglielmo Charpentier, Profeſſore di Mineralogia ec. nell' Accademia Elettorale di Freyberg, e Conſigliere delle commiſſioni delle Minere nella Saſſonia, al Sig. Giovanni Arduino, Soprintendente Pubblico all' Agricoltura dello Stato Veneto, tradotte dal Franceſe con la riſpoſta alle medeſime.

LETTERA I.

Freyberg li 28. *Febbrajo* 1777.

PRegiabiliſſimo amico! Quantunque paſſato ſia un anno da che mi trovo ſenza voſtre lettere di riſpoſta all' ultima mia, e di nuove della voſtra ſalute, mi luſingo nondimeno di eſſere ancora nella voſtra memoria, e quindi oſo d' incomodarvi nuovamente con queſto foglio. Due dei noſtri Mineriſti ſtati coſtì chiamati pel lavamento di Minere, dimani partiranno di quá per Venezia, ed io non ſo fare ad eſſi miglior ſervigio, che quello di raccomandarli alla voſtra grazia e bontà. Accordate loro accoglienza favorevole, e ſpero che li troverete buoni lavoratori e da bene. Permettete che al caſo di biſogno ſi addirizzino a voi, Signore, e ſe per avventura non ſi trovaſſero forniti di tutte le notizie e informazioni in rapporto al loro meſtiere, ed ai lavori che loro veniſſero preſcritti, attenderò gli ordini voſtri per ſomminiſtrar loro i lumi, dei quali abbiſognaſſero.

Nel tempo in cui ſono ſtato privo della voſtra corriſpondenza, ho aumentate di molto le mie oſſervazioni per l' iſtoria Mineralogica della Saſſonia, che ſenza dubbio ſarà pubblicata al termine dell' anno corrente. Tra le più degne di attenzione io conto le due ſeguenti. Ho trovato degli ſtrati di marmo calcario dentro, e tra gli ſtrati del noſtro *Kneus*, o ſivvero ſchiſto quarzoſo, ma però ſenza Pietrificazioni, e queſti alla profondità di 20. fino a 30. pertiche (*Exapedæ*) di profondità. Nel di ſotto di tali ſtrati trovaſi in molti luoghi della Galena, della Blende, della Pirite, e altri minerali, e li filoni gli attraverſano medeſimamente che gli ſtrati dell' altre pietre. La ſeconda, non meno importante, è la poſizione alternativa del Granito col *Kneus*, o degli ſtrati del primo e ſopra e ſotto il ſecondo. Queſte, ed alcune altre oſſervazioni mi fanno preſumere che il Granito ed il *Kneus* ſienſi formate in un iſteſſo tempo, e che il *Kneus* non ſia che un

un Granito modificato, o alterato, forſe nella formazione dei minerali. Gli ſtrati calcarei erano dunque ugualmente primitivi con le montagne Metalliche, e tutto ciò ſi accorda beniſſimo con le voſtre proprie oſſervazioni. Se voi lo permettete, io ve ne parlerò più ampiamente in altra delle mie lettere; i miei affari mi coſtringono a terminare. Onoratemi preſto con voſtre nuove: queſta è la preghiera unica che quì aggiungo. Per altro ſiate perſuaſo che non ceſſerò di eſſere con la più perfetta ſtima, e con amicizia inalterabile.

LETTERA II.

Freyberg li 15. *Maggio* 1777.

E Stimabiliſſimo Amico! Dopo sì lunga privazione di voſtre nuove vorrete credermi ch'io ho letta la cara voſtra lettera delli 15. Aprile con piacer tale che non potrei deſcrivervi; trovandomi così aſſicurato di voſtra ſalute, e che mi conſervate ancora l'onore della voſtra amicizia. Rendovi mille e mille ringraziamenti di quanto avete fatto a favore dei noſtri due Mineriſti, e bramo ch'eſſi facciano il loro dovere da buoni artiſti con ſoddisfazione della S. R.

Paſſando alle dotte queſtioni da Voi fattemi toccante la mia ſcoperta della calcina, che trovaſi dentro, e ſotto il *Kneus* (ſchiſto quarzoſo), io cercherò di riſpondere alle medeſime, affinchè ſopra di ciò non vi reſti dubbio alcuno. Prima di tutto però mi è d'uopo di farvi la deſcrizione del medeſimo *Kneus*. Lo ripeto ancora ch'eſſo non è che un Granito cangiato, e modificato: coſta, come il Granito, di Quarzo, di Mica, e di Feldſpato, o di Argilla; ma queſte particole vi ſi trovano in una poſizione più regolare che nel Granito. Eſſo è d'ordinario diſpoſto a ſottili ſtrati, o a sfoglie imitanti lo ſchiſto. Il ſuo colore è quaſi ſempre il grigio, o grigio verdaſtro, e raramente il roſſo, com'è il granito. Se le ſue particole tutte divengono ancora più tenere, e più ſottili, e che invece di Feldſpato, ſiavi più d'Argilla, ſiffatto *Kneus* ſi approſſima ancora più allo Schiſto, nel quale va in fine a terminarſi. Il Granito ha pure di comune col *Kneus*, che in vece del Feldſpato vi ſi trova dell'Argilla, o della terra da porcellane. Gli Schaerli, e le Granate ferruginoſe ſono parti eterogenee, che trovanviſi qualche volta meſcolate, Il *Kneus* trovaſi ſovente cangiato, ſecondo che la combinazione di queſte parti ſoſtanziali, o le parti medeſime ſono al-

alterate; e quindi viene che spesso si conta di avere differenti specie sotto il nome di *Kneus*, le quali non lo sono che alla vista, poichè venendo bene esaminate, trovansi sempre composte delle parti anzidette. Se vogliasi avere il *Kneus* il più puro, uopo è di cercarlo nelle Cave delle pietre, e non già nelle Minere, o a canto ai Filoni, perchè ivi è sempre, o quasi sempre alterato, o impregnato di parti eterogenee. Il *Granito* e *Kneus* di questa natura sono le pietre principali, delle quali tutte le nostre Montagne metalliche sono composte, o formate. Essendo dunque di una medesima massa di parti sostanziali di un'istessa natura, non sarà sorprendente che trovinsi insieme combinati; e che il *Kneus* possa essere ugualmente bene tanto sotto che sopra il Granito, come in fatto lo ho io trovato.

Dentro questo *Kneus*, e nelle nostre Montagne metalliche, trovansi anche gli strati calcarj, de' quali vi ho fatta menzione, e che vi spiegherò presentemente più a lungo. Essi strati calcarj sono in più luoghi di queste Montagne; p. e. a Mem-mendorf vicino a Freyberg, a Braunsdorf, a Langefeld vicino a Marsenberg, a Ehrenfriedersdorf, a Rothesehm, a Barenloh, e Crotendorf nei contorni di Anneberg e Wiesenthal, a Scheibenberg, a Langenberg, al Furstenberg, ed anche in altri molti luoghi. Sono essi di ordinario coperti di strati di *Kneus* da 3. 5. 20., e fino a 30. e più pertiche: ed è perciò che da alcuni traggesi la calcina come dalle comuni Latomie; e per alcuni altri, coperti in altezza di 20., fino in 30. pertiche di strati di *Kneus*, s'è dovuto cavare dei pozzi di tale profondità per giugnere alla pietra calcaria.

Gli strati calcarj variano sovente in grossezza, e sonvene di uno in due piedi, fino di due, di tre, e fino di cinque pertiche. Egli è assai comune di trovare sotto uno strato calcario, di un piede di grossezza, uno strato di *Kneus* grosso una pertica, e di nuovo altro strato calcario di più di una pertica, alternativamente l' uno sotto l' altro. Nelle Cave, dalle quali estraggono queste pietre, hanno fatti escavamenti di dugento in trecento piedi e più, tanto in larghezza che in lunghezza; e vi si ravvisa distintamente la posizione degli strati, ch'è tutta simile, e ch'essi s'inclinano nel modo medesimo del *Kneus*, o della pietra, da cui sono coperti, o che loro serve di base. Le fessure orizzontali separanti gli strati calcarj da quelli di *Kneus* non sempre sono bene distinte, veggendovisi talvolta al contrario una mistione e passaggio impercettibile dell'uno nell'altro, ed allora il *Kneus* trovasi impregnato di molte particole calcarie.

Che poi questi strati calcarj non siano a masse irregolari dentro il *Kneus* è dimostrato dalli fatti escavamenti. Qui a Memmendorf p. e. si è lavorato in differenti Latomie per un'estensione lineare di più di un miglio, e sonvisi trovati per tutto gli strati di una medesima natura, inclinazione e direzione. Li Filoni metallici traversano questi strati calcarj, ma d'ordinario ivi sono senza Minerali, benchè dove esistono tra il *Kneus* ne contengono. Trovansi però dei Minerali anche negli strati calcarj, ma nel modo che sono per ispiegarvi coll'aggiunto disegno Tav. XIII. fig. 2. rappresentante lo spaccato d'una siffatta Montagna. AAAA. sono gli strati di *Kneus*, B. uno strato calcario: C un Filone traversante tutti questi strati; li punti neri D.D. nella parte infima dello strato calcario indicano il sito, nel quale trovansi d'ordinario dei Minerali, che non scuopronsi nel *Kneus*, e neppure nel Filone. Tali Minerali in qualche strato sono della Galena che dà un'oncia in due e mezza di Argento per ogni centinajo; della Pirite di Rame; della Blende bruna ec., in altri io ho trovato della Minera di Ferro scagliosa (Ved. Cronstedt. §. 203. n. 4.); le piccole scaglie vi sono disposte, come la Mica nel *Kneus*, parallele le une sopra le altre.

Ma perdonate Signore! La mia Lettera s'avvicina insensibilmente a una dissertazione; e pure ho bisogno di dirvi ancora qualche cosa della predetta pietra da calcina. Essa in generale è un vero Marmo, che quà e là varia in durezza, ma che in diverse Cave è suscettibile di bellissimo pulimento, come p. e. nelle Latomie di Crotendorf, e quello di Furstenberg. Del primo cavansi pezzi considerabili per farne statue, ed altri ornamenti; e sarebbe atto a questi usi anche quello degli altri luoghi sunnominati, se non fosse quasi per tutto troppo screpolato. Nella frattura è granuloso, o sia *halomorpho* (Salz-Schlag), di un grano più o meno fine. Ho l'onore di assicurarvi che il Marmo di Furstenberg sorpassa in finezza di grano quello di Carrara, e che punto non gli cede in bellezza del color bianco. Gli altri sono pur bianchi, e di rado un poco rossicci o verdastri. La Mica, e una specie di *Schorl* verde sonvi talvolta mescolati. Ho veduto in una Cava a Rothe Sehm, che gli strati sfendevansi in isfoglie della grossezza di un pollice più o meno, e che le fenditure eranvi ripiene d'uno strato sottilissimo, cioè di circa un sesto di linea, di Mica bianca, o verdiccia, per altro il Marmo ivi è lucido, e mezzo trasparente. Con gli accennati segni caratteristici il nostro Marmo distinguesi da tutte l'altre nostre pietre e Montagne calcarie, che abbiamo nelle altre Provincie della Sassonia, dove la pietra calcaria è sempre di un grano indiscernibile, e di colore grigio oscuro più o meno carico

rico, e ripiena di pietrificati, che non sonosi mai trovati nei Marmi delle nostre Montagne metalliche.

Io bramo, stimatissimo amico, che questa descrizione soddisfaccia alle vostre ricerche; ma per supplire a ciò che potesse ancora mancare, vi spedirò la mia descrizione della Sassonia tosto che l'avrò terminata, ed insieme con un esemplare della medesima anche una picciola Collezione di tutte le nostre roccie, Graniti, *Kneus*, pietre calcarie ec.; e allora da voi stesso giudicherete se le mie osservazioni, e descrizioni sieno consone alla Natura, o al contrario: state di me sicuro che non mancherò alla mia parola. Ma non pensate che le mie osservazioni ci oppongano: io sono da me stesso convinto che non siavi alcuna contraddizione adottando che alla formazione, e forse alla primitiva, delle Montagne di Granito, e di Granito modificato in *Kneus*, abbiano nel medesimo tempo avuta origine anche le Montagne calcarie, e gli strati di Marmo calcario, che tra il *Kneus* esistono. Chi mai è stato presente a questa formazione? Chi sa se questi non siano effetti simultanei del fuoco, e dell'acqua, o forse ancora di un'altro elemento a noi ignoto, ch'abbia cessato di agire? Troppo, ve lo confesso, sono timido per pronunciare sopra la formazione delle Montagne, e delle cose. Troppo poco ho veduto, e non conosco a bastanza li sorprendenti effetti del fuoco, cui attribuisco operazioni così potenti come all'acqua. Egli è perciò ch'io bramo più che mai di vedere l'Italia, per essere testimonio oculare di quei fenomeni, che non trovo in nessun altro luogo. Ma chi sa se questo riuscirammi mai! Qui termino la presente Lettera, essendo imperdonabile di abusarsi così lungamente della vostra tolleranza. Onoratemi ben presto di risposta, e credete che Persona non può enunciarsi con amicizia e considerazione più perfetta che.

Il Vostro Amico
Charpentier.

Vedi la Risposta in fine del Tomo

OS-

OSSERVAZIONI DI STORIA NATURALE

Fatte in alcuni luoghi dello Stato di Siena ed attorno ai Lagoni di Castelnuovo di Valdicecina presso Volterra.

DEL DOTTOR BIAGIO BARTALINI.

NEl mese d'Ottobre dell'anno 1778. partii da questa Città di Siena alla volta di Castelnuovo di Valdicecina per raccogliere per il mio Gabinetto di quelle produzioni che si trovano nel distretto, e attorno ai Lagoni di detto Castello, e farvi in seguito delle osservazioni.

Nel passare l'oscura, ed orrida Valle così detta di Rosìa, quale resta in mezzo ad inaccessibili, ed eminentissimi monti, da destra se ne vedono alcuni, quali terminano in acutissima punta a guisa di Cono formati di pietra calcaria, luogo appunto ove cavano il Marmo, che porta seco il nome di *Marmo Giallo*, o *Broccatello* di Monte Arrenti variamente colorito, celebre ormai per i varj lavori, che con il medesimo si vanno preparando. Dalla parte opposta poi cioè a sinistra si vedono altri monti assai dirupati, e scoscesi composti di varj gruppi, o scogli, e questi impastati di diversi sassuoli quarzosi più o meno grandi, ora di varj pezzi di Schisto, meritando alcuni di questi ammassi giustamente il nome di Breccia, e molti altri di Granito ambedue quarzosi, evidentemente dimostrandolo bellissime cristalizzazioni, che sopra varj pezzi vi si sono spiegate, il non fare effervescenza con l'acqua forte, ed il far fuoco tutte quelle volte, che percossi restino con l'Acciaro. Frequentemente nell'impasto di detti ammassi s'incontra della mica talcosa di varj colori, e molto Feld-Spath.

In questo tratto di strada sovente s'osserva dello Schisto, ed in molti luoghi questo appunto comparisce essere l'ultimo strato, sopra del quale posano l'anzidetti monti servendo di letto il più delle volte a varj Fossi, e ciò combinerebbe con quanto è stato osservato dal Celeberrimo Sig. Giovanni Arduino Rinomatissimo soggetto tra la Repubblica letteraria, se una contraria osservazione del Sig. Ferber non la contraindicasse: poichè questo dotto Naturalista ha

ha osservato nei monti della Germania, che molte volte l'ultimo strato che s' osserva è il Granito, e moltissime altre volte è lo Schisto.

Continuando il mio cammino fino a Pentolina osservavo, che gli accennati monti degeneravano gradatamente in altra natura, poichè una specie di sasso morto, ed abbondantissima Selennite erano le sole produzioni che mi si presentavano. In queste vicinanze in luogo detto *Camporedagli* evvi in pezzi variamente configurata una non dispregievole miniera di Piombo, che il Wallerius nella sua mineralogia pag. 535. specie 284. così la chiama *Plumbum arsenico mineralisatum*, *minera Spathiformi alba vel grisea*, *minera plumbi spathacea* dicendo essere assai pesante, che il suo colore è o bianco, o grigio, o giallastro; che molto si rassomiglia allo Spato, o alla Selennite, senza portare alcun carattere metallico, che si può tagliare con il coltello, che non si scioglie nell' acqua forte, ma che scoppietta messa nel fuoco, come lo Spato, ed io in questa riscontro gli stessi caratteri.

La seconda è quella, che alla stessa pagina chiama = *minera plumbi spathacea fissilis* = che dice rassomigliarsi allo Spato fogliettato; tale appunto è la seconda specie da me considerata.

La terza poi è quella, che chiama = *minera plumbi spathacea rhomboidalis* = segnata sotto la stessa pagina, e che dice rassomigliarsi per l'ordinario alla Selennite, o allo Spato Rombaidale; tali in origine sono le mostre, che conservo nella mia raccolta.

In poca distanza dall' accennata miniera in un piccol Ruscello trovai varj gruppi di Marchesita gialla complicata, e strettamente unita con della Selennite in forma cubica chiarissima, ed assai trasparente, quale con l'andare del tempo tutto il composto si è risoluto in una vitriolica fioritura; Come sia successo, che quella Selennite, che vi si trova unita, ancor essa si sia risoluta a poco, a poco in una polvere bianca, e poi ne sia insorto il vetriolo non staro a deciderci.

Per mera curiosità di vedere i Lagoni di Travale la mattina sussegunte colá mi portai, e devo confessare, che a prima giunta considerabilmente mi sorpresero: Già da lontano si vedono delle grosse, ed alte colonne di fumo bianco, ed assai denso, sentendosi dell' odor di zolfo, come magistralmente sono stati considerati, e con l'ultima accuratezza descritti dal Celebre rinomatissimo Sig. Dottor Giuseppe Baldassarri, mio amatissimo Precettore, quale meritamente tanto stimo, e rispetto, motivo appunto, che non azzarderei parola di sì orrido, ma dilettevole spettacolo all' occhio di un naturalista.

Par-

Partito da questo luogo passai il fosso Cecina, quale bagna le falde dell'ertissimo monte denominato le *Rocche* ove risiede Gerfalco Paese, che minaccia molta rovina, essendo di già in buona parte quasi smantellato.

Tutto questo precipitoso ammasso, che in varj monticelli si rialza dai Paesani è detto le *Cornate di Gerfalco*, luogo appunto ove cavano il marmo rosso di Gerfalco così inteso dagli Abitanti, monte, che a prima giunta si crederebbe di natura primitivo, ma inganna considerabilmente, se vi si presta un poca di attenzione; poichè chi crederebbe mai, che in monte così eminente, vi si dovesser trovare dei Corpi Marini? eppure nello scorrere questa catena di monti ho trovato in varj luoghi dei Corni d'Ammone di diametro d'un pollice, e due linee della misura Parigina, e minori ancora a questi, punto diversi da quelli, che si trovano a S. Casciano dei Bagni; sono questi racchiusi dentro detto marmo, conservandone presso di me alcune mostre: Per verità mi recarono maraviglia, molto più affidato all'autorità del Celebre Pier Antonio Micheli, quale asserisce non trovarsi Corni d'Ammone in Toscana, che presso il Castello del surriferito S. Casciano dei Bagni. Su questo proposito piacemi il dire, che non solamente in questo marmo ho trovati rilegati dei corpi marini, ma ancora nel marmo rosso, cosi chiamato di *Caldana*, luogo posto nelle Maremme del Senese. Conservo presso di me una mostra di detto marmo, dentro del quale vi è un Corno di Ammone benissimo conservato della grandezza di un pollice, ed una bellissima Belennite della lunghezza di un Pollice, e 4. linee della misura Parigina. In altre mostre di detto marmo esistenti nella raccolta del non mai abbastanza lodato mio Precettore Sig. Dott. Giuseppe Baldassarri se ne vedono in maggior numero, e tanto i primi, che i secondi penetrati dallo spato elegantemente cristallizzatosi nelle piccole celle di detti Ammoniti dimostrandolo la dissezione di detti Corpi.

Ma ritornando al mio viaggio, calato finalmente il pericoloso e scoscessissimo monte, e quasi appressatomi ad orrido villaggio detto *Frosini* mi diedero in occhio alcune altre produzioni marine del genere dei Polipari, generalmente conosciute sotto il nome di Coralline di varie grandezze, e specie racchiuse tra la sostanza di una pietra albarese schistosa volgarmente detto *Galestro*, della qual pietra vien formato il distretto di detto luogo.

Se tali produzioni rare mi si resero in questo luogo, monti quasi intieri ho avuto luogo di osservarne spesse volte attorno alla Città di Siena presso un villaggio detto *Fagnano*, attorno alla Certosa di Pontignano, nei contorni presso un Osteria detta la Sughe-

ra,

ra, e nelle vicinanze della villa del Signor Cavaliere Pietro Cerretani detta Valdipicciola, luoghi distanti dalla Città circa tre, in quattro miglia.

Varj generi, e specie possono contarsi di simil sorta di delicatissimi Poliparj in questi luoghi, poichè indicibile è il numero di dette produzzioni, e nella mia raccolta nè conservo da circa venti diverse specie.

L' accennati monticelli, come dissi sono in buona parte costrutti di Galestro, interrotti di tanto in tanto da altra Pietra calcaria detta *Alberese* con bellissime dendriti superficialmente espresse; questo Galestro cavasi in ammassi più, o meno grandi, poichè con moltissima facilitá si fende ma irregolarmente.

In un sol gruppo di detto Galestro s'osserveranno otto, e dieci strati più, o meno sottili, e costantemente in ciascun piano trovansi rammassare l' accennate Coralline, il più delle volte confusamente disposte, e queste son quelle che in maggior numero si trovano presso *Fagnano*.

L' altre poi che si riscontrano attorno l'Osteria della Sughera hanno i rami più lunghi, e grossi, e ordinariamente l' une separate dall' altre.

Partendo da Siena per andare a Valdipicciola poche braccia lontano da detto luogo salendo una piacevol piaggia incavata in una specie di Galestro un poco più tenace dell'accennato pocanzi, si trovano delle Coralline, con mescuglio di moltissime Alghe, ed altra specie di Piante marine, rare riscontrandosene nei primi descritti luoghi. Ciò non ostante crebbe maggiormente in me il desiderio di vedere se corpi marini d' altra natura fossero ivi soggiornati, ma furon deluse le mie speranze forse per la mancanza di tempo, e per la noja di continuata acqua, che da Gerfalco m' accompagnò fino a Castelnuovo di Valdicecina, dove giunsi finalmente sul tardi della sera, che con somma parzialità ed attenzione fui ricevuto dai Sigg. Fratelli Fabbrini.

La mattina seguente adunque mi portai a vedere i Lagoni di detto luogo. Frequenti, ed alte colonne di fumi biancastri, e densi, ed un continuato odore di Zolfo sono l' indizio dei Lagoni.

Un indicibil quantità di produzioni, che mi si presentarono quasi tutte ad un tratto, un denso fumo emanante dai Lagoni variamente agitato dal vento, che per ogni dove mi circondava, un fracasso, ed un terribile strepito, che rende non piccolo orrore, cose tutte, che mi fecero rimanere per qualche tempo stupefatto, e spettatore della provida natura.

Dopo essermi per qualche ora divertito a vedere ora i più,

ora i meno bollenti Lagoni, m'accinsi a raccogliere di quelle diversissime, ed innumerabili produzioni, e farvi in seguito delle osservazioni.

Per la parte di Tramontana adunque davanti al Castello evvi un angusta Valle alquanto scoscesa, nella quale risiedono i suddetti innumerabili Lagoni, estendendosi molto più in lunghezza, di quello sia in larghezza, a traverso dei quali vi passa un Fosso detto *Botro dei Lagoni*, quale dopo aver raccolto tutto il superfluo, che emana dai medesimi, passa in altro Ruscello detto *Riputido*, e finalmente il tutto va a scolare nel Fiume detto *Pavone*.

I Lagoni vengon detti dai Paesani anco Fumacchi per non esser tutti d'un istessa figura, e grandezza, e dagli Scrittori *Lacunæ*, *&* *Lacones*. Il Baccio sembra d'aver fatto menzione di detti Lagoni, allorquando dice = *Lacunæ sub Castro novo, quas in sulphurosis retulimus, haud dubie atramenti quoque naturam cum sulphure participant: unde illa ægri corpuscula verisimile fit, quæ Volaterranus scribit, noxii vaporis omnibus tum Bestiis, avibusque, tum etiam hominibus &c.*

Questi Lagoni non bollono tutti egualmente, nè fanno tutti lo stesso strepito, nè tramandano fumi egualmente densi, nè ad eguali altezze. Ogni qualunque piccol foro, che si faccia in terra, ben presto si sente del calore, comincia un mugito interno, comparendo poco dopo dei fumi bianchicci a diverse riprese, formandosi a poco a poco un Lagoncello, come appunto avverte il Rispettabilissimo Sig. Giovanni Targioni Tozzetti nei suoi viaggi. L'acque esistenti nei medesimi sono per lo più torbe, e fangose, imbevute di varj principj, e sopratutto d'acido vitriolico piccantissimo (non so se puro, e sincero) quasi insoffribile al gusto.

Siccome quest'acque de' Lagoni sono mescolate con moltissima terra, disfacimento appunto di quelle pietre, che ivi si trovano, come noterò più da basso, è il motivo, che son chiamati Lagoni bollenti a Fango. Casualmente mi vennero osservate due Polle d'acqua non molto grandi, le quali bollivano a diaccio, erano del tutto chiare, e ben di rado tramandavano dei fumi con pochissimo strepito, ed erano distanti dai Lagoni un palmo, o poco più.

I fumi poi esalanti dai Lagoni, che per ogni dove mi circondavano a motivo del vento, che variamente l'agitava, ben presto m'inumidivano i Panni, ma punto, nè poco m'offendevano la respirazione, succedendo il simile a tutte quelle persone, che

che per detto luogo necessariamente devono passare essendovi una comune strada, lo stesso accadendo agli Animali o sian quadrupedi, o Volatili.

In distanza di circa due miglia da questi Lagoni n'esistono altri detti di monte Cerboli minori assai di numero, ma di strepito, e di grandezza assai superiori, poichè trattenendovisi lungo tempo, credo certamente, che farebbero sbalordire; in vicinanza di questi si trovano quelli del Sasso, di Serrazzano, di Monte Rotondo, e molti altri.

Quanto ho narrato trovarsi attorno ai primi, non so se lo stesso potrebbe dirsi dei secondi, ma forse che sì, tralascerò di descriverli, accennandone uno soltanto di Monte Cerboli nel quale si contiene dell'Olio di Sasso.

E' noto trovarsi l'Olio di Sasso in Cisterne, Pozzi ec. galleggiante nell'acqua in varj luoghi, e sopratutto nel Bolognese in luogo detto la Porretta, nei Monti di Modena, a Grenoble nel Delfinato ec.

Per la strada adunque di Castelnuovo di Valdicecina, quale conduce ai Lagoni di Monte Cerboli Castello di già diroccato, e ridotto a quattro, o cinque sole Case, trovasi nel mezzo della strada una pozzanghera quale credo sotterraneamente, che possa aver comunicazione con un vasto Lagone, che v'esiste appresso, la prima di diametro poco più di mezzo braccio in circa, circondata da Pietra Alberese corrosa in qualche parte, e tanto da questa, che dal Lagone suddetto, è tramandato un fetentissimo odore d'Olio di Sasso; bolle questa con poco fracasso, è torba, o per meglio dire fangosa, vi si soffrono le mani, che anzi in cert'ore è del tutto diaccia. In quest'acqua attentamente esaminata vi si vedono galleggianti delle stille d'olio, ed assaggiata è acida considerabilmente, ma assai disgustevole, a motivo del suddetto olio, che vi esiste. E circa un anno che meco conservo un saggio di detta acqua ben sigillata quale per ancora ritiene lo stesso odore, vi galleggiano delle stille d'Olio, e si è rischiarita perfettamente.

Ma ritornando ai Lagoni di Castelnuovo, se ne vedono degli asciutti con varie aperture, dalle quali esce con impeto ben grande del vento, e a diverse riprese dei fumi densissimi inalzandosi in alte Colonne; queste aperture se per curiosità s'otturano con legni, pietre, o altro, si sente in un subito un terribile mugito interno, ma dopo pochi minuti si vede innalzare tutto ciò, che gli si è apposto con furore considerabile, ripigliando di bel nuovo il pristino, benchè non piccolo, suo fracasso; que-

 ste

ſte eſalazioni, e fumi anneriſcono gli Argenti, e gli Ottoni, ma l'Oro punto non lo alterano.

E' noto baſtantemente, che gli acidi hanno l'attività d'attaccare le ſoſtanze calcarie, come appunto ſuccede in queſto luogo, e quivi con più ſollecitudine, a motivo dell'eccesſivo calore, inſegnando i Fiſici quanto mai il calore rarefaccia i corpi anco più duri, e perciò con più facilità capaci d'eſſer penetrati dalle ſurreferite eſalazioni. E certo che gli acidi attaccano con avidità le ſoſtanze calcarie, ma è altresì vero, che le calcinano con ſomma preſtezza, allorquando allungati venghino da qualche umore. In fatti a c. 45. dell'oſſervazioni del rinomato Sig. Giovanni Arduino in una nota fatta dal dotto Sig. Ferber ſi legge, che l'acido vitriolico allorquando è puro, e non allungato da altro umore attacca con violenza le ſoſtanze calcarie, ma ſtenta lunghiſſimo tempo a calcinarle, ed a volere, che con più preſtezza ſi calcinino, è neceſſario aggiuntarvi dell'acqua; Riſcontrai ciò veriſimile in queſto luogo, poichè con ſomma preſtezza vengono disfatte, o calcinate quelle pietre, che ivi ſi trovano a motivo dell'abbondanti eſalazioni acido-vitrioliche conſiderabilmente allungate dall'acqua, manifeſtandolo, come di ſopra ho replicato il divenire ben preſto umido tutto ciò, che eſpoſto venga alle dette eſalazioni.

Poſto per dato certo, ed incontraſtabile, che eſali queſt'acido vitriolico, e che da tali eſalazioni ſiano calcinate quelle pietre calcarie, ed altro come noterò inferiormente, da queſto decomponimento ſi vede naſcere una nuova produzione, quale ſi è la Selennite.

E ſtabilito dai chimici, che tutte quelle volte, che l'acido vitriolico s'uniſce, e ſi combina ad una perfetta ſaturazione con una terra calcaria ne naſce la Selennite; or ſiccome l'acido vitriolico v'abonda all'eccesſo, come parimente la terra calcaria, parrebbe, che trovatiſi, ed accozzatiſi aſſieme l'uno, e l'altra iſtantaneamente ſi doveſſe formare la Selennite. In queſto luogo benchè abondantiſſima ſia una tal produzione, non oſtante, ciò non s'oſſerva ſuccedere coſtantemente; In primo luogo il continuo, ed eccesſivo calore, che emana dalla terra tiene in moto l'acido vitriolico, e ſerve più toſto a mio credere per evaporarlo, che per far sì, che s'uniſca alla terra calcaria, in ſecondo luogo s'oſſerva in pratica, che per fare una qualunque ſiaſi criſtallizzazione richiedeſi il più delle volte quiete, e freddo. L'eſempio di molt'acque minerali chiaramente lo dimoſtrano, poichè queſte benchè cariche di parti terree, e ſaline le depongono, e petrificano raffreddate che ſiano, e che rallentato abbiano il loro corſo, benchè ve ne ſono

di

di quelle, che petrificano alla sorgente subitamente; dunque sembra concepirsi facilmente, perchè in questo luogo tante volte in un istante non si formi la Selennite.

In certe osservazioni del prelodato Sig. Giovanni Arduino si legge, che nel tempo che faceva l'Analisi chimica dell'acque minerali d'Arzignano, parlando ancora di quelle di Cila, dice, che allorquando teneva della dett'acqua in boccie di vetro vi si formava, e si cristallizzava la Selennite. Tutto ciò ebbi luogo di confermarlo attorno a questi Lagoni, poichè osservavo, che tutte quelle volte, che l'esalazioni acido--vitrioliche s'erano unite ad una terra calcaria a mio credere sottilissima, in qualunque luogo s'andava formando la Selennite, purchè poco o punto vi fosse di calore; in fatti vedevo formati tanti sottilissimi filetti ora bianchissimi, ora argentini, ora scuri, ora di varj altri colori posando gli uni sopra degli altri, formandosi con quest'ordine grossi ammassi di Selennite.

Non è questa la sola figura che hanno quivi preso le Selenniti nel configurarsi, poichè se ne vedono di quelle formate di tanti filetti, o raggi, che partendo da un punto si distendono in Sfera rappresentando una Stella, altre all'incontro son formate a guisa di Penna, altre rassomigliano varie diramate Pianticelle, altre in forma di tante lamine, ed in moltissime altre maniere, che innumerabili sarebbero, chi volesse individuarle.

Ma ritornando all'esalazioni acido-sulfuree emananti dalle viscere della terra, dissi, che penetrano intimamente, e calcinano tutte quelle Pietre, che ivi si trovano. Le Pietre poste in questo distretto sono per lo più di natura calcaria, trovandosi ancora qualche Pietra vitrescibile, e le terre, che vi esistono le più sono calcarie, e le meno argillose.

Nel tempo adunque, che andavo riflettendo agli effetti prodotti dall'accennate esalazioni osservavo, che quelle venature di Spato erano le prime ad essere attaccate dalle surreferite esalazioni acido-vitrioliche corrodendole, e calcinandole perfettamente, lasciando sciolta, ed isolata in pezzi quella Pietra, che rilegata veniva veniva dallo Spato; ciò per altro succede se cessino le suddette esalazioni, poichè se continuano ad agire su la medesima Pietra, ben presto resta anch'essa calcinata, e ridotta in una sottilissima terra impregnata all'eccesso d'acido vitriolico, e questa è quella terra appunto che serve per la formazione della Selennite.

Dopo aver considerate alla meglio, e come comporta la ristrette mia capacità le pietre così calcinate, e le nuove informe Selenniti, passai a considerare la formazione dello Zolfo.

De-

Deliziosissimo trattenimento per vero dire si è per chichesia nel vedere le bizzarre, ed eleganti figure, che quivi ha preso lo Zolfo. Un vasto spazio di terra interrotto di tanto in tanto da varj Lagoni in forma d'una Crosta più, o meno tenace serve di coperta ad un vasto campo di Zolfo; se questa con qualche istrumento viene alzata, si presenta in un subito un brillante ammasso di Zolfo bizzarramente cristallizzato, che sorprende considerabilmente. Si vedono di tanto in tanto dei piccoli pertugj, e delle crepature da dove il più delle volte esce del fumo con del calore assai eccessivo; Le pareti di questi fori si vedono incrostate d'elegantissime fioriture Zulfuree il più delle volte cristallizzato o in forma d'Aghi, o di una Piuma, o in forma triedra, o di tanti colaticci a guisa d'una stallattite, ed' in moltissime altre maniere.

Che all'eccesso abondi in questo luogo lo Zolfo non deve far maraviglia, poichè se è vero che mediante l'unione dell'acido vitriolico con il flogisto si forma lo Zolfo, questo appunto deve essere il luogo, dove più d'ogni altro deva formarvisi, poichè abondantissime sono l'esalazioni vitrioliche, e di gran lunga il flogisto.

L'ampio spazio di terreno ove al presente sono i Lagoni, e tutti quei luoghi ancora ove sono stati per il passato, ma che di presente sono asciutti, e le vicinanze dei medesimi può considerarsi un letto di varj sali; La stagione di quest'anno, che è andata così asciutta, ha fatto si, che in abondanza considerabile si siano fatte tali efflorescenze saline.

Mentre che per il corso del Botro dei Lagoni andavo considerando le varie produzioni, che abondantemente vi si trovano, osservavo varie scomposizioni, e ricomposizioni, e sopratutto la produzione di varj sali nativi, che in gran numero vi si trovano. Vedevo in varj di quei luoghi nascervi dei vetrioli or teneri, or molli, or tenaci, or aridi e leggieri a guisa d'una leggierissima pomice, o di spuma d'acqua, ora in tanti filetti, ora a guisa di tante diramate pianticelle, or tenaci, e compatti in forma di tante lamine aventi nella superficie delle prominenze a guisa di tanti prugnoli ora molli, e pastosi come una collà disfatta tutti quanti di varj colori.

Dei Sali terzi poi, che si trovano in detto luogo non starò a farne menzione, e particolarmente della bella scoperta fatta dal Sig. Dottore Paolo Mascagni mio amico pochi giorni avanti di me, sopra il Sale Ammoniaco naturale che nel medesimo luogo abondantemente si ritrova.

Dirò bensì d'aver fatto svaporare dell'acqua dei Lagoni, ed aver

aver ricavato del sale sedativo come notò appunto il dotto Signor Uberto Francesco Hoefer nel suo opuscolo intitolato *memoria sopra il Sale Sedativo naturale della Toscana ec.*

In un campo di sali sì diversi tra' loro, non manca di comparirci ancora l' Allume. Riflettendo per altro in me stesso, che il non trovarsi in questo recinto molte sostanze argillose, facevami altresì credere non potervisi formare in abondanza l' Allume, quale vi si trova copiosamente. Osservavo dall'altra parte molte pietre tenere, ed ammollite ridotte duttili come una pasta assai untuosa, porzioni delle quali mantenevano tutti i caratteri di Pietra calcaria, ancora inalterata dalle surreferite esalazioni con di più, che sopra quella porzione di Pietra che era ridotta in tenera pasta v'osservavo una crosta della grossezza d'un Testone, e dei piccoli cristallini interni, senza distinguere a prima giunta se spatosi, o quarzosi sparsa quà, e là d'una fioritura aluminosa.

Conservo presso di me porzione di detta terra, quale si è indurita moltissimo, ma è assai untuosa, ricoperta d' una fioritura di allume, e provata con qualunque sorta d' acido non vi fa il più piccolo movimento; Dunque parmi da queste poche osservazioni di poter dire, che alcune di quelle Pietre, e terre calcarie passano in Argilla, mediante l'accennate esalazioni acido-vitrioliche, che moltissimo abondano in detto luogo.

Una proposizione così coraggiosamente gettata, resterá appoggiata all' osservazione dei seguenti rispettabilissimi Autori e così sarà maggiormente corroborata.

Negli opuscoli scelti, che si stampano a Milano nel Tomo I. dell'anno 1778. trovasi inserita una lunga, e ben ragionata memoria dell' Illustre, e dotto Sig. Strange riguardante la struttura dei Monti Colonnari, ova alla pag. 150. §. così si spiega = il passaggio generale d'alcuni monti dallo stato calcario al vitrescente, o al misto è reso più che probabile da molti fatti particolari =. Riporta alcune osservazioni fatte a Arles nella Francia, dove osservò alcuni ciottoli già fluitati di natura calcaria, quali erano di già passati allo stato vitrescente, senza aver mutata nè struttura, nè tessitura. Nel visitare ancora la vasta Catena del Monte Jura, che divide la Francia dagli Svizzeri osservò un consimil fenomeno, poichè aveva egli tante riprove assai convincenti della realità, che i detti Ciottoli in prima origine erano calcarj Riporta ancora una notizia comunicatagli per lettera dal Sig. Abate Fortis fin dall'anno 1771., quale aveva osservato un consimil fenomeno su la spiaggia di Manfredonia in Puglia, ed ecco le sue parole = Tutte le Pietre fluitate, che compongono i bei marmi dei monti vicini a

quel-

quella Città sono calcarie, e tutte quelle, che da essi marmi si separano per l'azione dell'aria, e dell'acqua, e calarono alla spiaggia sono divenute Focaje = un tal cangiamento l'attribuisce all' acido marino, e all'ardente calore di quel clima, che fortemente agisce su fondi affatto lapidosi.

Per confermare maggiormente il prelodato Sig. Strange le sue osservazioni s' appoggia a quanto registrato si trova nel Tomo III. della chimica del Sig. Baumè alla pag.326. dicendo = les terres calcaires qui ont pû composer ces chaînes de montagnes, lors de leur formation, se sont changees les circonstances, aussi bien dans l'eau, que hors de l'eau, les unes en quartz, les autres en pierres meulieres, en celles qu'on nomme roc vif, en cailloux, en cailloux plus beaux qui ont produit ces agates colorees, & sans couleurs, qui varient a l'infini: toutes ces pierres conservent encore le paralelisme des couches de pierres calcaires, auxquelles elles doivent leur origine, & dont elles ne sont qu' une transformation en pierres vitrifriables =.

Un' infinitá finalmente, che abbiamo d' esempi di corpi marini fossili, questi come ognun sa di natura calcarj, spesse volte si trovano passati alla natura vitrescente, senza aver mutata nè la loro tessitura, nè la lor forma. Molt'ossa fossili prima calcinate, e di poi ridotte alla natura o di pietra calcaria, o di vitrescente, spesse volte cadon sott' occhio, ed Io ne conservo qualche mostra.

Se poi il gran calore, ed il solo acido vitriolico, che come replicai di sopra all'eccesso abonda in detto distretto siano i soli istrumenti, (come parsemi al presente) per convertire le sostanze calcarie in vitrescibili, o vi sia unito qualche altro principio per ancora a noi ignoto, non starò ad immaginarlo, o almeno a congetturarne; ulteriori osservazioni, e maggiori comodi saran quelli, che chiariranno un tale interessante fenomeno, soltanto mi è bastato aver fatto vedere mercè l'osservazione, che alcune sostanze di calcarie passano allo stato di vitrescibile, affidato di più all'autoritá dei sopralodati Autori degni assai di stima.

Un piccolo, ed isolato monticello formato tutto di Selennite variamente configurata, attorno al quale di tanto in tanto si vedono delle aperture con delle profonde caverne, dalle quali più che da ogn' altro luogo sono tramandate delle micidiali esalazioni, può dirsi la Mofeta che resta al confine dei Lagoni suddetti. Questa credo che sia appunto la Moffeta prima descritta dal Sig. Dott. Targioni Tozzetti a c. 449. del Tom. II. Ediz. I. dei suoi viaggi, poichè accenna le buche, ed il monticello ove sono

no incavate, asserendo essere il medesimo formato tutto di alabastro.

Non manca per altro d'essere questa micidiale al pari dell'altre, che da varj scrittori n'è fatta menzione, poichè varj Insetti, che vi trovai morti, l'estinguere qualunque lume acceso, ed il non potervi resistere in certi tempi, sono tante riprove della realtà di detta mofeta.

La bizzarra simetria con la quale tanto esternamente, che internamente vien composto questo monticello di Selennite, e le varie forme, che essa ha preso nel configurarsi, o più largamente nel cristallizzarsi certamente occupa la curiosità di chicchesia.

Esternamente dalla parte che risguarda i lagoni l'ammasso di Selennite è formato a guisa di tante stelle fatte da un'infinità di raggi, quali partono da un punto distendendosi in sfera, sparzovi a luogo a luogo dei piccoli cristallini zulfurei.

Posa finalmente sopra queste stelle altra Selennite configurata in forma di tanti trasparenti, e delicatissimi ramuscelli assai fragili ricoperti di puro acido vitriolico, appostovi sopra per eccesso in forma concreta, come di giá magistralmente è stato dimostrato dal Celeberrimo Sig. Dott. Giuseppe Baldassarri nel suo opuscolo intitolato „ Osservazioni sopra l'acido vitriolico trovato naturalmente „ puro, concreto, e non combinato.„

Se manca il fomite dell'esalazioni vitrioliche, quell'acido che si dimostrava sopra la Selennite in forma concreta spesse volte se n'esala, perchè forse di natura semi-volatile.

Si può da alcune aperture di detto monticello penetrare nelle suddette oscure caverne non con molta facilità, e molto meno in certi tempi, se l'esalazioni mofetiche si alzano considerabilmente.

Serve di volta alle dette caverne un consimile selennitico incrostamento della figura di già espressa, intonacando per così dire tutta la caverna seddetta.

Nel ripiano poi di detta oscurità, e alle pareti della medesima comparisce interpolatamente uno strato di bianca argilla carica e confusa di allume, e vetriolo in forma di tanti delicatissimi filetti, che rappresentano una vera piuma.

Lascio che ognun consideri un così orrido, ed oscuro luogo, quanto debba divertire un osservatore, poichè una complicazione prima di Selennite, posteriormente d'acido vitriolico, e zolfo, e finalmente di una bianchissima, e rilucente piuma vitriolico-aluminosa variamente aspersa di brillanti cristallini zulfurei, sono le produzioni, che si trovano in abbondanza in detto sotterraneo.

Quanto di sopra ho accennato rispetto alla riduzione delle so-

ſtanze calcarie in argilla, parrebbemi, che quivi ancora vi aveſſe luogo un tal ſoſpetto, poichè ſe in detta caverna antecedentemente formata vi eſiſteſſe queſta terra argilloſa, o mediante le ſopra addotte ragioni di calcaria ſia paſſata allo ſtato argilloſo, e conſeguentemente in ſeguito vi ſi ſia formato l'allume non ſtarò quì a deciderlo. In varj pezzi di dette produzioni che conſervo nella mia raccolta oſſervo in un ſol pezzo riuniti aſſieme, prima la Selennite e queſta inzuppata, o per meglio dire carica all'eceſſo di acido vitriolico non criſtallizzato, in ſecondo luogo ſi vede ſopra il medeſimo pezzo una quantità di bianchiſſima argilla ricoperta d'allume, comparendo finalmente una minutiſſima criſtallizazione zulfurea, che dà luogo all'occhio, ed alla lingua di poter chiarire che in realtà eſiſtono tali produzioni.

Per maggior conferma ho ſciolto in acqua di fonte porzione di tali ſoſtanze, ed ho evaporato al ſole detta ſoluzione, finalmente ho oſſervato due diverſi Sali, cioè allume, e vetriolo l'uno ſeparato dall'altro, non rimanendo in fondo del vaſo che poca Selennite, e zolfo.

Altra apertura, che in detto monticello, e che molto più della deſcritta sì profonda, che per calarvi vi abbiſogna una ſcala di più braccia è incoſtrata degli ſteſſi ingemmamenti Selennitici carichi di acido vitriolico come ſopra.

Altre caverne poi che eſiſtono attorno all'accennato monticello ſono ricoperte di conſimili produzioni, eccedendo di gran lunga lo zolfo, poichè ha quivi incroſtato varj inſetti, e vegetabili come ho eſpoſto di ſopra.

Lungi dalla deſcritta moffeta circa due miglia, trovaſene altra degna di maggior conſiderazione. Da lontano ſi fa ben diſtinguere perchè priva di erbe, e di qualunque ſorta di alberi, e col nome di *Putizza* dei Caſtagni, perchè in mezzo a ſimil ſorta di alberi reſta racchiuſa, dai Paeſani è inteſa, ſtando ben cauti di non farvi paſſare beſtiame di ſorta alcuna. Il prelodato Sig. Dott. Targioni Tozzetti a c. 454. del Tom. II. dei ſuoi viaggj ediz. 1. fa menzione di detta moffeta.

Il recinto di queſto luogo è aſſai montuoſo, e ſcoſceſo, ed uno ſtrato di bianca argilla, un poco tenace, ma duttile, perchè reſta di continuo bagnata da un piccol ruſcelletto tinta di varj colori, interrotta in qualche luogo da altre terre variamente colorite è il ripiano, o letto, che dir ſi voglia che eſternamente ſi dimoſtra a chiccheſia, ove appunto riſiedono l'anzidette moffete.

Un monticello formato di terra campeſtre, e pietra arenaria ove vegeta aſſai bene della ſcopa marina, quale ſi eſtende più in lun-

lunghezza, che in larghezza divide quasi per la metà l'accennato strato argillaceo comparendo perciò due le moffete.

Il Sig. Dott. Targioni Tozzetti a c. suddette del Tom. II. dei suoi viaggj ediz. I. così si spiega parlando di questa moffeta.;, Il „ monte è composto di Filoni d'una certa pietra arenaria quasi „ come quella della Golfolina di color lionato, e che ha mescola- „ te moltissime minute scagliette di talco. Tale è in origine anche „ nelli spiazzi di d. Putizze, ma dagli aliti micidiali è ridotta sbian- „ cata, si fende, e disfá come l'alberese coltellino, e dopo anche si „ riduce in polvere ruspa di color di cenere. „

Io per altro così la descrivo. Posa sopra il mentovato strato di Argilla, altro strato, o direi piuttosto un ammasso di sasso corno assai scosceso, e tutto ridotto in frantumi di varie grandezze, ma leggieri considerabilmente riguardo al suo volume. Questo ammasso di sasso corno è formato di tanti strati della grossezza di 2. 3. e 4. dita, ed ancor di più, posando gli uni sopra degli altri con una diacitura un poco inclinata all'orizzonte, e questo è il primo ammasso di Sasso corno che si trova partendosi da Castelnuovo per venire alle moffete suddette.

L'altro ammasso di sasso corno sembra posare, o per meglio dire aver per base una specie di terra quasi nera untuosa, e tenace disposta a strati, ed esaminandola altro non si riconosce essere che un sasso corno ridotto in argilla. Il Sig. Dott. Targioni Tozzetti a c. 455. del Tom. II. dei suoi viaggj ediz. I. accenna questa terra, dicendo. " L'esito principale dell'esalazione velenosa „ è sotto un grosso filone di pietra, dirimpetto al quale è una zolfatara, cioè un grosso suolo pi terra, grassa, duretta, simile al mar- „ gone, tramezzo a filoni di pietra. Questa terra che si potrebbe „ dire ampellite, e quasi una specie di breccia, composta di grossi, e „ minuti pezzi angolati della pietra arenaria sopraposta, immersi, e „ legati nella pasta di zolfo dentro il margone. Alcuni di questi „ pezzi sono neri, che sembrano carbone, ma si distingue che sono „ pietra arenaria così tinta dallo zolfo mescolato con del vetriolo, „ o atramento sutorio. „

L'esposto fin quì in parte diversifica dall'osservazione mia accennata, e più sotto si vedrà la pietra arenaria, ed i pezzetti di sasso angolati, e rilegati dallo zolfo.

Circa la metà di detto ammasso vi è un foro della grandezza di un tollero, dal quale esce al vento caldo, ed internamente si sente del rumore, e dello strepito, ed appressandovi dell'argento in pochi minuti l'annerisce, come succede appunto delle esalazioni moferiche Finalmente poi uno strato di terra campestre, e di pietra arenaria

di una grana assai minuta, e fragile detta dai paesani *Sasso morto* della qual pietra sembra essere composto per lo più il suolo, e la superficie di quel recinto di terreno che da Castelnuovo porta alle dette moffete racchiude sì l'una, che l'altra moffeta, e le circonda da ambe le parti.

Ecco grossolanamente descritto l'aspetto ove risiedono le due moffete. Nel centro di queste due piazze, ove appunto in maggior copia esiste il sasso corno, ivi appunto scaturiscono delle mofetiche esalazioni.

Prima di passare più avanti, è necessario, che richiami alla memoria di ciascuno quanto fino ad ora dai più accreditati chimici, e naturalisti era stato stabilito, cioè, gli acidi hanno molta affinità con le sostanze calcarie attaccandole, e calcinandole, producendosi nel tempo stesso dell'effervescenza, e del calore, e che all'incontro poi qualunque acido il più puro, ed il più possente provato sopra terre o pietre vitriscibili, punto non restano alterate, motivo di una general divisione in terre, e pietre calcarie, ed in terre, e pietre vitrescibili.

Non ostante questa comune incontrastabile opinione dai più Celeb. Chimici ricevuta, mi farò lecito di esporre succintamente, e con la maggior chiarezza che mi sarà possibile alcuni effetti prodotti dalle mofetiche esalazioni sopra sostanze vitrescibili essendo rimaste considerabilmente alterate.

Che il Sasso Corno sia di natura vitrescibile, o quarzosa, che dir si voglia è già noto bastantemente, e molte riprove evidentemente lo confermano, come il non fare effervescenza con l'acqua forte, il far fuoco tutte quelle volte, che percosso resti con l'Acciaro, e finalmente bellissime cristallizzazioni quarzose, che sopra detta Pietra vi si trovano spiegate manifestamente lo dimostrano.

Ciò posto replicherò di bel nuovo, che tramezzo a questi ammassi di Sasso Corno emanano di continuo micidialissime esalazioni, dimostrandolo Volatili, Quadrupedi, ed Insetti, che estinti vi trovai: Anco da lontano si sente un penetrante, ma assai disgustevole odore, ed il primo giorno, che vi entrai, e che pioveva, credendo, che la pioggia mitigar potesse gl'aliti petriferi di detta Moffeta, inavertentemente m'abbassai per raccogliere alcuni curiosi prodotti, come noterò più da basso, quando in un subito mi sentii fortemente stringere la Gola, e quasi soffocarmi, eccitandomisi della Tosse, e della raucedine, che mi durò per qualche tempo.

In quest'anno 1779. 2. Marzo vi tornai per ultimare alcune osservazioni, e mentre che per detta Moffeta andavo raccogliendo varie produzioni, e facendo qualche osservazione sopra le medesime,

me, mi cadde di bel nuovo sott' occhio, che il Sasso Corno era considerabilmente alterato, e molti pezzi ridotti in una pura, e reale Argilla; ma dall' altra parte riflettendo a quanto fin ad ora dai più accreditati Chimici, e Naturalisti era stato stabilito, cioè che le Pietre dure, o vogliamo dire le sostanze vitrescibili non erano in alcuna maniera attaccate dagli acidi, fu una reflessione per dedurne varie conseguenze; ma dall' altra parte vedendo, che tali sostanze erano talmente corrose, e ridotte in una duttile argilla, rimasi convinto, che non da altra cagione un tal fenomeno poteva essere stato prodotto, se non che dalle suddette continue mofetiche esalazioni.

Il Sasso Corno, che ivi esiste divenuto assai leggiero, porzione del quale è ridotto in pura, e reale argilla, mantenendo l'altra porzione tutti i caratteri di Sasso Corno, chiaramente dimostrandolo la sola oculare ispezione, viepiù conferma la mia proposizione. Varj pezzi di puro, e trasparente cristallo di Monte, che irregolarmente sparsi trovai in detto recinto, ancor Essi sono porzione puro, ed inalterato quarzo, essendo divenuto il rimanente pura bianchissima argilla.

Quelle piccole venature, o rilegature quarzose, che si vedono nell' ammasso del Sasso Corno sono le prime ad essere ridotte in argilla dall' accennate esalazioni nella maniera appunto, che ho esposto accadere a quelle di Spato, che servono di rilegatura alle Pietre calcarie.

Quello per altro, che più d'ogn' altra cosa mi recò maraviglia si fu il trovare sopra quella porzione di pietra divenuta argilla una fioritura aluminosa. Dissi pocanzi, che quelle piccole venature, o rilegature quarzose sono le prime ad essere ridotte in argilla, ed in queste appunto comincia a vedersi una piuma aluminosa, intersecandosi variamente, come soglion fare dette rilegature, che continuando a corrompere la struttura del Sasso Corno, e riducendosi conseguentemente in argilla, da luogo acciò sopra d'Essa vi si formi l' allume in abbondanza considerabile come succede di presente.

Sì curioso, ed interessante fenomeno, molto chiaramente mi si è manifestato quest' ultima volta, perchè la pioggia in quest' inverno non ha mai guastata una tale operazione.

L'accennato ammasso di Sasso Corno disposto a Strati tutti scollegati, e poco uniti tra loro, risolvendosi in tante leggierissime irregolari scaglie alterate nel colore, essendo color di cenere, quali sen cadono a basso, poichè volendo entrare in dette Mofete è necessario passeggiarvi sopra; in tale occasione si sentono rompersi,

e ri-

o risuonare sotto i piedi tali frantumi, come se fossero tanti pezzetti di vetro. Volli a forza di colpi di martello penetrare più a fondo nell'ammasso per vedere se l'esalazioni si sono molto insinuate, e riscontrai che a luoghi è penetrato l'accennato ammasso or più, or meno dalle surreferite esalazioni. Osservavo poi che alcuni di detti pezzi sono ridotti in bianca argilla tanto nella superficie, che riposa sul terreno, quanto sull'altra, ed ora in una parte soltanto, mantenendo nel mezzo intatti i caratteri di pietra vitrescile, poichè percuotendola con l'acciaro faceva fuoco; sopra quella porzione poi ch'era divenuta argilla costantemente v'osservavo una fioritura aluminosa.

Consimil fatto ho avuto luogo d'osservarlo tutte le volte, che vi sono andato, fuori del Castello lungi dal medesimo un sesto di miglio, per la strada appunto, che conduce ai Lagoni, a traverso della quale passa un piccol ruscelletto detto dai Paesani--Botro del Riverdi--o acqua nera--. Viene chiamato questo luogo acqua nera, perchè vi scorre un'acqua di tal colore, ed assaggiata si manifesta l'acido vitriolico, imbevendosene poche braccia sopra il mentovato luogo, ove trovasi una pietra quasi nera ripiena di Marchesita, quale a capo a qualche tempo si risolve in vetriolo. Nascono in detto ruscello alcune tremelle, ma non di molta considerazione.

Poco sotto a questa specie di pietra evvi un ammasso di Granito per lo più quarzoso con mica talcosa colore d'argento, quale si prolunga verso il Paese, e per altre parti ancora d'una grana più, o meno grossa. Viene a riposare sopra detto granito un ammasso di Sasso Corno di più braccia d'altezza costantemente inclinato all'orizzonte.

Sotto l'accennato ammasso di granito emanano di continuo micidiali vitrioliche esalazioni, quali per venire all'aria aperta necessariamente devono toccare l'anzidetto granito.

Ancor quì l'accennate vitrioliche esalazioni dopo avere ridotto ora in argilla, ora in terra calcaria il detto Granito vi si è formato non in differente quantità Allume, e vetriolo in varie forme, e di varj colori.

Osservavo adunque, che accanto al ripiano del detto ruscelletto in una piccola grotta incavata sotto l'ammasso del Granito accennato di sopra ove sentesi del calore, vi esalano micidiali vitrioliche esalazioni, poichè volendo vedere se altre produzioni vi si fossero trovate, messi colà il capo e ben presto mi dovetti alzare rimanendo per qualche tempo sbalordito.

In questo luogo si vedono Vetrioli, ed Allumi di varj colori, ed in varie forme cristallizzati: Parlando dell'allume in forma d'una deli-

delicatissima piuma il più delle volte si manifesta.

Fin dal mese d' Ottobre dell'anno 1777. rilevai che in detto luogo v'erano Vetrioli, e Allumi, benchè la pioggia prima del mio arrivo n'avesse in parte portati via, ma questa seconda volta che vi sono tornato, e che la stagione e sì serena, mi son ben chiarito, che ove sono esalazioni vitrioliche, ivi trovansi innumerabili vetrioli, e Allumi, poichè dei vetrioli se ne trovano dei bianchi, dei gialli teneri come una pasta, che s'attaccano alle dita, e sono assai tenaci, dei verdi, degli scuri ec. intendendo il simile dell'allume. Non starò qui a replicare quanto alla pag. 75. della Metallote. Vaticana del Mercati index. Arm. quarti registrato si trova rispetto ai Vetrioli già stati osservati dal suddetto Autore in questo luogo, poichè se non crescono di numero, meno non lo sono certamente.

Arrivati al *Botro del Riverdi* uno strato di terra arenaria or quarzosa, or tufacea di colore or bianca, or giallognola, or turchiniccia, or nera, si presenta a prima vista; subentra a questa altro strato di bianca argilla, quale s'estende fino ad una Cappellina detta di S. Antonio, intesa dai Paesani col nome di *Latte di Luna*, questo strato argillaceo rimescolato a luoghi, a luoghi con dei frantumi dell'accennato granito, ridotto ancor esso quasi in pura argilla, si profonda in una precipitosa e scoscesa balsa, alle falde della quale esistono varj bollentissimi Lagoni.

Ecco, che di bel nuovo si presenta altro campo d'Allume, per lo più in forma di piuma, o in forma di leggierissima pomice, o d'una spuma d'acqua quivi pure di varj colori, ricoprendo lo strato tutto d'argilla. Bene spesso in questo tratto di terreno vi si trovano delle Pietre calcarie, quasi tutte sfacelate, e risolute in pura terra, motivo appunto, perchè complicato vi si trovi Allume, e Vetriolo uniti assieme.

Sembrerá forse strano a qualcuno che le mofetiche esalazioni, o vogliam dire l'acido vitriolico, o secondo Pryestley l'aria fissa, e secondo Macquer Gas Mofetico alterino, e riduchino in argilla le sostanze vitrescibili, fatto del tutto contrario ai più forti canoni stabiliti dai Chimici di somma stima; procurerò per altro, che questo mio ragionamento resti avvalorato da analoghe osservazioni del dotto naturalista Sig. Ferber, e del Sig. Barone di Dietrik.

Alcune osservazioni adunque fatte dal Sig. Jacopo Ferber sopra la Zolfatara di Pozzuolo, e comunicate per lettera al Sig. Gio: Arduino fanno vedere, che il recinto della detta zolfatara è un continuo rigetto d'avanzj vulcanici, o lave, che dir si voglia. Que-

ste

ſte lave adunque ſoſtanze (come è giá noto) di natura vitreſcibile reſtano attaccate da quell'acido zulfureo, che all'eccello abonda in detto luogo.

Queſte lave, benchè di varj colori, con la lunghezaa di tempo ſono del tutto riſolute in una bianchiſſima argilla, ſoggiunge di più il prelodato Sig. Ferber, che alcuni di detti pezzi merà ſono lava, ed il rimanente purà argilla, oſſervazione, che punto non differiſce dalla mia accennata di ſopra.

In una lunga nota fatta dal Chiar. Sig. Baron di Dietrick all'undecima lettera del Sig. Ferber, dove trattienſi a parlare della zolfatara di Pozzuolo fa vedere, che il Sig. Abb. Nollet, Mr. di Fugerò, e Mr. Amilton hanno preſo sbaglio allorquando hanno creduto, che quei vapori Zulfurei ammolliſſero, e penetraſſero le pietre da Eſſi credute di natura calcaria, non eſſendo ſtato rilevato da alcuno dei ſopracitati Autori, che le pietre così penetrate, ed ammollite, e finalmente ridotte in Argilla, altro non erano, che Lave, cioè ſoſtanze vitreſcibili. Queſto dotto Signore pure tra i varj pezzi da Eſſo raccolti ne conſerva uno metà Lava, e metá Argilla convincentiſſime riprove del tutto analoghe alle mie.

Queſto è quanto trovaſi deſcritto nelle lettere del Sig. Ferber. Nel volume XX. della ſcelta d'opuſcoli intereſſanti, che ſi ſtampano a Milano dell'anno 1776. evvi tra le varie memorie, una fatta dal Sig. H. B. di Sauſurre Profeſſore a Ginevera intitolata = oſſervazioni fiſiche ſul terreno d'Italia da Loreto a Venezia =, e comunicate per lettera a S. E. il Sig. Cav. Hamilton Min. di S. M. Brit. a Napoli, dove alla p. 37. della ſteſſa memoria fa chiaramente vedere, che molto prima del Sig. Ferber erano ſtati oſſervati i ſopradeſcritti effetti da S. Ecc. il Sig. Cav. Hamilton, ed ecco quanto ſi trova deſcritto =. Il Sig. Ferber era a Napoli nel 1772. mentre Voi eravate in Inghilterra (parla di S. E. Hamilton) fu condotto alla Zolfatara dal Dott. Giuſeppe Vajro, oſſervarono inſieme, come i Fumi acidi, e Zulſurei eccitati dai fuochi ſotterranei ammolliſcano le Lave, e le Pomici, fan loro ſubire una ſpecie di calcinazione, le imbiancano, e le convertono in terra argilloſa.

Voi ſiete il primo a cui debbaſi queſta oſſervazione intereſſante, voi l'avete comunicata alla ſocietà Reale nella voſtra lettera dei 5. Marzo 1771., e per conſeguenza quaſi un anno prima, che il Sig. Ferber veniſſe a Napoli.

Il Sig. Arduino, che non aveva letta la voſtra lettera ha attribuito al Sig. Ferber l'onore di queſta ſcoperta, Io mi ſono fatto un dovere di diſingannarlo, ma la lettera del Sig. Ferber era già pubblicata. =

Pare

Pare adunque, che da quanto ho esposto resti provato mercè incontrastabili osservazioni, che le sostanze vitrescibili credute una volta inalterabili dagl'acidi, siano del tutto corrose, e ridotte in vera argilla, e che allorquando questa argilla resta carica di dette esalazioni vitrioliche allora appunto si forma l'allume, come appunto avverte il Celeb. Chimico Mr. Baumè.

Una giusta reflessione, e che conferma la mia proposizione dedotta da incontrastabile osservazione si è, che allor quando l'anzi dette sostanze vitrescibili sono state ridotte in argilla, costantemente vi si è formato l'allume; In fatti alcune mostre di granito, e di sasso corno particolarmente, sostanze rese quasi in terra argillosa dalle suddette mofetiche esalazioni, quando le raccolsi dal proprio luogo non manifestavano alcuna sensazione di allume, forze perchè una dirottissima pioggia averà portato via la parte salina; dopo qualche tempo tutte queste produzioni da me conservate si sono ricoperte di una bianchissima cristallina lanugine aluminosa. Ora siccome insegnano i Chimici, che l'allume vien formato dall'unione dell'acido vitriolico con l'argilla, sembra che possa francamente inferirsi, che dette esalazioni mofetiche altro non siano, che un acido vitriolico, quale spiega varj caratteri mediante le diverse basi, che esso incontra.

In fatti spesse volte mi è accaduto di vedere, che alcuni graniti, e sopra tutto i già descritti, come pure alcuni sterminati ammassi, che forse compongono una buona parte della Montagnola Senese sono rilegati dal sugo quarzoso, al contrario poi altre volte ho osservato lo spato, altre volte il talco, ed altre volte la selennite, che hanno servito di glutine, e di legame alla formazione del Granito.

Potrebbe sospettarsi adesso se le suddette esalazioni mofetiche siano di diversa natura dell'acido vitriolico, a motivo degli effetti ch'esse producono sopra sostanze, credute una volta inalterabili da qualunque sorta di acido, come di tal sentimento è appunto il Sig. Dott. Bculy Inglese considerando dette esalazioni come un acido particolare.

Chiarissima osservazione si è quella cioè, che in quasi tutte le mossete vi si forma lo zolfo, or siccome questo viene appunto formato dall'unione dell'acido vitriolico, e del flogisto, sembra che resti provato, che tali esalazioni siano di Natura virriolica.

Nell'ammasso degl'accennati sassi corni ove scaturiscono l'accennate mofetiche esalaizoni si trova gran quantità di zolfo variamente configurato, che sembra avere agito da sugo petrificante, poi che tiene riuniti quei pezzetti, o scaglie di sasso corno che di so-

pra accennai che senza un tal soccorso necessariamente calarebbero isolati; quivi pure quella porzione di sasso corno ridotto in argilla resta carica di allume piumoso.

Molti sassi corni, che irregolarmente sparsi si trovano in una scoscesa balza poche braccia lontano dalla prima descritta moffeta vicino al *Botro* così detto dei Lagoni di varie grandezze, parmi che siano degni di osservazione.

Per varie ragioni si riconosce esser questi di tal natura, e come la sola oculare ispezione lo dimostra chiaramente. Sono questi tutti corrosi, e smangiati esteriormente d' un color tendente al nero, non diminuiti per altro di peso riguardo al suo volume, come è successo agl'altri accennati di sopra, che si trovano nel recinto delle moffete dei castagni.

Sono questi in alcuni pochissimi luoghi risoluti in bianchissima argilla con eccesso di vero, e puro allume; Se si rompe qualcuno di detti sassi, nel suo interno sono lucidissimi, e lisci, dove che nella superficie esterna sono aspri, e ruvidi, ed appressato alla lingua quel punto della dissezione di detto sasso manifesta una sensazione di acido vitriolico purissimo assai gentile, che invita di bel nuovo a gustarlo. Conservo presso di me gran quantitá di dette pietre, che sono circa anni tre, ritengono queste nel suo interno la medesima piacevole acidità, con di più, che la superficie esterna, come ho replicato di sopra comincia a guastarsi, e crepola, nella maniera che fanno appunto alcune marchesite allor quando passono in efflorescenza; quando poi detta pietra ha subita una tale alterazione, e che è passata ad essere risoluta in vera argilla, allora si è formato l' allume, dove che nell' interno continua a mantenere tutti i caratteri di acido puro vitriolico non combinato. Da ciò adunque parrebbe poterne inferire, che quelle mofetiche esalazioni fino a tanto che non hanno risoluto la pietra cornea, o altre consimili sostanze in argilla, l'acido vitriolico vi sta non combinato, e che finalmente unendosi con l' argilla, allora appunto venga formato l'allume.

Nel recinto della prima moffeta dei Castagni vi si trovano sparsi ed irregolarmente isolati dei pezzi di granito di una grana sottilissima mischiata con del talco color d'argento, questi pure in parte sono scomposti, e sono macchiati di un color giallo cupo, che si attacca facilmente alle dita, di un disgustevole odore, ed alcuni piccoli ventri gemmati che in detti pezzi vi si trovano hanno bellissime cristallizazioni quarzose, che formano il ventre suddetto gemmato, restono coperti delle stesse tinte con molta più di tenacità.

Lungi dai lagoni di Castelnuovo tre in quattro miglia in circa

per

per andare in luogo detto la *Selva* trovasi per lungo tratto di strada continuatamente della Pietra calcaria detta *Alberese*, quando in un tratto si perde detta pietra comparendone altra in primo aspetto granellosa, come una specie di un duro tufo arenario assai pesante

Parsemi non indifferente una tal produzione, poichè vi osservavo un non so che di figurato, rimanendo dubbio nelle mie idee. Osservavo dei gruppi di varie moli di detta pietra, composti di granelli più, o meno grandi, come accennerò inferiormente, essendone ripiena l'accennata boscaglia, o per meglio dire facendone il suolo di detto luogo, continuando per qualche miglio, vestendone quasi un'altissima montagna. Dirottissima pioggia non mi permesse di trattenermi a lungo in questo luogo per vedere a quanto tratto di Paese si estendevano dette pietre, e se qualche altra cosa di particolare vi si fosse trovata; raccolsi per altro varj pezzi di tali produzioni per poterle esaminare.

Un ammasso adunque di granelli, più o meno grandi compongono le dette pietre, prendendosi in primo aspetto per vere Ooliti a motivo della figura, che lor ritengono, ma attentamente esaminati i vari granelli, quali strettamente stanno rammassati, e rilegati dal sugo spatoso, si veggono composti di varie spoglie, o vesti concentriche, contandosene due, tre, ed alle volte quattro. Spesse volte si osserva, che dal medesimo granello esce un piccolo globettino assai fragile lasciando un vuoto composto di una, o due vesti soltanto. Se si riguardano i minimi esternamente sono ovati, ed il più delle volte sono rotondi.

Francesco Ernesto Bruckmanno nel suo trattato intitolato *Thesaurus subterraneus ducatus Brunsuigii* fa menzione dell'ooliti; credendole vuova di pesce impietrite, e ne riporta in due tavole varie figure, niente diverse dalle da me finora descritte.

Evvi una miniera di ferro limonosa che certamente si rassomiglia a questa nostra produzione, a cui si dá il nome di Oolite come nota Francesco Ernesto Bruckmanno, e Romè Delisle nella descrizione metodica di una collezione di minerali p. 150.

Per cerziorarmi di questa cosa ho polverizzato di detta produzione, e l'ho posta nella soluzione di galla, e non ha fatto mutazione alcuna. Questa adunque è la prima specie da me considerata.

Passando ad esaminare altri gruppi composti di granelli assai più grandi, poichè cominciando da quelli della figura di un acino di panico, si arriva gradatamente alla grandezza di una grossa lente.

Sono ancor questi formati delle medesime sfoglie concentriche in quel numero espresso di sopra, tutti strettamente riuniti assieme, con di più, che nella superficie esterna sono la maggior parte ap-

pianati con varj circoli, alcuni altri portano seco una protuberanza in mezzo come un piccol bottoncino, ed altri poi sono divisi da una o due linee, in forma di croce, altri da più linee quali si partono dal centro, e si distendono in sfera fino alla loro circonferenza.

L'analogia, che queste produzioni hanno con le figure riportate dal Sig. Guettard nel Tomo III. delle sue memorie p. 430. Tav. 13. e 13. parlando delle Porpiti punto non differiscono dalle nostre, che nella grandezza, essendo quelle del Sig. Guettard un poco più grandi. Anco la descrizione che ne danno Walmont de Bomare alla p. 303. parlando delle Porpiti, e Bertrand nel suo dizionario p. 137. combinano esattamente, dichiarandole per vere Porpiti.

Nella dissezione di queste Perpiti spesse volte nel loro intorno vi si vede o dello spato cristallizzato, o altre sostanze eterogenee.

Da tutto ciò adunque sembrami poterne inferire, che tanto le prime, che le seconde altro non siano, che vere, e reali porpiti di una specie particolare.

RI-

RISPOSTA

Del Sig. Gio. Arduino alle precedenti Lettere del Sig. Charpentier.

Illuſtriſſimo e Celebre Signore, amico Pregiatiſſimo.

Venezia li 12. *Giugno* 1777.

LA dottiſſima Lettera, con la quale V. S. Illma s' è degnata onorarmi in data delli 15. dello ſcorſo Maggio, mi è gratiſſima, e tanto da me ſi pregia per le intereſſanti notizie che mi reca delle ſue ſcoperte e oſſervazioni orittologiche in coteſte montagne, che ſonomi preſo libertà di comunicarla, unitamente alla precedente delli 28. Febbrajo, all' attuale Compilatore di queſto Giornale d' Italia, affinchè, ridotte ammendue al noſtro Idioma, ci ſiano inferite a vantaggio degli ſtudioſi della Fiſica ſotterranea. Io la ringrazio con ſentimenti di vera riconoſcenza ch'abbia voluto darſi la pena di parteciparmi sì belle ed iſtruttive rifleſſioni e lumi intorno alla natura delle pietre di coteſti Monti, alla loro riſpettiva poſizione, ed ai fenomeni che preſentano agli occhj de' Naturaliſti. Ora, che parmi di comprendere a un dipreſſo coſa ſia il *Kneus* della Saſſonia, e che ſo eſſere un vero Marmo ſalino, o ſia alomorfo, le pietre da Lei oſſervate a ſtrati alternati tra quelli dello ſteſſo *Kneus*, e prive affatto di qualunque ſorta di Pietrificati, ceſſa il mio ſtupore per tale fenomeno.

E per dirle con filoſofica libertà ciò ch' io penſo in queſto propoſito, mi fo a conſiderare in primo luogo che il *Kneus*, o Schiſto quarzoſo, tramezzato da ſtrati marmorei, di cui mi parla, da me credeſi diverſo, per più riſpetti, dal noſtro; da quello cioè che opinai eſſere uno dei materiali di primeva formazione, relativamente ad altri molti di quelli viſibili nel Globo che abitiamo, perchè la ſua ſituazione mi apparve ſempre inferiore a quella degli altri generi lapidei, quanto alla ſua derivazione dal profondo della Terra, e per altri ſuoi proprj particolari caratteri. Di queſti caratteri, e di quelli di altri Schiſti micacei, ſimili bensì, or più, ora meno, al medeſimo, ma non pertanto differenti, ho già parlato, ſpecialmente nel ſecondo articolo del mio ſaggio di *Lythogonia* e *Orognoſia*; come ancora dei ſegni, pe' quali queſto genere da me ſi ſoſpetta di *pyrica* origine, e non di acquea formazione: e però ſarebbe ſuperfluo di farne qui repetizione alcuna.

Solamente le dirò che lo Schiſto quarzoſo micaceo, e talvolta quaſi

quasi non altro che pretto quarzo, ch'io ho creduto ragionevole di annoverare tra le materie primigenie dei monti appartenenti alla prima delle due divisioni, sotto alle quali ho compreso tutti li monti primarj, non contiene visibili parti calcinose, e nemmeno Feldspato; e ch'esso non è disposto a strati regolari, nè sostenuto, nè tramezzato da pietre calcarie. Cio è almeno quanto ho io veduto in queste nostre parti, dove in molti luoghi sonovi vasti tratti di Monti formati del medesimo, ed anche delle intere alte Montagne, come nel Tirolo, nel Principato di Trento, nel Bresciano, e nel Bergamasco; e per asserzione di alcuni Orittologi miei amici, molte più ancora nel Milanese, negli Svizzeri, nel Piemonte, nella Savoja, ed altrove.

L'idea che dalla sua descrizione del *Kneus* di cotesti monti metalliferi posso concepire, e la memoria di ciò che sopra tale soggetto ho io stesso veduto, m'inducono a credere che li monti medesimi possano appartenere alla seconda divisione del mio ordine primario; in quelle loro parti almeno, nelle quali il Marmo trovasi tra gli strati del *Kneus*. Ella però, che sì diligentemente ha visitato ed esaminato le montagne della Sassonia Elettorale, e di altri Stati circonvicini, per occasione della descrizione mineralogica che ne sta estendendo; e che delle materie fossili, e della loro natura, differenze, e fenomeni, ha esquisita conoscenza; e cui inoltre il citato mio Saggio è presente; potrà fondatamente giudicare se questa mia opinione sia ragionevole, o vana, e smentita dai fatti, che a' suoi occhj la Natura costì presenta.

Se oso di farle questi riflessi, ciò certamente non deriva da uno spirito di sistema, conoscendo assai bene la brevissima estensione de' miei lumi, e la densa caligine che spessissimo ci occulta le origini delli tanti e così diversi materiali componenti le parti visibili di questo terraqueo Pianeta, ed i mezzi e modi dalla Natura impiegati, e le precise Epoche, dentro le quali essi furono modificati e disposti come ora esistono. Lo scopo, cui miro, si è quello di procacciarmi dal vasto suo sapere nuove istruzioni, come vo facendo con altri dotti Contemplatori del Regno lapideo, ogni qual volta occasione opportuna mi se ne presenti.

Qualche saggio di *Kneus*, che trovasi nella serie di Minerali speditami dalla Boemia dal Celebre Mineralogo Sig. Cavaliere Ignazio di Born, Consigliere attuale delle Minere 4. I. Ap., e le descrizioni, che ho udite, e lette, delle pietre così denominate, mi inducono a credere che sotto un tal nome siano comprese pietre di specie, che abbiano bensì tra di loro delle rassomjglianze, ma anche delle differenze essenziali, per le materie aggregate che le com-

compongono, e pei tempi diverſi della loro ſucceſſiva formazione, apparenti dalle riſpettive loro ſituazioni, e fenomeni.

Ho io ſteſſo veduto in più luoghi degli Schiſti micacei di varie ſorti ſtratificati tra pietre calcarie, e di altra natura, o alle medeſime ſopprappoſti, che a prima viſta raſſomigliano alle roccie quarzoſo-micacee di quel genere che, ſia a ragione, o a torto, che conſiderato primigenio, o uno almeno dei primitivi, nel ſenſo che giá ſpiegai. Ma queſti, bene conſiderati, ſi conoſcono eſſerne differenti; o per avere, in luogo di quarzo, lo ſpato; o per eſſere miſti di altre ſoſtanze calcarie; o perchè ſono pietroſi aggregati ricompoſti, evidentemente riſultati da confuſo meſcuglio di ſquamette micacee, e di ſabbia e frammenti di qnarzo, e di varie altre eterogenee materie; o perchè coſtano di marmorea ſoſtanza infetta di particelle, e di vènamenti di Mica. Le pietre di tal fatta a me ſembrano di poſteriore formazione, relativamente al ſuddetto primo genere, e trovanſi ſovente in quei monti e parti di montagne, che alla ſeconda diviſione del mio ordine primario ſono riferibili. Quando però io veniſſi accertato che n'eſiſtano anche di ſotto giacenti a quelle d l prefato genere, abbandonerei ben toſto queſto parere, abborrendo la pertinacia di voler ſoſtenere opinioni ſmentite da fatti certi, e da indubitabili dimoſtrazioni.

Quanto poi a ciò, che mi dice intorno al Granito, le è già noto ch'io ſono del medeſimo ſuo ſentimento; cioè ch'eſſo ſia contemporaneo di formazione con le pietre del genere quarzoſo-micaceo, che ho tra li primitivi conſiderato compleſſivamente in tutta la ſerie delle innumerabili ſue genuine varietà. Sono certo ch'Ella intende di parlare del vero Granito; cioè di quello de' monti primarj, o ſivvero minerali, come io intendo parimente: poichè certi Granitelli apparentemente prodotti da' Vulcani, de' quali abbonda in varj luoghi la noſtra Italia, da me ſi credono di etadi molto meno antiche, trovandoſene di ſopprappoſti alle ſtratificazioni calcarie formate dalle acque nei ſecoli più rimoti. Belliſſime ſono le ſue oſſervazioni del paſſaggio del Granito nel *Kneus*, donde argomenta che il ſecondo non ſia che una variata modificazione, o alterazione del primo. Sopra di ciò niente poſſo aggiugnere, non m'eſſendo accaduto di vedere un ſimile fenomeno, e neppure ſimiglianza tra gli Graniti e Granitelli con gli Schiſti micaceo-quarzoſi de' noſtri monti minerali.

Parlando in ultimo luogo della terra calcaria, riſpetto alla ſua antichità, io ſeco ſono perſuaſo ch'eſſa ſia elementare, e longèva quanto qualunque altra. Ciò ſembrami innegabile; perciocchè queſta terra alcalina entra nella compoſizione di moltiſſimi e lapidoſi, e ter-

e terrei materiali anche delle più annose montagne, o visibile in forma spatosa ec., o indiscernibile, e da non vi si poter discoprire che col mezzo delle Analisi chimiche. Non so in modo alcuno darmi a credere che, se anche fosse un risultato dalla trasmutazione di altri Elementi, essa sia un prodotto derivante dal Regno Animale, e particolarmente da' Marini Testacei, come insegnano celeberrimi Naturalisti. Il Cavaliere Carlo di Linnè dice espressamente = Calx omnis & Creta e Testis & Coralliis Vermium prodiit, etiam illa, in qua nulla vestigia animalium (a) = dello stesso parere s'è pure dichiarato il Sig. Conte di Buffon nella sua Istoria naturale, e nel supplemento alla medesima, in cui adduce le considerazioni più atte a conciliargli credibilità (b). Così pensa anche il Sig. Baumè, come rilevasi dalla sua chimica esperimentale e ragionata; e non discorda dal Sig. di Buffon, se non che solamente nel credere che sia terra vetrifcibile, elementare, e primitiva, quella sostanza, che in natura calcaria si converte dentro i corpi de' predetti animali, e non già l'acqua con l'aria, come vuole il primo. A proposito della produzione della terra calcaria egli così si esprime = La Nature emploie, pour y parvenir, tous les insectes de mer qui se forment des niches pierreuses, & tous les poissons testacèes ou á coquilles. Tout ce qui existe de terre calcaire a etè fait par ces animaux, comme l'a demontré M. de Buffon. C'est un des plus bèaus & des plus grands moyens, & le seul que la Nature emploie pour changer l'element terreux, &c. = e poco dopo; = Toutes les pierres calcaires, comme le remarque tres bien M de Buffon, sont formeès de coquilles brisées, detruites, reduites méme en pussiere, &c. = (c).

Io onoro e rispetto veracemente questi gran Genj, per le fatiche e studj dei quali le scienze Fisiche hanno fatto insigni progressi; ma essendo certo che, come si esprime un erudito Filosofo = veritas nulli tempori, aut loco, vel persona est alligata = (d), mi sarà lecito di manifestarmi dissenziente da questo loro sentimento. L'enorme, e per così dire, immensa copia di siffatta terra universalmente diffusa sopra la faccia del nostro Globo, e fino nelle di lui acque; li vastissimi tratti, dove totalmente, dove quasi per intero di essa formati, che si fa trovarsi in ogni parte del medesimo, in cui tante Isole e Scogli, e Poggi e Monti, e lunghissime ampie

(a) Caroli a Linnè Syst. nat. Tom. III. p. 40. Holmiæ 1768.
(b) Supplement à l'Histoire Nat. par M. le Comte de Buffon. Tom prem. seconde Partie.
(c) Chymie experim. & raisonnèe, par M. Baumè. Tom. prem pag. 161. 165.
(d) Edmundi Purchotii Instit. Philosoph. Tom. secund. in Præfatione ad Physicam.

ampie catene di eccelse Montagne veggon si composte per la massima parte di calcinosi materiali, sono cose che mi ributtano persino dal sospettare che la materia calcaria tutta sia una sostanza divenuta tale per alterazione sofferta nei corpi animali.

Se questa terra altro non fosse, come si vuole, che un risultato del disfacimento dei gusci di conchiglie, e di polipi, e di altri simili animali, come mai troverebbersi tante, e così estese, e così alte stratificazioni di marmi alomorfi, e di altre pietre calcarie onninamente prive delle loro reliquie? io certamente, per quante diligenze abbia usate, non ho mai potuto vedere, nè rilevare che da altri degni di fede, sia stato veduto guscio alcuno, e neppure indizio di questi, o di altri animali, nei tanti successivi strati di marmi salini (a) che soprapposti immediatamente allo Schisto quarzoso-micaceo, formano gran parte delle Alpi Pannie, sopra Pietrasanta, Serravezza, e Massa di Carrara ec. nella Toscana. Lo stesso è pure di quelli della Montagnuola di Siena a Montarenti, e di alcuni altri luoghi di quel Granducato. Di marmi simili, venuti di oltramare, molti ne sono in questa Capitale, nelle Chiese, e Fabbriche nobili: io gli ho moltissime volte esaminati; ma le replicate mie indagini per iscuoprirci almeno qualche indizio di crostacei, o di altri resti di viventi marini, o terrestri, sonmi riuscite affatto vane.

Nel tempo di mia dimora nello Stato di Siena ho attentamente scrutinato, tanto i materiali di natura vitrescente dei luoghi metalliferi, per indagare le loro minerali produzioni, quanto le pietre calcarie, e sopra e d' intorno ai medesimi stratificate, per contemplarne le caratteristiche differenze, e fenomeni. In quelle che potei osservare nella vasta estensione di monti appartenenti alla Città di Massa di Maremma, ed ai Castelli di Monticiano, di Giusdino, di Travale, di Montieri, di Boccheggiano, di Prata, di Gerfalco, e di Monterotondo: come pure nei poggj detti la Montagnuola, e nella Contea di Santafiore, ed in parecchie altre situazioni, dove esse pietre sono di quelle, come i marmi salini sopra mentovati che a mio credere, appartengono alla seconda divisione delle montagnose parti primitive della Terra, a senso del citato mio saggio; ivi quelle io dico mai non mi riuscì di ravvisare nè resti, nè indizj di animali aquatici, e nemmeno di altri Esseri organizzati.

Le pietre calcinabili dei luoghi predetti, prescindendo dai marmi di apparenza salina, e dagli spati, che colà abbondano, possono

 con-

(a) Volgarmente diciamo marmi salini quegli alomorfi, o sia simili in apparenza ai sali (Marmora halomorpha).

considerarsi di due generali specie, benchè distinte in numerose varietà. Una di queste specie si conosce da quei Popoli sotto il nome generico di Albazzano, l'altra sotto quello di Travertino. La prima è di particole appena discernibili, e molto compatta, e per lo più di colore cenericcio, o piombino, ora più, ora meno carico, e la seconda suole essere di un bianco sudicio, e tutta bucherata e spugnosa.

I marmi, e le altre pietre calcarie dei luoghi sopraindicati non sono le sole, dentro alle quali io non abbia potuto scuoprire neppure un menomissimo segno dei prefati corpi: lo stesso ho parimente osservato in quelle a grossi strati, che in gran quantità furono, e vengono tuttavia quà condotte dall' Istria per ogni sorte di fabbriche; ed in quelle pure delle più basse stratificazioni delle montagne e alpi calcarie di questo Stato, e del Principato di Trento. In queste le impressioni, e le spoglie di marine conchiglie, per quanto vidi in moltissime situazioni, principiano a manifestarsi, ma molto rade, solamente negli strati superiori, esistenti a certe altezze, e aumentandosi in quantità, e variando di generi, e di specie da strati a strati, come feci noto al Chiarissimo nostro Amico Sig. Ferber mentre egli era quì, più che si sale verso le sommità, più sogliono apparire copiose: talmente che incontransi delle stratificazioni così delle medesime ripiene, che quasi d'altro non sembrano formate.

Dalle enunciate osservazioni parmi ragionevole il credere che la terra alcalina, detta calcaria, sia di tutta antichità, e che i primi incrostamenti e stratificazioni, formate dalle acque sopra le primitive solide masse vetrine del globo con la medesima terra, in esse allora copiosissimamente disciolta dove per cristallizzamento spatiforme, e sivvero alomorfo, dove con torbide deposizioni, siano di origine anteriore, se non alla prima apparizione, almeno alle grandissime moltiplicazioni, successe poi progressivamente, delle conchiglie, dei polipi, e di altri tali marini animali, dai quali si vuole oggidì ripetere l'origine di tutte le calcinole materie.

Con questa ipotesi sembrami almeno spiegabile il perchè non trovinsi resti di crostacei nelle summentovate prime stratificazioni calcarie, i quali esistono in tanta copia in moltissime delle posteriori, fino ad essere i principali ingredienti di vasti montuosi tratti. Il formarsi che fanno detti animali i loro gusci di sostanza calcinosa espressa dai loro corpi, e quella che trovasi, e proviene da altri esseri organizzati, a me non pare dimostrativa prova che sia una terra trasmutatasi in natura calcaria per modificamento e alterazione dentro di essi sofferta. Parmi molto più credibile che tale

pre-

preesista come elemento, e che nei medesimi entri con l'acqua, e coi loro alimenti.

Comunque siasi però del principio cui deriva la calcinosa materia costituente i gusci dei marini crostacei, l'aspetto delle nostre Alpi calcarie basta anche da se solo a persuaderci essere inconcepibile come mai l'antico mare abbia potuto costruire così ampia lunghissima serie di eccelse moli di strati sopra strati a mille a mille composti di stretto cemento delle distrutte spoglie di siffatti animali, senza mescolanza apparente di altri ingredienti. Io certamente per quanto abbia su di ciò meditato, non ho per ancora potuto trovare ragioni valevoli a persuadermene, anzi ne ho alcune altre in contrario, oltre le già esposte, che potrei quì aggiungere. Ma questo è un argomento, che per discuterlo a pieno ci vorrebbe ben altro che una lettera, e molto più d'ingegno, e di eloquenza, che io non ho. Per una risposta epistolare, ho già oltrepassati di molto i limiti convenienti, e però termino, assicurandola che la mia gratitudine per la cordiale sua amicizia, e la mia stima e riverenza verso la dottissima e celebre sua persona saranno inalterabili, e professandomi.

F I N E.

Devotiss. Servit. ed Amic.
G. Arduino.

Fig. 3.
Fig 6
Fig. 8
Fig. 9.
Fig. 12

TVI. TAB. I.

Fig. 1.
D A B C E G
Fig. 2.
Z S F T K P M C N Q
Fig. 3.
E Y P M Z S T K C R N
Fig. 4.
T R A C B L H M N O
Fig. 5.
I H L F E A S G O B C D
Fig. 6.
R H I V A E R G M B C D
Fig. 7.
V A E G M O N B T F C D E
Fig. 8.
a e A E M G H N Y I P L S B H h F O f o n
Fig. 9.
N P C M B O A P
Fig. 10
D A C N M P B
Fig. 11.
D R M B T b S s A I E E e f F n P a m H h
Fig. 12
n N C P A M O R E T B b V S G Q F H

Fig. 3.
Fig 2.
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 9.
Fig. 10

Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.

T. VI. Tab. III.
Fig. 3.
Fig. 5.
Fig. 9.
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 20
Fig. 21

T.VI. Tab.III.
Fig.1.
Fig.2.
Fig.3.
Fig.4.
Fig.5.
Fig.6.
Fig.7.
Fig.8.
Fig.9.
Fig.10
Fig.11.
Fig.12
Fig.13
Fig.14
Fig.15.
Fig.16
Fig.17
Fig.18.
Fig.19.
Fig.20
Fig.21

Fig. 2.
B
D
E
O
G
F
C
I
N
Q
q
C
Fig. 4.
L
M
N
O
P
A
F
C
U
Q

Q
Fig. 6.
A
D
Mm
T
F
B
N n G
S

Fig. 1.
A
F
T
G
f
t
g
M
H
E
N
P
I
Q
p
i
q
B
C
Fig. 2.
B
D
E
G
O
F
C
I
Fig. 3.
F
G
I
E
R
C
A
M
Fig. 4.
L
M
N
O
P
A
F
C
U
Q
Fig. 5.
L
M
N
O
P
A
F
C
U
Q
Fig. 6.
Q
A
D
M m
T
F
E
B
N n G
S

T. VI. TAB. V.

Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4. n.° 2
Fig. 5. n.° 1
Fig 6.
Fig. 7. n.° 1.
Fig. 8.
g. 7 n.° 2.
Fig. 11. n.° 2.
Fig. 10

Fig. 1.

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4 N.° 1

Fig. 4. n.° 2

Fig. 5. n.° 1

Fig. 5 n.° 2.

Fig. 6.

Fig. 7. No. 1.

Fig. 7 n.° 2.

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10

Fig. 11 n.° 1.

Fig. 11. n.° 2.

Fig. 2 nº 2
Fig. 3. nº 3.
Fig. 5
Fig. 6. nº 3.
Fig. 9. nº 2

Fig. 1.
Fig. 2. N.º 1.
Fig. 2 n.º 2
Fig. 3. N.º 1.
Fig. 3. N.º 2.
Fig. 3. N.º 3.
Fig. 4.
Fig. 5
Fig. 6. N.º 1.
Fig. 6. N.º 2.
Fig. 6. N.º 3.
Fig. 8.
Fig. 9. N.º 1.
Fig. 9. n.º 2.

b VII

Fig. 1. Nº 3

Fig. 1. Nº 2.

Fig. 1. Nº 4.

Fig. 2. Nº 3.

Fig. 3. Nº 1.

Fig. 3. Nº 5.

Fig. 4. Nº 1.

Fig. 4. Nº 2.

T. VI. Tab. VII

Fig. 1 nº 1

Fig. 1 nº 2

Fig. 1 nº 3

Fig. 1 nº 4

Fig. 2 nº 1

Fig. 2 nº 2

Fig. 2 nº 3

Fig. 3 nº 1

Fig. 3 nº 2

Fig. 3 nº 3

Fig. 3 nº 4

Fig. 3 nº 5

Fig. 4 nº 1

Fig. 4 nº 2

Fig.1 nº5
Fig 2 nº2
Fig· 2 nº3
nº5
Fig 2 nº6

Fig.1 nº 3
Fig.1 nº 4
Fig.1 nº 5
Fig. 2 nº 1
Fig 2 nº 2
Fig. 2 nº 3
Fig. 2 nº 4
Fig 2 nº 5
Fig 2 nº 6

Fig. 1 nº 2
T. VI.
TAB. IX.
Fig. 1 nº 3.
Fig. 1 nº 6.
Fig. 2 nº 2
Fig. 2 nº 4.
Fig. 2 nº 3.

Fig. 1. n.º 1.
Fig. 1. n.º 2.
Fig. 1. n.º 3.
Fig. 1. n.º 4.
Fig. 1. n.º 5
Fig. 1. n.º 6.
Fig. 2. n.º 1.
Fig. 2. n.º 2
Fig. 2. n.º 3.
Fig. 2. n.º 4.
Fig. 2. n.º 5

VI
Tab: X
C
B
E
F
G
F
H

Fig. 3
E
A
A
E
F
F
O
D
D
O
p
G
G
p
q
M
K
M
q
r
L
s
I
I
s

T·VI· Tab: X

Fig: 2

Fig: 3

T. VI.
Fig: 2:
Fig: 3:
Fig: 1:

T. VI.
Tab. XI.
Fig: 2:
Fig: 3:
Fig: 1:

T.VI
E
B
D
E
a
C
F
F
F
G
G
H
E
Fig. 3
Fig. 4

Tab. XII
T. VI
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 5
Fig. 4

1.

Fig: 2.

A.
B.
C
A.
A. D.
A. D.

Fig: 1.
D
F
O
S
B
B
B
B
C
C
C
A
C
f
f
f
f
M
G
m
S
Q
t
X
Y
Fig: 2.
A.
B.
C.
A.
A. D.
A. D.